S. P. Dinkgreve
© 2023

WETEN SCHAPS SCHOOL

Natuurkunde voor de middelbare school

KLAS 5H/V

Voor de online versie met filmpjes en animaties, ga naar: www.wetenschapsschool.nl

Copyright © 2023 by Stephan P. Dinkgreve
All rights reserved. This book or any portion thereof may not be reproduced or used in any manner whatsoever without the express written permission of the publisher
except for the use of brief quotations in a book review.

Printed in the Netherlands

Sixth Printing, 2023

www.wetenschapsschool.nl

TRANSVERSIE

Inhoudsopgave
Klas 5

Hoofdstuk 1 **Energie** 3
- §1 Behoud van energie 3
- §2 Arbeid 9
- §3 Chemische energie 13
- §4 Vermogen 16
- §5 (F,s)-diagrammen (VWO) 20
- §6 Gravitatie-energie (VWO) 22
- §7 Modelleren met energie (VWO) 25

Hoofdstuk 2 **Trillingen** 28
- §1 Trillingen 28
- §2 De harmonische trilling 31
- §3 Resonantie 34
- §4 Golven 36
- §5 Faseverschil (VWO) 43
- §6 Interferentie (VWO) 45
- §7 Staande golven 50

Hoofdstuk 3 **Radioactiviteit** 59
- §1 Kernverval 59
- §2 Halveringstijd 65
- §3 Activiteit 69
- §4 Stralingsgevaar 75
- §5 $E = mc^2$ (VWO) 79
- §6 Medische beeldvorming 81

Hoofdstuk 4 **Zonnestelsel (HAVO)** 87
- §1 Het zonnestelsel 87
- §2 De planckkromme 90
- §3 Spectraalanalyse 93

Hoofdstuk 5 **Optica (keuzemodule HAVO)** 97
- §1 Reflectie 97
- §2 Breking 101
- §3 Het beeld 106
- §4 Het virtuele beeld 111
- §5 De lenzenformule 112

Hoofdstuk 6 **Relativiteitstheorie (keuze VWO)** 115
- §1 Tijddilatatie 115
- §2 Lengtecontractie 118
- §3 Minkowski-diagrammen 120

Hoofdstuk 7 **Deeltjesfysica (keuzemodule VWO)** ... 127
- §1 Impulsbehoud 127
- §2 Relativistische impuls en energie 131
- §3 Elementaire deeltjes 135

TESTVERSIE

Hoofdstuk 1
Energie

§1 Behoud van energie

In dit hoofdstuk gaan we beweging beschrijven met behulp van het begrip energie. In de eerste paragraaf introduceren we een aantal soorten energie en gaan we leren rekenen met energiebehoud.

Als we een stukje willen rennen, dan hebben we daar energie voor nodig. Als een vliegtuig opstijgt, dan is daar energie voor nodig. Als een lamp licht geeft, dan verbruikt deze lamp energie. Energie is overal om ons heen. Maar wat is energie eigenlijk? Als we zeggen dat een voorwerp **energie** heeft, dan kan dit drie dingen betekenen. Als een voorwerp **beweegt**, dan zeggen we dat het voorwerp **kinetische energie** (**E_{kin}**) heeft. Als het voorwerp de **potentie** heeft zichzelf of een ander voorwerp in **beweging** te brengen, dan zeggen we dat het voorwerp **potentiële energie** (**E_{pot}**) heeft. Ten derde kan door wrijvingskracht de energiesoort **warmte** ontstaan.

De hoeveelheid kinetische energie die een bewegend voorwerp heeft, kunnen we als volgt berekenen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Kinetische energie (E_{kin})	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

Zorg dat je alle grootheden in deze formule eerst omschrijft naar SI-eenheden. De massa moet dus gegeven worden in kilogram en de snelheid in meter per seconde. De SI-eenheid van de energie is de **joule**.

Een voorbeeld van een potentiële energie is de **zwaarte-energie**. Als we een voorwerp optillen, dan heeft het de potentie om weer naar beneden te vallen. Daarom zeggen we dat elk voorwerp dat zich op een bepaalde hoogte bevindt, een hoeveelheid zwaarte-energie heeft. De hoeveelheid zwaarte-energie berekenen we als volgt:

$$E_z = mgh$$

Zwaarte-energie (E_z)	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)
Valversnelling (g)	meter per seconde per seconde (m/s^2)
Hoogte (h)	meter (m)

Een andere soort potentiële energie is de **veerenergie**. Dit is de energie die opgeslagen zit in een ingedrukte of uitgerekte veer. De formule voor de veerenergie behoort tot de VWO-stof en is hieronder gegeven:

$$E_{veer} = \frac{1}{2}Cu^2 \quad \text{(VWO)}$$

Veerenergie (E_{veer})	joule (J)
Veerconstante (C)	newton/meter (N/m)
Uitwijking (u)	meter (m)

TEST VERSIE

Een andere energiesoort is de **warmte** (**Q**) die ontstaat door **wrijving**. Dat wrijving voor warmte zorgt kan je o.a. ervaren door je handen hard tegen elkaar aan te wrijven. We zien hetzelfde effect in de onderstaande foto die is gemaakt met een infrarood camera. We zien hier dat de grond is opgewarmd door het remmen van een fiets.

EXPERIMENT KINETISCHE ENERGIE

EXPERIMENT WARMTE

De warmte berekenen we als volgt:

$$Q = F_w \; s$$

Warmte (Q)	joule (J)
Wrijvingskracht (F_w)	newton (N)
Afstand (s)	meter (m)

Er zijn nog vele andere soorten energie. Zo hebben we bijvoorbeeld de **chemische energie** (**E_{ch}**). Dit is de energie die is opgeslagen in de bindingen tussen atomen. Een bekend voorbeeld is de energie die in **brandstoffen** als benzine is opgeslagen. Chemische energie zit ook in bijvoorbeeld voedsel en batterijen. Daarnaast hebben we ook nog bijvoorbeeld **elektrische energie** (**E_{elek}**) en **stralingsenergie** (**$E_{straling}$**). Met stralingsenergie bedoelen we de energie in lichtdeeltjes. We voelen deze energie bijvoorbeeld als we in de zon lopen.

De verschillende soorten energie kunnen in elkaar worden **omgezet**. Neem bijvoorbeeld de verbranding van voedsel in het lichaam. Hier wordt de chemische energie uit voedsel omgezet in kinetische energie en warmte. Deze energieomzetting schrijven we als volgt op:

$$E_{ch} \rightarrow E_{kin} + Q$$

Nog een voorbeeld. Als we een lampje aansluiten op een batterij, dan wordt chemische energie omgezet in elektrische energie en warmte. In de lamp wordt deze elektrische energie op zijn beurt weer omgezet in stralingsenergie en warmte. Deze energieomzettingen schrijven we als volgt op:

$$E_{ch} \rightarrow E_{elek} + Q$$

$$E_{elek} \rightarrow E_{straling} + Q$$

Om te rekenen met energie gebruiken we de **wet van behoud van energie**. Deze wet vertelt ons dat hoewel we energie kunnen omzetten van de ene naar de andere soort, de **totale hoeveelheid energie** altijd **gelijk** blijft**.** In wiskundige termen kunnen we deze wet opschrijven als:

$$E_{tot,begin} = E_{tot,eind}$$

Totale energie aan het begin ($E_{tot,b}$)	joule (J)
Totale energie aan het eind ($E_{tot,e}$)	joule (J)

EXPERIMENT ENERGIEBEHOUD

INSTUCTIEVIDEO ENERGIEBEHOUD

TESTVERSIE

In de onderstaande voorbeelden gaan we deze wet toepassen.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Een kanonskogel met onbekende massa wordt onder een willekeurige hoek afgeschoten van de top van een kasteel op een hoogte van 30 m. De beginsnelheid van de kogel is 20 m/s. Bereken de snelheid waarmee de kogel tegen de grond komt. We verwaarlozen de wrijvingskracht.

Antwoord:
Op het moment dat de kogel wordt afgeschoten heeft de kogel zowel kinetische energie als zwaarte-energie. Als de kogel neerkomt, is er geen zwaarte-energie meer. Er geldt dus:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

$$E_{kin,b} + E_{z,b} = E_{kin,e}$$

Dit kunnen we uitschrijven tot:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_e^2$$

Alle termen in deze vergelijking bevatten een "**m**", dus kunnen we deze **wegdelen**:

$$\frac{1}{2}v_b^2 + gh = \frac{1}{2}v_e^2$$

Laten we nu de gegevens die we gekregen hebben invullen:

$$\frac{1}{2} \times 20^2 + 9,81 \times 30 = \frac{1}{2}v_e^2$$

De linker zijde kunnen we nu versimpelen tot:

$$494,3 = \frac{1}{2}v_e^2$$

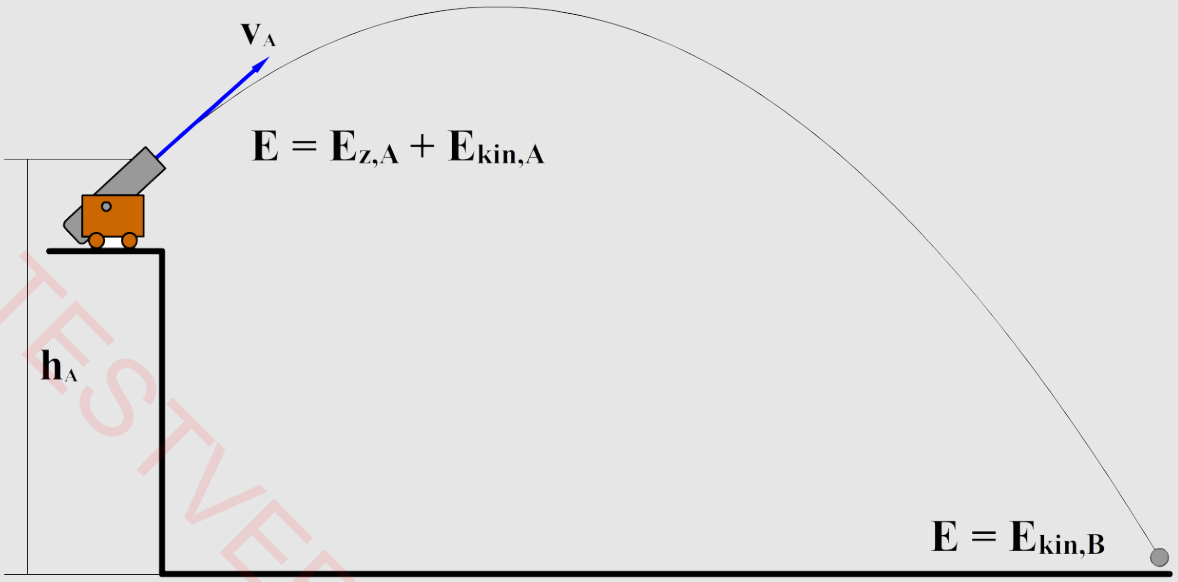
De ½ aan de rechter zijde kunnen we wegkrijgen door beide kanten van de vergelijking met 2 te vermenigvuldigen:

$$988,6 = v_e^2$$

Als we nu aan beide kanten de wortel trekken, dan vinden we de eindsnelheid:

$$v_e = \sqrt{988,6} = 31 \text{ m/s}$$

Merk op hoe krachtig deze methode is! Met energiebehoud kunnen we de eindsnelheid van de kogel berekenen, zonder de massa van de kogel te weten of de hoek waaronder de kogel is afgeschoten.



TESTVERSIE

Laten we nu een voorbeeld bespreken waarbij de wrijvingskracht wel een rol speelt:

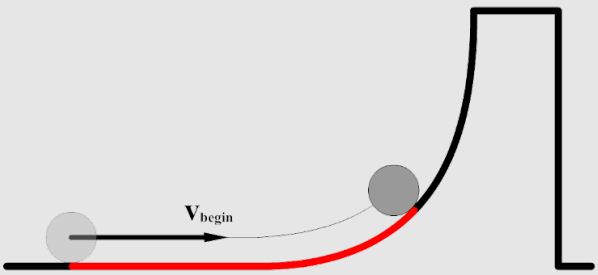
Voorbeeld

Opdracht:
Een bal met een massa van 1,0 kg wordt met een snelheid van 5 m/s tegen een helling opgerold. Op een hoogte van 10 cm staat de bal even stil. Op dit punt heeft de bal 1,5 meter afgelegd. Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die werkt op de bal.

Antwoord:
Aan het begin heeft de bal kinetische energie, want de bal heeft aan het begin een snelheid. Op zijn hoogste punt heeft de bal geen kinetische energie meer, want de bal staat hier even stil. De bal heeft hier wel zwaarte-energie. Er geldt dus:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

$$E_{kin,b} = E_{z,e} + Q$$



Dit kunnen we uitschrijven tot:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 = mgh + F_w\ s$$

Omdat de laatste term geen "m" bevat, kunnen we deze niet wegdelen. Nu vullen we de gegevens in:

$$\frac{1}{2}1,0 \times 5^2 = 1,0 \times 9,81 \times 0,10 + F_w\ 1,5$$

$$12,5 = 0,981 + F_w\ 1,5$$

Als we aan beide kanten 0,981 van de vergelijking afhalen, dan vinden we:

$$11,519 = F_w\ 1,5$$

Hiermee kunnen we de wrijvingskracht uitrekenen:

$$F_w = \frac{11,519}{1,5} = 7,7\ \text{N}$$

Zorg dat je energieomzettingen kan beschrijven

1. (4p) Hieronder zien we een luchtballon, zonnecellen, een föhn en een dynamo afgebeeld. Beschrijf de energieomzettingen die hier plaatsvinden.

(Afbeelding: Pujanak; PD / Bidgee; CC BY-SA 3.0 / Batholith; PD / Celeda; CC BY-SA 4.0)

2. (2p) In welke twee energiesoorten wordt de chemische energie in voedsel omgezet?
3. (1p) Een kogel valt van de toren van Pisa. Welke energieomzetting vindt er tijdens het vallen plaats?
4. (2p) Een bal wordt verticaal afgeschoten met behulp van een veer. Welke energieomzetting vindt plaatst vanaf het begin van de beweging totdat de bal zijn hoogste punt bereikt heeft?

Tijdelijk

Zorg dat je kan rekenen met energiebehoud

5. (1p) Laat met behulp van de formule voor de kinetische energie zien wat de eenheid van joule is in SI-grondeenheden.

6. (4p) Laat ook zien dat je hetzelfde antwoord vindt als je de formule voor de zwaarte-energie, de veerenergie en de warmte gebruikt.

7. Beschrijf in de volgende situaties de energie-omzetting:

   a. (1p) Een kogel wordt vanuit stilstand over een horizontaal oppervlak afgeschoten met behulp van een veer. De kogel verlaat de veer met een bepaalde snelheid. De wrijvingskracht is te verwaarlozen.

   b. (1p) Een bal rolt met een beginsnelheid een helling op. Na een tijdje behaalt de bal zijn hoogste punt. De wrijvingskracht mag worden verwaarloosd.

   c. (1p) Een bal wordt vanuit stilstand omhoog geschoten met behulp van drie veren. Na een bepaalde tijd bereikt de bal zijn hoogste punt.

   d. (1p) Een blok wordt boven een grote veer losgelaten. Door de zwaartekracht van het blok drukt de veer in. Op een gegeven moment is de veer maximaal ingedrukt. De wrijvingskracht is te verwaarlozen.

   e. (1p) Een bal wordt van een helling afgerold met een snelheid van 30 m/s. Even later is de snelheid toegenomen.

8. (4p) Een baksteen valt van een hoogte van 10 meter naar beneden. De wrijvingskracht is te verwaarlozen. Bereken de snelheid waarmee de steen tegen de grond komt.

9. (4p) Een bal met een massa van 350 gram rolt vanuit stilstand van een helling. De helling heeft een lengte van 10 meter en een hoogte van 6,4 m. De snelheid van de bal aan het eind van de helling is 10 m/s. Bereken de hoeveelheid energie die is omgezet in warmte.

10. (4p) Een persoon gooit een honkbal met een snelheid van 45 km/h weg. Hij laat de honkbal los op een hoogte van 1,80 meter. Bereken de snelheid waarmee de honkbal tegen de grond komt. Verwaarloos de wrijvingskracht.

11. (4p) Een persoon heeft een slinger aan een statief gemonteerd. De slinger bestaat uit een koord met daaraan een massa. De massa wordt uit zijn evenwichtsstand getrokken, totdat de hoogte 5,0 cm is toegenomen. Bereken de maximum snelheid die de massa zal ondervinden bij het heen en weer slingeren. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

12. (5p) In de rechter afbeelding zien we een persoon die een bungeejump maakt. Het bungeekoord heeft in zijn neutrale toestand een lengte van 15 meter. Maak een schatting van de elastische energie die op het laagste punt in het elastiek is opgeslagen.

    (Afbeelding: Andrzej19; CC BY 3.0-mod)

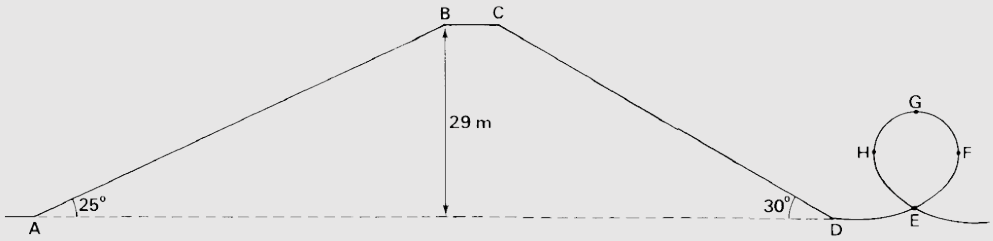
13. Hieronder zien we het (v,t)-diagram van een remmende motorfiets. De motorfiets met passagier heeft een totale massa van 270 kg.

    a. (4p) Laat met behulp van het diagram zien dat de warmte die tijdens het remmen ontstaan is gelijk is aan $4{,}1 \times 10^4$ J.

    b. (4p) Bepaal de wrijvingskracht werkende op de motorfiets tijdens het remmen.

TESTVERSIE

14. In de onderstaande afbeelding zien we een deel van een achtbaan schematisch afgebeeld. Deze figuur is niet op schaal. De helling AB maakt een hoek van 25 graden met het horizontale vlak. Het hoogteverschil tussen A en B bedraagt 29 m. De trein heeft zelf geen motor maar wordt met behulp van een ketting in 33 s met een constante snelheid omhoog getrokken over de helling AB.



a. (3p) Bereken de snelheid van de trein op het traject AB.

b. (4p) De energie die nodig is om de trein van A naar B te trekken wordt geleverd door een elektromotor die is aangesloten op een spanning van 380 V. De totale massa van de trein met passagiers bedraagt $6{,}65 \times 10^3$ kg. Bereken de stroomsterkte die de spanningsbron moet leveren als er geen wrijvingskracht zou werken. Je mag aannemen dat de snelheid gedurende het hele traject hetzelfde is gebleven.

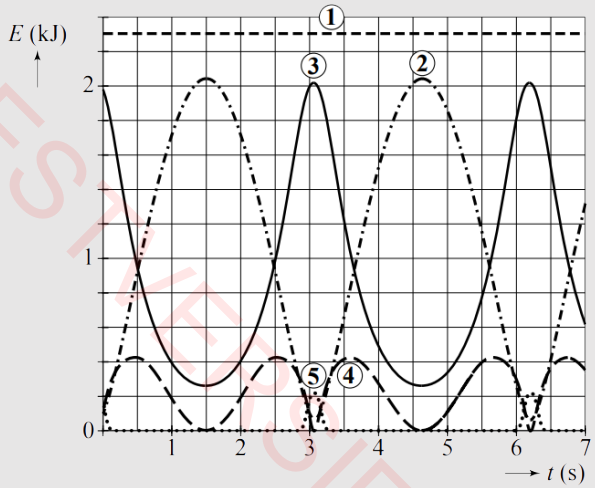
c. (3p) De trein daalt daarna met een verwaarloosbare beginsnelheid af van punt C naar punt D. Punt G bevindt zich 15 meter boven punt D. Ga na met welke snelheid punt G bereikt wordt. Verwaarloos de wrijvingskracht.

d. (3p) In werkelijkheid werkt er natuurlijk wel een wrijvingskracht op het traject. Tussen punt C en D is deze kracht gelijk aan $2{,}50 \times 10^3$ N. De hellingshoek op dit traject is 30 graden. Bereken met deze informatie de warmte die op traject CD is ontstaan.

(bron: examen VWO 1990-2)

15. (5p) Een leerling gaat trampolinespringen op een bungee-trampoline. Hij krijgt een tuigje om, waaraan twee elastische koorden zijn vastgemaakt. De elastische koorden zitten vast aan staalkabels. Deze kabels worden door een elektromotor om een haspel gewonden. Hierdoor wordt de leerling langzaam verticaal omhooggetrokken, totdat hij een flink stuk boven de trampoline stil hangt.

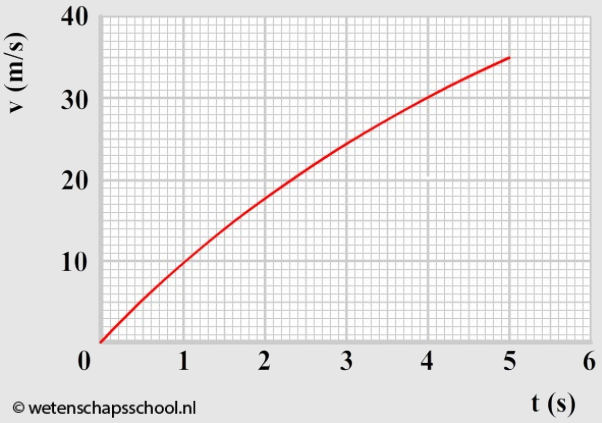
Vervolgens wordt de leerling door een helper omlaag getrokken totdat haar voeten de trampoline raken en hij zich kan afzetten. In het onderstaande (v,t)-diagram is de beweging van het zwaartepunt van de leerling weergegeven tijdens een aantal sprongen. In het diagram zien we de verandering van verschillende soorten energie in de tijd. Geef aan welke grafiek overeenkomt met de kinetische energie, welke met de zwaarte-energie, welke met de veerenergie van de elastieken, welke met de veerenergie van de trampoline en welke met de totale energie.



(bron: examen VWO 2011-1 / Afbeelding: Fort Carson; CC BY 2.0)

TESTVERSIE

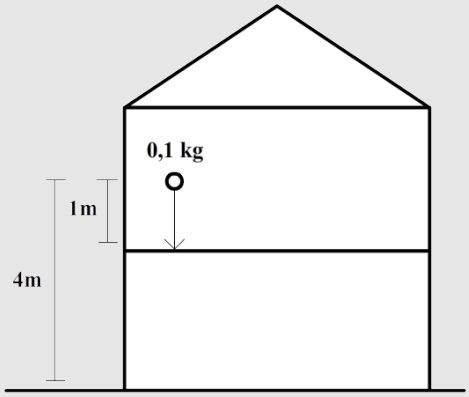
16. (4p) In de rechter afbeelding is een bal afgebeeld die naar de grond valt van de eerste verdieping van een gebouw. Bereken op twee manieren wat de snelheid is waarmee de bal tegen de grond botst. Gebruik eerst de hoogte vanaf de grond op de eerste verdieping en gebruik daarna de hoogte vanaf de begane grond. Laat zien dat je in beide gevallen hetzelfde antwoord vindt. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.



17. (VWO) In de rechter afbeelding is het (v,t)-diagram van een vallend voorwerp weergegeven.

    a. (1p) Hoe zie je aan de grafiek dat het voorwerp luchtwrijving ondervindt?

    b. (6p) Bepaal hoeveel procent van de oorspronkelijke zwaarte-energie in warmte is omgezet ten gevolge van de luchtweerstand.



§2 Arbeid

In deze paragraaf gaan we begrijpen waar de energieformules uit de vorige paragraaf vandaan komen. We hebben hiervoor het begrip arbeid nodig.

Om te begrijpen waar het begrip energie vandaan komt, moeten we eerst het begrip **arbeid** (**W**) bestuderen. Als er een kracht **F** op het voorwerp werkt en dit voorwerp een afstand **s** verplaatst, dan zeggen we dat deze kracht een **arbeid uitoefent op het voorwerp**. De arbeid wordt gegeven door:

HAVO-STOF

$$W = \pm F_{gem}\ s$$

Arbeid (W)	joule (J)
Kracht (F)	newton (N)
Afgelegde weg (s)	meter (m)

De arbeid is **positief** als de kracht **in de bewegingsrichting** wijst en **negatief** als de kracht **tegen de bewegingsrichting in** wijst.

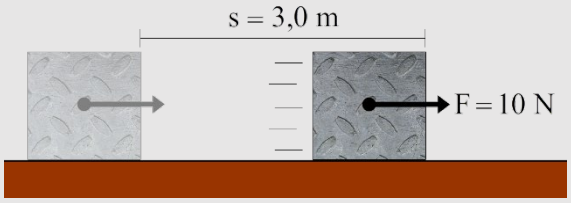
TESTVERSIE

$$W = F_{gem}\ s \cos\alpha$$

Arbeid (W)	joule (J)
Kracht (F)	newton (N)
Afgelegde weg (s)	meter (m)
Hoek tussen kracht en bewegingsrichting (α)	graden (°)

α is hier de **hoek tussen de kracht en de bewegingsrichting**.

Laten we als voorbeeld even kijken naar de rechter afbeel-ding. Een blok wordt met een spierkracht van 10 N een afstand van 3,0 meter naar rechts geduwd. De spierkracht wijst hier **in de bewegingsrichting**. De hoek tussen de kracht en de bewegingsrichting is dus gelijk aan 0°. Er geldt **cos 0° = 1**. De formule versimpelt hiermee tot:



$$W_{spier} = F_{spier}\ s \cos 0^\circ = 10 \times 3,0 \times 1 = 30\ \text{J}$$

Behalve de spierkracht werkt er in het bovenstaande voorbeeld ook een wrijvingskracht. De wrijvingskracht werkt **tegen de bewegingsrichting in**. De hoek tussen de bewegingsrichting en de wrijvingskracht is hier dus 180°. Er geldt **cos 180° = -1**. Er geldt dus:

$$W_w = F_w\ s \cos 180^\circ = 10 \times 3,0 \times -1 = -30\ \text{J}$$

De wrijvingskracht oefent dus een negatieve arbeid uit op het voorwerp.

In de afbeelding werken ook de normaalkracht en de zwaartekracht. Deze krachten staan **loodrecht op de bewegingsrichting**. De hoek tussen de kracht en de bewegingsrichting is in dit geval dus 90°. Er geldt **cos 90° = 0**. Deze krachten oefenen dus **geen arbeid** uit op het voorwerp:

$$W_z = F_z\ s \cos 90^\circ = 0 \qquad W_n = F_w\ s \cos 90^\circ = 0$$

Laten we deze formule eens toepassen op een voorwerp dat van hoogte h_b naar hoogt h_e valt. We verwaarlozen de wrijvingskracht. In dit geval oefent alleen de zwaartekracht een arbeid uit. Omdat de zwaartekracht in de bewegingsrichting wijst, kunnen we de formule voor de arbeid schrijven als:

$$W_z = F_z\ s$$

In het hoofdstuk "Kracht" hebben we gezien dat F_z = mg. De afgelegde afstand s is hier gelijk aan het hoogteverschil $h_b - h_e$. Als we dit invullen in de bovenstaande formule, dan vinden we:

$$W_z = mg(h_b - h_e) = mgh_b - mgh_e$$

In paragraaf 1 hebben we gezien dat de term "mgh" gelijk is aan de zwaarte-energie. We kunnen de bovenstaande formule hiermee herschrijven tot:

$$W_z = E_{z,b} - E_{z,e} = -\Delta E_z$$

We zien hier dat de **arbeid** bij deze valbeweging zorgt voor een **afname van de zwaarte-energie**.

TESTVERSIE

Op eenzelfde manier kunnen we alle energieformules uit de eerste twee paragrafen afleiden. In een filmpje op de website laten we o.a. zien hoe we de formule voor de kinetische energie kunnen afleiden. Uit deze afleiding volgt het zogenaamde **arbeid-energie theorema**:

$$\Sigma W = \Delta E_{kin}$$

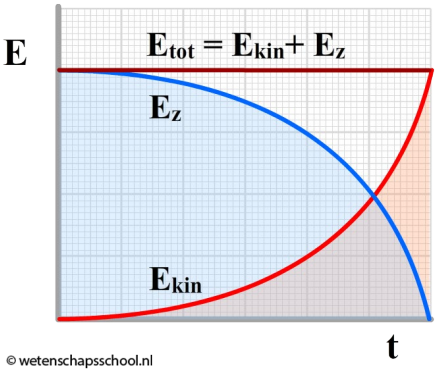
De som van de arbeid (ΣW)	joule (J)
De toename van de kinetische energie (E_{kin})	joule (J)

Laten we deze formule eens invullen voor een voorwerp dat naar de grond valt van hoogte h zonder wrijving. In dat geval oefent alleen de zwaartekracht een arbeid uit:

$$W_z = \Delta E_{kin}$$

Hierboven hebben we gezien dat $W_z = -\Delta E_z$. Ook weten we dat in dit geval de zwaarte-energie aan het eind nul is en de kinetische energie aan het begin nul is. De bovenstaande formule wordt hiermee:

$$E_{z,b} = E_{kin,e}$$



We hebben hiermee aangetoond dat **arbeid** het mechanisme is waarmee de ene energie kan worden **omgezet** in de andere. In dit geval heeft de arbeid van de zwaartekracht ervoor gezorgd dat **zwaarte-energie is omgezet in kinetische energie**. Dit is precies de energieomzetting die we hadden verwacht bij een vallend voorwerp! In het bovenstaande diagram is de omzetting schematisch weergegeven. Merk op dat als de zwaarte-energie afneemt, de kinetische energie evenveel toeneemt. Als we beide grafieken bij elkaar optellen, dan zien we dat de totale energie behouden is.

INSTRUCTIEVIDEO ARBEID

Met W = Fs kunnen het arbeid-energie theorema ook herschrijven tot:

$$F_{res}\, s = \Delta E_{kin}$$

Voorbeeld

Vraag:
Een fietser valt met zijn fietshelm met een snelheid van 5,42 m/s tegen de grond. De absorptielaag in de fietshelm duwt hierdoor 20 mm in. Bepaal de vertraging die de fietser ondergaat tijdens het botsen.

Antwoord:
Bij het indeuken van de helm wordt een arbeid uitgeoefend op de fietshelm. Er geldt dus:

$$W_{helm} = \Delta E_{kin}$$

Met een eindsnelheid van 0 m/s en en behulp van de formule W = Fs, kunnen we dit herschrijven tot:

$$F_{helm}\, s = E_{kin,b}$$

Met F_{res} = ma en met de formule voor de kinetische energie wordt dit:

$$mas = \frac{1}{2}mv^2$$

Dit schrijven we om naar:

$$a = \frac{v^2}{2s}$$

Het antwoord wordt hiermee:

$$a = \frac{5{,}42^2}{2 \times 0{,}020} = 7{,}3 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

(bron: examen 2023-2 VWO)

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met arbeid en het arbeid-energietheorema

1. (1p, VWO) Leg uit hoe de hoek α gedefinieerd is.

2. Een persoon duwt met een spierkracht van 200 N tegen een blok met een onbekende massa. Als gevolg beweegt het blok met een constante snelheid van 3,0 m/s naar rechts.

   a. (3p) Bereken de arbeid die de spierkracht per seconde verricht heeft.

   b. (4p) Bereken de arbeid die de wrijvingskracht per seconde verricht heeft.

   c. (3p) Bereken de arbeid die de zwaartekracht en de normaalkracht per seconde verricht hebben.

3. (1p) Een persoon heeft een zak zand van 25 kg stil in zijn handen. Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht op de zak.

4. Een persoon gooit een steen met een massa van 3,5 kg recht omhoog. De steen legt 4,5 meter af omhoog en legt daarna dezelfde afstand weer af naar beneden. De gemiddelde wrijvingskracht die op de steen werkt is zowel bij het omhoog als bij het omlaag bewegen gelijk aan 8,5 N.

   a. (4p) Bereken de arbeid die de zwaartekracht en de wrijvingskracht verricht hebben terwijl de steen omhoog bewoog.

   b. (4p) Bereken de totale arbeid die op de steen werkt terwijl deze omhoog beweegt. Is de totale arbeid nul, positief of negatief? Leg aan de hand van het arbeid-energietheorema uit waarom je dit verwacht had.

   c. (4p) Bereken de arbeid die de zwaartekracht en de wrijvingskracht verricht hebben terwijl de steen naar beneden bewoog.

   d. (4p) Bereken de totale arbeid die op de steen werkt terwijl deze omlaag beweegt. Is de totale arbeid nul, positief of negatief? Leg aan de hand van het arbeid-energietheorema uit waarom je dit verwacht had.

5. (2p) Een goede kogelstoter wil tijdens het stoten over een zo lang mogelijke afstand contact houden met de kogel. Leg uit waarom dit een goede strategie is. Gebruik in je antwoord de begrippen verplaatsing, arbeid en het arbeid-energietheorema.

6. Bij veel auto's blaast bij een botsing automatisch een airbag op. Hierdoor wordt vaak letsel voorkomen.

   a. (2p) Leg uit hoe een airbag werkt. Gebruik in je antwoord de begrippen arbeid-energietheorema, arbeid en verplaatsing.

   b. (4p) Een persoon met een massa van 70 kg komt met een snelheid van 30 m/s tegen een airbag. De airbag deukt hierdoor 20 cm in. Je mag aannemen dat bij de airbag geen vering optreedt. Bereken de kracht die tijdens de botsing op deze persoon werkt met behulp van het arbeid-energietheorema.

   c. (3p) Vind wederom de kracht die tijdens de botsing op deze persoon werkt, maar nu met behulp van de wet van behoud van energie.

7. (VWO) Een steen wordt met een constante snelheid rondgeslingerd aan een touw.

   a. (2p) Bereken de arbeid die de middelpuntzoekende kracht verricht.

   b. (1p) Leg aan de hand van het arbeid-energietheorema uit waarom je dit antwoord had kunnen verwachten.

8. (3p) Een leerling met een massa van 48 kg laat zich wegschieten met een grote katapult. Hij neemt plaats op een zitje dat is verbonden aan twee elastische koorden met elk een veerconstante van 600 N/m. Dan wordt de leerling 3,0 meter naar beneden getrokken met behulp van een elektromotor. De elastieken rekken hierdoor 4,5 m uit. Bereken de arbeid die de elektromotor minimaal moet verrichten om de leerling op deze positie te krijgen.

9. (3p) Een fietser valt met zijn fietshelm met een snelheid van 5,42 m/s tegen de grond. De absorptielaag in de fietshelm duwt hierdoor 20 mm in. Bepaal de vertraging die de fietser ondergaat tijdens het botsen.

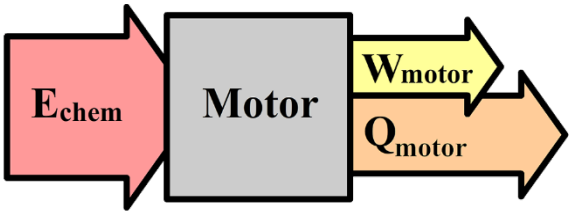
TESTVERSIE

§3 Chemische energie

In de eerste paragraaf hebben we het even gehad over chemische energie. Dit is de energie die is opgeslagen in de bindingen tussen atomen. Een bekend voorbeeld is de energie in brandstoffen zoals benzine. In deze paragraaf gaan we met deze energie leren rekenen. Ook gaan we het kort hebben over energiecentrales.

In verbrandingsmotoren wordt de **chemische energie** in brandstof gebruikt om **arbeid** (**W**) te verrichten. Deze arbeid kan dan bijvoorbeeld gebruikt worden om een auto in beweging te brengen (in dat geval zorgt de arbeid voor een omzetting van chemische energie naar kinetische energie) of je gebruikt een motor bijvoorbeeld om iets op te tillen (in dat geval wordt de chemische energie omgezet in zwaarte-energie). Niet alle chemische energie in de motor zal echter nuttig gebruikt worden. Er gaat namelijk ook veel energie verloren in de vorm van **warmte** (**Q_{motor}**). Er geldt dus:

$$E_{ch} = W_m + Q_m$$



De **fractie** van de energie die nuttig gebruikt wordt noemen we het **rendement**:

$$\frac{E_{nuttig}}{E_{totaal}} = \eta$$

Nuttige energie (E_{nuttig})	joule (J)
Totale energie (E_{totaal})	joule (J)
Rendement (η)	-

Het rendement is in deze formule een getal tussen de **0** en de **1**. Het rendement wordt ook vaak uitgedrukt als **percentage**. In dat geval moet het rendement uit de formule vermenigvuldigd worden met 100. Als η = 0,20, dan is het rendement dus 20%. Als η = 0,02, dan is het rendement dus 2%.

In het geval van een verbrandingsmotor kunnen we de formule herschrijven tot:

$$\frac{W_m}{E_{ch}} = \eta$$

Arbeid die de motor verricht (W_{motor})	joule (J)
Chemische energie (E_{ch})	joule (J)
Rendement (η)	-

TESTVERSIE

We kunnen de arbeid die de motor verricht ook uitrekenen met de volgende formule:

$$W_{motor} = F_{motor}\ s$$

Arbeid die de motor verricht (W_{motor})	joule (J)
Motorkracht (F_{motor})	newton (N)
Afstand (s)	meter (m)

De chemische energie berekenen we met de **stookwaarde**. De stookwaarde vertelt ons hoeveel joule aan chemische energie er in een kubieke meter of een kilogram van een bepaalde brandstof zit. Benzine heeft bijvoorbeeld een stookwaarde van 33×10^9 J/m^3 en steenkool een stookwaarde van 29×10^6 J/kg. Dit betekent dus dat je uit een kubieke meter benzine 33×10^9 joule aan chemische energie kan halen en uit een kilogram steenkool 29×10^6 joule aan chemische energie. Voor een heel aantal brandstoffen kan je de stookwaarde in BINAS opzoeken. Met de stookwaarde kunnen we als volgt de hoeveelheid chemische energie berekenen:

$$E_{ch} = r_v V \qquad E_{ch} = r_m m$$

Chemische energie (E_{ch})	joule (J)
Stookwaarde (r_v)	joule per kubieke meter (J/m^3)
Stookwaarde (r_m)	joule per kilogram (J/kg)
Volume (V)	kubieke meter (m^3)

EXPERIMENT CHEMISCHE ENERGIE IN EEN PINDA

INSTRUCTIEVIDEO CHEMISCHE ENERGIE

Ook in voedsel zit energie. Voor pinda's is de stookwaarde bijvoorbeeld ongeveer de 24×10^6 J/kg. Een enkele pinda kan je hier bijna twee minuten op laten branden (zie het filmpje met de bovenstaande QR-code).

Voorbeeld

Opdracht:
Een verbrandingsmotor levert 10×10^7 J aan nuttige energie en heeft een rendement van 30%. Bereken hoeveel liter benzine hiervoor moet worden verbrand.

Antwoord:
Laten we eerst de gegevens opschrijven:
$W_m = 10 \times 10^7$ J
$\eta = 30 / 100 = 0{,}30$
$r_{benzine} = 33 \times 10^9$ J/m^3 (BINAS)

Dan gebruiken we de formule voor het rendement:

$$\frac{E_m}{E_{ch}} = \eta$$

Hiermee berekenen we de chemische energie:

$$E_{ch} = \frac{W_m}{\eta} = \frac{10 \times 10^7}{0,30} = 3,3 \times 10^8 \text{ J}$$

Met de chemische energie berekenen we het volume:

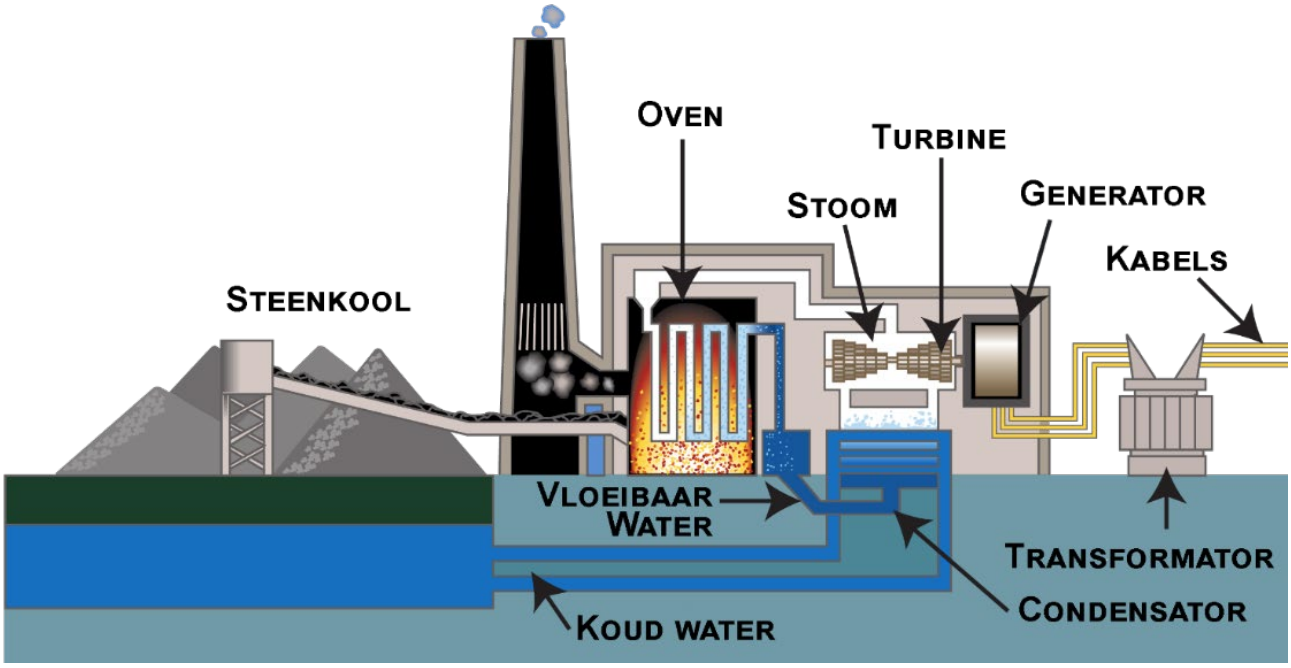
$$V = \frac{E_{ch}}{r_V} = \frac{3,3 \times 10^8}{33 \times 10^9} = 0,010 \text{ m}^3 = 10 \text{ L}$$

Er is dus 10 L benzine verbrand.

Veel van de energie die we in huishoudens gebruiken komt van **energiecentrales**. In de volgende afbeelding zien we een traditionele **fossiele brandstofcentrale**. In de centrale die is afgebeeld wordt het (behoorlijk vervuilende) **steenkool** als brandstof gebruikt, maar hetzelfde systeem kan ook gebruikt worden voor andere (minder vervuilende) fossiele brandstoffen zoals **aardgas**. De steenkool wordt uit een mijn gehaald en verbrand in een oven, Met de warmte die hierbij vrijkomt, wordt water aan de kook gebracht. De stoom die hierbij ontstaat, zorgt dat een **turbine** gaat draaien. De turbine zorgt op zijn beurt voor het draaien van spoelen in een **generator**. Door de aanwezigheid van magnetische velden in de generator wordt hiermee **elektriciteit opgewekt**.

TESTVERSIE

Een soortgelijk systeem gebruiken we voor het opwekken van elektrische energie uit schonere energiebronnen. Denk bijvoorbeeld aan een **waterkrachtcentrale**, een **windmolen**, en een **kerncentrale**. Bij een windmolen wordt de turbine aangedreven door wind en bij een waterkrachtcentrale met behulp van stromend water. Bij een kerncentrale wordt energie opgewekt door het **splijten** van zware atoomkernen zoals **uranium** (zie het hoofdstuk radioactiviteit). De warmte die bij een kernreactor vrijkomt, wordt net als bij de kolencentrale gebruikt om water aan de kook te brengen en zo met de ontstane stoom een turbine te laten draaien.

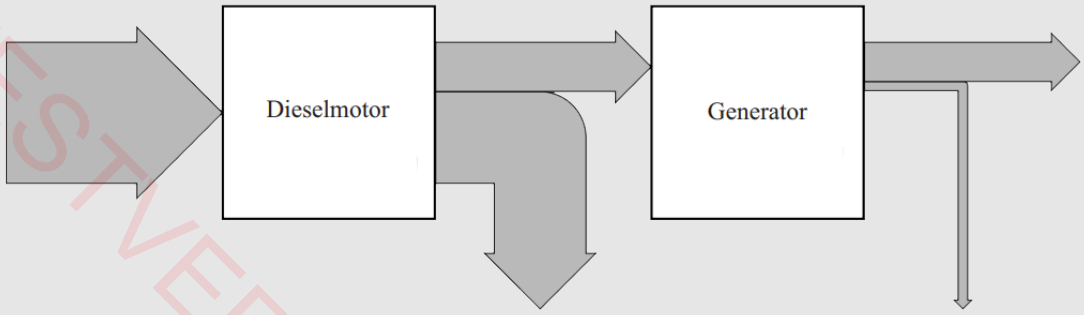


(Afbeelding: Tennessee Valley Authority, PD)

Tegenwoordig worden veel huishoudens ook van energie voorzien met behulp van **zonnecellen**. Zonnecellen bestaan uit **halfgeleiders** die als eigenschap hebben dat ze elektriciteit genereren als er licht op valt. Daarnaast is **waterstof** een interessante brandstof waar recent veel onderzoek naar wordt gedaan. Waterstof ontstaat door een stroom te laten lopen door water (we noemen dit ook wel **elektrolyse**). Deze waterstof kan daarna als brandstof worden gebruikt om bijvoorbeeld auto's aan te drijven.

Zorg dat je kan rekenen met $\eta = W_m/E_{ch}$, $W_m = F_m\,s$ en $E_{ch} = r_V V$

1. (1p) Beschrijf de energieomzetting die plaatsvindt in een generator.
2. (1p) Noem een voordeel en een nadeel van windenergie.
3. (3p) Op een marineschip wordt elektriciteit opgewekt met een dieselmotor. Deze motor verbrandt stookolie en zet hiermee een generator in beweging, die elektriciteit produceert. In de onderstaande afbeelding zijn deze twee processen met pijlen op schaal weergegeven.



Noteer bij elke pijl de juiste energie. Kies uit kinetische energie, chemische energie, elektrische energie en warmte. Sommige soorten energie zullen meerdere keren voorkomen.
(bron: examen 2019-1 HAVO)

TESTVERSIE

4. (1p) Beschrijf de energieomzetting van de verbranding van benzine in de motor van een auto.
5. (4p) Een tractor verbrandt tijdens een rit 250 mL aan benzine. Bereken hoeveel chemische energie de tractor verbruikt heeft.
6. (4p) Een automotor verbruikt $3{,}0 \times 10^4$ J aan nuttige energie. De auto heeft een rendement van 40%. Bereken hoeveel milliliter benzine de auto verbrandt.
7. In een dieselmotor met een rendement van 33% wordt 0,50 L gasolie verbrand.
    a. (5p) Bereken hoeveel energie de motor hierbij nuttig verbruikt.
    b. (2p) De motorkracht van de auto is $2{,}8 \times 10^3$ N. Bereken de afstand die de auto hiermee kan afleggen.
8. (6p) Een auto met een rendement van 45% verbrandt 1,5 L benzine in 15 kilometer. Bereken de motorkracht van de auto.
9. Een auto maakt een rit met een constante snelheid waarbij 4,5 L aan benzine verbrand wordt. Het rendement van de motor is 45%. De motorkracht waarmee de auto voortbeweegt is $3{,}2 \times 10^3$ N.
    a. (4p) Bereken hoeveel warmte er in de motor is ontstaan tijdens deze beweging.
    b. (2p) Bereken hoeveel warmte er is ontstaan door de wrijving tussen de wielen en de weg.
    c. (2p) Bereken de afstand die de auto heeft afgelegd.
10. (5p) Een auto met een massa van $4{,}0 \times 10^3$ kg rijdt vanuit stilstand tegen een helling op met een hellingshoek van 10 graden. De auto begint op een hoogte van 30 meter en eindigt met een snelheid van 28,8 km/h op een hoogte van 45 meter. De motorkracht van de auto tijdens de rit is $1{,}5 \times 10^4$ N. Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die de auto ondervindt.
11. (VWO, 5p) Vergelijk de chemische energie in een kubieke meter benzine en een kubieke meter balsahout. Bereken hiervoor eerst hoeveel kilogram er in een kubieke meter balsahout zit.

§4 Vermogen

In deze paragraaf introduceren we verschillende formules voor het vermogen.

Het **vermogen** (**P**) wordt gemeten in **watt** (**W**) en dit is gelijk aan **joule per seconde**. We kunnen het vermogen op de volgende twee manieren berekenen:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Vermogen (P)	watt (W)
Toename van de energie (ΔE)	joule (J)
Arbeid (W)	joule (J)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

De formule P = W/Δt kunnen we ook herschrijven met behulp van W = Fs = FΔx. We vinden dan:

$$P = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = Fv$$

TESTVERSIE

We kunnen het vermogen dus ook bereken met:

$$P = Fv$$

Vermogen (P)	watt (W)
Kracht (F)	newton (N)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

INSTRUCTIEVIDEO VERMOGEN

Voorbeeld

Vraag:
Een sprinter met een massa van 80 kg bereikt binnen 2,0 seconden een snelheid van 10 m/s. Bereken het gemiddelde vermogen dat hier minimaal voor nodig is.

Antwoord:
Het minimale vermogen is het vermogen zonder verlies door warmte. We zijn hier dus alleen geïnteresseerd in de kinetische energie die is ontstaan. We vinden:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \times 80 \times 10^2 = 4,0 \times 10^3 \text{ J}$$

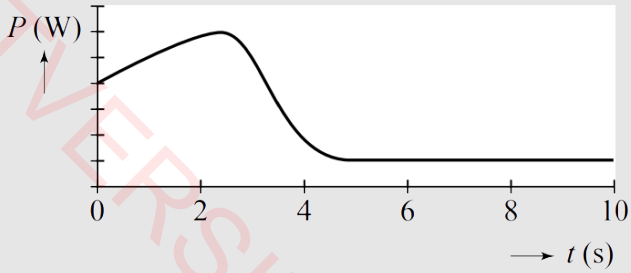
Het vermogen wordt dan dus:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{4,0 \times 10^3}{2} = 2,0 \times 10^3 \text{ W}$$

Er is dus minimaal gemiddeld 2,0 × 10^3 joule per seconde omgezet in kinetische energie.

Zorg dat je kan rekenen met P = ΔE/Δt en P = Fv

1. (4p) Een auto heeft een topsnelheid van 230 km/h. Het maximale vermogen van de motor van de auto is 105 kW. Bereken de grootte van de totale wrijvingskracht werkend op de auto bij deze snelheid.
2. (1p) Een auto versnelt vanuit stilstand met een constant vermogen. Leg uit of de motorkracht tijdens deze beweging gelijk blijft, groter wordt of kleiner wordt.
3. Een leerling stapt in een attractie bestaande uit een hoge mast met een zweefmolen. Nadat de passagiers in de stoeltjes hebben plaatsgenomen, beweegt de zweefmolen eerst zonder te draaien langs de mast omhoog. In 8,0 s gaat de zweefmolen 30 meter omhoog. In de mast bevindt zich een contragewicht met een massa gelijk aan de totale massa van de zweefmolen zonder passagiers. Dit contragewicht is via een katrol boven in de mast verbonden met de zweefmolen en daalt met dezelfde snelheid als de verticale snelheid van de zweefmolen. Zo wordt energie bespaard. Voor de verticale verplaatsing wordt een elektromotor gebruikt met een rendement van 90%. Neem aan dat er 22 passagiers met een gemiddelde massa van 60 kg in de stoeltjes hebben plaatsgenomen.
   a. (6p) Bereken het minimale elektrische vermogen van deze elektromotor.
   b. (1p) Na het omhooggaan begint de zweefmolen te draaien. Hiervoor wordt een tweede elektromotor gebruikt. Op t = 0 s begint de zweefmolen te draaien en na 5 s draait hij met constante snelheid. Het vermogen van deze tweede elektromotor is in de onderstaande afbeelding uitgezet tegen de tijd. Waarom is het vermogen voor t = 5 s groter dan na t = 5 s?



   c. (1p) Waarom is het vermogen na t = 5 s niet gelijk aan 0 W?

(bron: examen VWO 2012-1)

TESTVERSIE

4. De Kingda Ka is één van de snelste en hoogste achtbanen ter wereld. Wie in de Kingda Ka stapt, maakt mee dat de trein in 3,5 seconde vanuit stilstand tot 205 km/h wordt versneld en daarna 139 m omhoog wordt gejaagd. Vervolgens stort de trein zich loodrecht in de diepte, waarna een tweede heuvel volgt. Bij de start wordt de trein van de Kingda Ka op een horizontale baan versneld. Een elektromotor zorgt hier voor de aandrijving. De massa van de trein met passagiers bedraagt $3{,}3 \times 10^3$ kg.

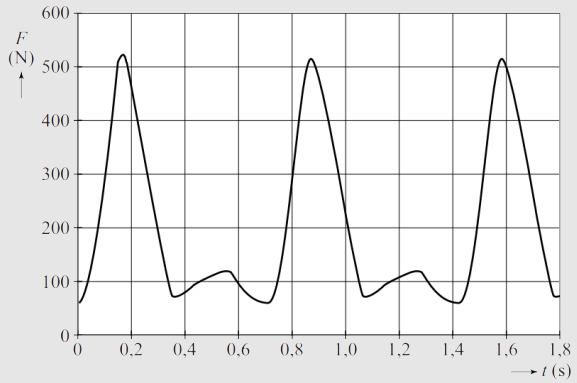
   a. (4p) Bepaal het gemiddelde vermogen dat de elektromotor gedurende de eerste 3,5 s minimaal moet leveren.

   b. (1p) Waarom gebruiken we hier het woord “minimaal”?

   c. (4p) Aan het einde van de horizontale baan werkt er geen aandrijvende kracht meer. Het (zwaartepunt van het) treintje gaat daarna 139 m omhoog. Natuurlijk moet de trein wel de top halen. Een bepaald percentage van de bewegingsenergie wordt tijdens de rit naar boven omgezet in warmte ten gevolge van de wrijving. Bereken hoe groot dit percentage maximaal mag zijn.

   (bron: examen VWO 2010-1)

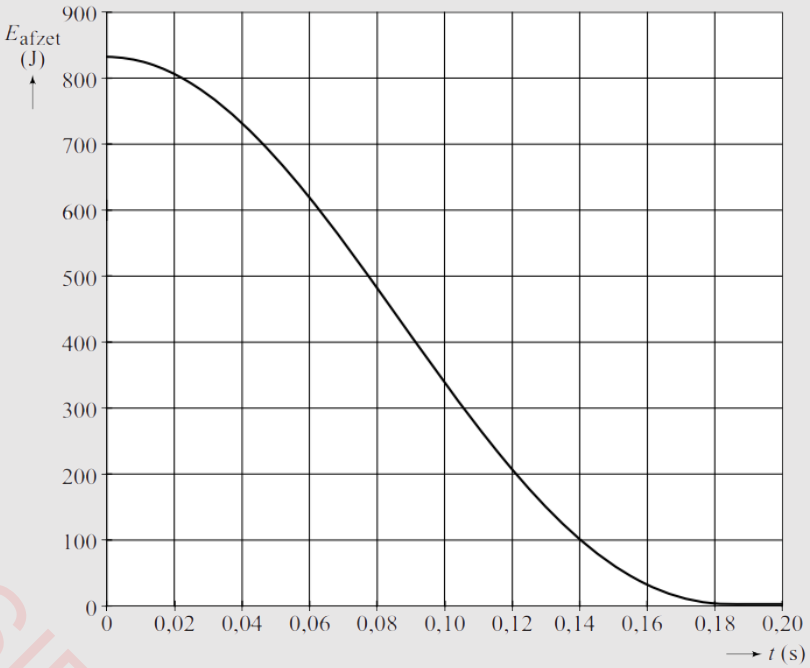
5. (VWO, 6p) Een wielrenner fietst op zijn hometrainer. Elke voet maakt een rotatie met een straal van 17,5 cm. Een meetsysteem meet de kracht van de voet op het pedaal. Deze kracht is als functie van de tijd hieronder weergegeven. De grafiek geldt voor één voet. Met zijn andere voet doet de wielrenner hetzelfde. Bepaal het vermogen dat de wielrenner levert.



   (bron: examen VWO 2014-1)

6. Een volleyballer maakt een verticale sprong. In het rechter diagram zien we het energieverbruik van de springer tijdens het afzetten.

   a. (2p) Bepaal met behulp van het figuur op welk tijdstip het vermogen van de springer maximaal is.

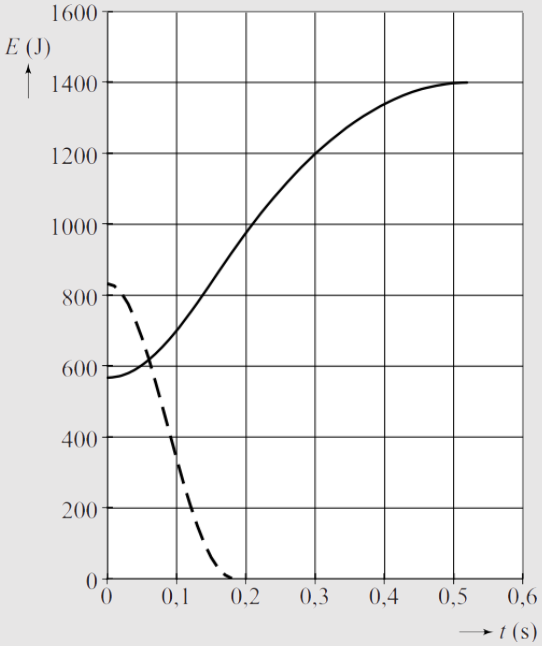


TESTVERSIE

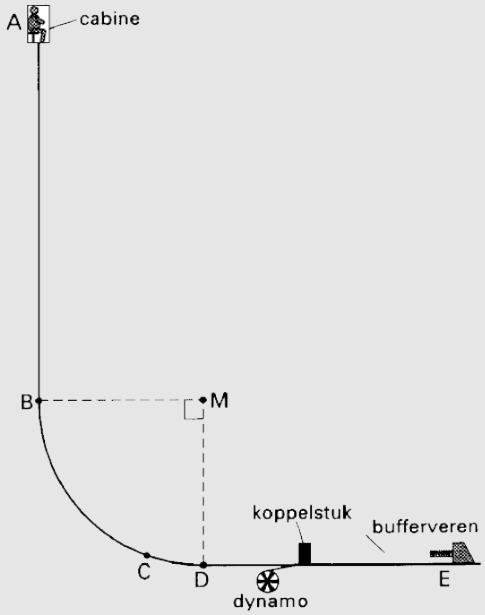
b. (2p) In het volgende figuur is de zwaarte-energie en de afzetenergie van de springer weergegeven. De kinetische energie is nog niet weergegeven. Leg uit dat de kinetische energie op t = 0 s en t = 0,5 s gelijk is aan nul.

c. (3p) Teken in het diagram de grafiek voor de kinetische energie. Je mag de warmte die ontstaat door de wrijvingskrachten verwaarlozen.

(bron: examen VWO 2015-1)



7. Bij een attractie in een pretpark kan men ondervinden hoe een "vrije" val voelt. Een persoon wordt in een speciale cabine geplaatst die tot een bepaalde hoogte wordt opgetakeld (zie de rechter afbeelding). De cabine wordt in punt A losgelaten. Op het traject AB is de beweging op te vatten als een vrije val. Op traject BD is de baan cirkelvormig. Vanaf D is de baan horizontaal. Op het stuk DE komt de cabine tot stilstand. De snelheid van de cabine in punt B is 15,2 m/s.



a. (3p) Bereken de afstand waarover de inzittende gewichtsloos valt.

b. (4p) Het zwaartepunt van de inzittende doorloopt op het traject BCD een kwart cirkel met een straal van 5,0 m. Op het stuk BCD is de wrijving niet te verwaarlozen. De massa van de cabine met inzittende is 250 kg. De gemiddelde wrijvingskracht is op dit traject $0{,}5 \times 10^3$ N. Bereken de snelheid van de cabine op punt D.

c. (4p) Op het horizontale traject DE botst de cabine tegen een koppelstuk dat over de rail kan bewegen. Na de botsing blijft de cabine aan het koppelstuk vastzitten. Wrijving wordt op dit horizontale traject verwaarloosd. Aan het koppelstuk is een kabel bevestigd. De andere kant van de kabel is om de as van een dynamo gewikkeld. Zodra de kabel strak is getrokken, gaat de dynamo draaien. De opgewekte elektrische energie wordt in het pretpark gebruikt. Het koppelstuk heeft een massa van 30 kg. De snelheid van cabine en koppelstuk onmiddellijk na de botsing is 15 m/s. Het door de dynamo uitgeoefende remvermogen is dan 12 kW. Bereken de vertraging van de cabine met het koppelstuk op het eerste moment van het afremmen door de dynamo.

d. (3p, VWO) Indien deze manier van afremmen mislukt, zijn als beveiliging aan het einde van de baan twee bufferveren naast elkaar aangebracht. Neem aan dat het koppelstuk met cabine en inzittende dan met een snelheid van 15 m/s tegen deze veren botst. De veren worden dan 1,2 m ingedrukt. Bereken de veerconstante van één bufferveer.

(bron: examen VWO 1994-2)

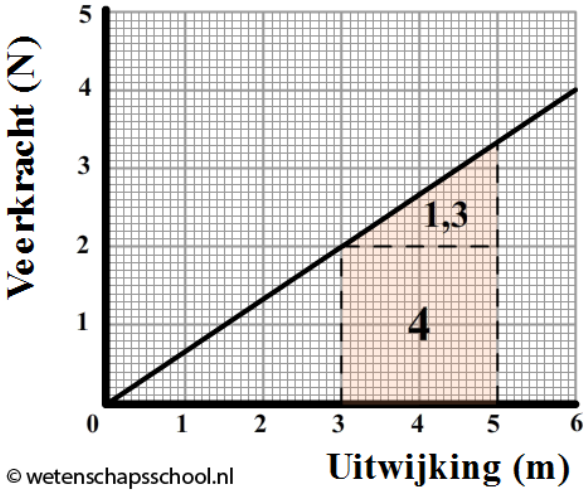
TESTVERSIE

§5 (F,s)-diagrammen (VWO)

In deze paragraaf gaan we de arbeid bepalen met (kracht,verplaatsing)-diagrammen.

We kunnen de geleverde arbeid ook uitrekenen met behulp van een **(kracht,verplaatsing)-diagram**. De **oppervlakte onder deze grafiek** is gelijk aan "F×s" en dit is precies de geleverde arbeid.

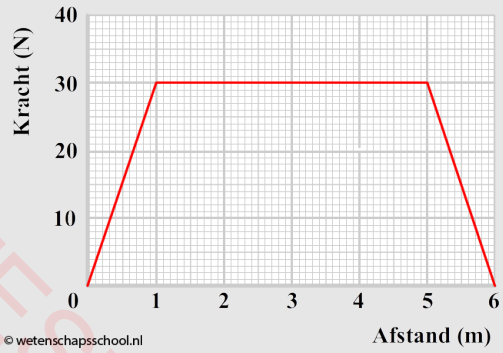
Hieronder zien we een (kracht,verplaatsing)-diagram van een veer. Stel we willen de energie bepalen die nodig is om een veer van u = 3,0 cm naar u = 5,0 cm te trekken. Het oppervlak onder de grafiek tussen deze twee uitwijkingen is gelijk aan 5,3 J. De veerenergie is dan dus met 5,3 J toegenomen.



INSTRUCTIEVIDEO (F,s)-DIAGRAMMEN

Zorg dat je de arbeid kan bepalen met behulp van de oppervlaktemethode in een (F,s)-diagram

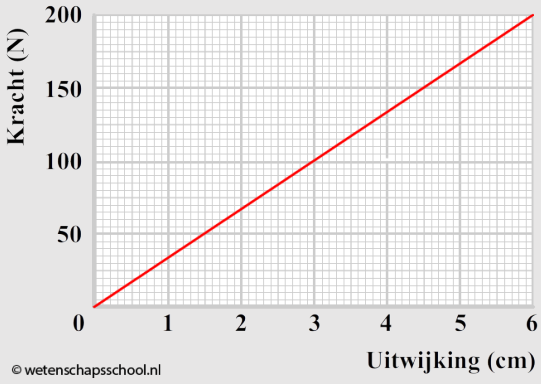
1. Een persoon duwt een blok naar rechts over een wrijvingsloos oppervlak. Hieronder zien we het (F,s)-diagram van de beweging.



   a. (2p) Leg voor elk deel van de grafiek uit of het blok versnelt, vertraagt of met een constante snelheid voortbeweegt.

   b. (2p) Bereken de totale arbeid die verricht is bij het duwen van het blok.

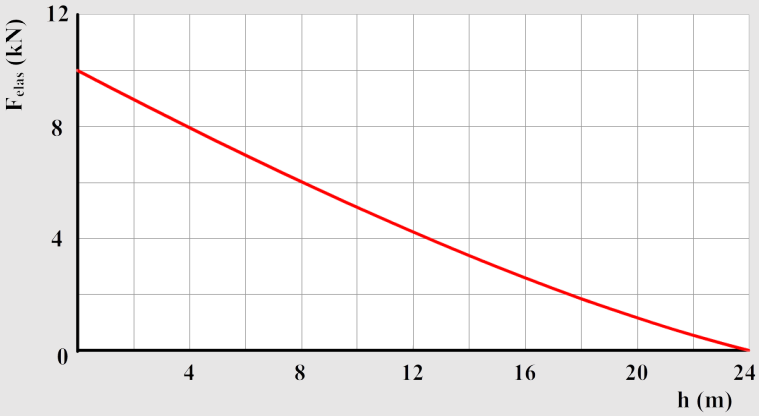
2. (2p) In de onderstaande afbeelding zien we een (F,u)-diagram van een veer. Bepaal met behulp van de grafiek de arbeid die de veer uitoefent als we de veer uitrekken van u = 1,0 cm naar u = 5,0 cm.



TESTVERSIE

3. Vertical Shot is een kermisattractie. Aan twee pilaren zijn elastieken vastgemaakt. Aan deze elastieken hangt een bol waarin twee personen plaatsnemen. De bol wordt met behulp van een elektromagneet op de grond gehouden, terwijl de elastieken aangespannen worden. Nadat de personen vastgegespt zijn, wordt de elektromagneet uitgezet en schiet de bol verticaal omhoog.

In de onderstaande grafiek is de kracht van beide elastieken uitgezet tegen de hoogte van de bol. Op een hoogte van 24 meter werken er geen krachten meer op de elastieken.



De bol met passagiers hebben samen een massa van 250 kg. We nemen in deze vraag aan dat de wrijvingskracht te verwaarlozen is.

a. (4p) De bol behaalt zijn maximale snelheid op een hoogte van 16 meter. Laat met behulp van de grafiek zien dat dit het geval is.

b. (4p) Bepaal de maximale hoogte die de bol bereikt.

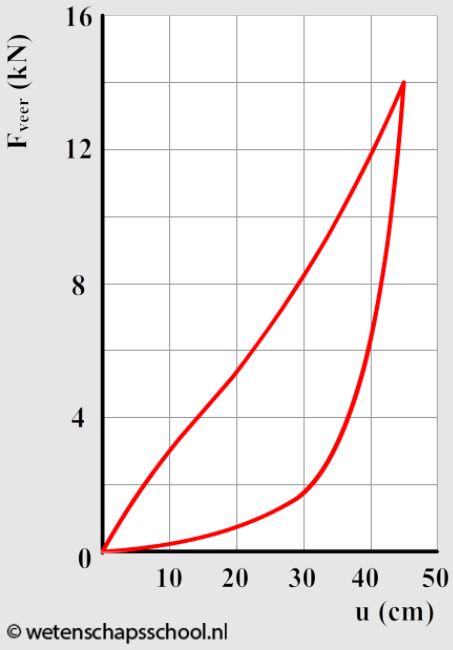
(bron: examen VWO 2003-2)

4. Een polsstokhoogspringer van 80 kg maakt zich klaar voor een sprong met een stok van 6,0 m lang. Het zwaartepunt van de springer bevindt zich voor de sprong op een hoogte van 0,90 m en de stok met een massa van 3,0 kg bevindt zich in horizontale stand op dezelfde hoogte. De springer neemt een aanloop en vlak voor de afzet is de snelheid van de atleet met de polsstok 8,8 m/s. De springer plaatst zijn stok op de grond en met behulp van de veerkracht van de stok springt hij de lucht in. De atleet gaat dan met een te verwaarlozen horizontale snelheid gestrekt over de lat. Neem aan dat de polsstok wordt losgelaten als deze verticaal stilstaat op de grond.

a. (4p) Bereken de hoogte van het zwaartepunt van de springer op het moment dat hij over de lat gaat. De invloed van de luchtwrijving mag worden verwaarloosd.

TEGENVIRUS

b. (4p) Na het passeren van de lat komt de atleet neer op een dikke mat. De verplaatsing van het oppervlak van de mat door de vallende atleet wordt de uitwijking (u) genoemd. Ten gevolge van deze verplaatsing oefent de mat een veerkracht uit op de atleet. Hieronder is de veerkracht van de mat tijdens het neerkomen en terugveren van de atleet weergegeven. Vanaf het moment dat de atleet de mat treft, doorloopt hij de grafiek met de klok mee. Bij u = 45 cm komt de springer even tot stilstand en daarna veert de springer weer terug omhoog. Bepaal met behulp van het diagram met welke snelheid de atleet op de mat is geland.



c. (3p) Na het terugveren blijkt dat een deel van de kinetische energie van de springer geabsorbeerd is door de mat. Laat met behulp van het bovenstaande diagram zien dat het hier gaat om $1{,}9 \times 10^3$ J.

(bron: examen VWO 1985-2)

§6 Gravitatie-energie (VWO)

In deze paragraaf introduceren we de gravitatie-energie. We gaan dit begrip o.a. gebruiken om uit te rekenen hoeveel energie nodig is om een voorwerp uit een gravitatieveld te laten ontsnappen.

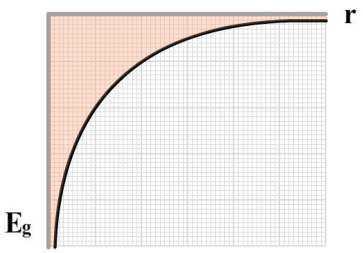
De energie behorende bij de gravitatiekracht noemen we de **gravitatie-energie**. Deze wordt gegeven door:

$$E_g = -\frac{GMm}{r}$$

Gravitatie-energie (E_g)	joule (J)
Gravitatieconstante (G)	$6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
Voorwerp met grote massa (M)	massa (kg)
Voorwerp met kleine massa (m)	massa (kg)
Baanstraal (r)	meter (m)

TESTVERSIE

Aan de formule kan je zien dat de gravitatie-energie altijd **negatief** is en dat de gravitatie-energie de **nul joule** nadert als de twee massa's erg ver van elkaar verwijderd zijn. Dit is ook te zien aan de rechter grafiek die hoort bij deze formule.



Met deze energie kunnen we o.a. de **minimale snelheid** uitrekenen die nodig is om een voorwerp te laten ontsnappen uit het gravitatieveld van bijvoorbeeld de aarde. We noemen deze minimale snelheid de **ontsnappingssnelheid**.

Stel we schieten een voorwerp weg van de aarde met **net genoeg** kinetische energie dat het kan ontsnappen. Op het moment waarop het voorwerp net is afgeschoten, heeft het voorwerp kinetische energie en gravitatie-energie. Op het moment dat het voorwerp ontsnapt is, heeft het voorwerp al zijn kinetische energie verbruikt. Ook is dan de gravitatie energie nul geworden, omdat het voorwerp ver weg is van de planeet. Er geldt dus:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

$$E_{kin,b} + E_{g,b} = 0$$

Nu vullen we de formules in. Let op het minteken van de gravitatie-energie:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{GMm}{r_b} = 0$$

De tweede term halen we naar de rechterkant:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 = \frac{GMm}{r_b}$$

Nu delen we aan beide kanten de kleine "m" weg:

$$v_{begin}^2 = \frac{2GM}{r_b}$$

Als we nu aan beide kanten de wortel trekken, dan vinden we de formule voor de ontsnappingssnelheid:

$$v_{ontsnapping} = \sqrt{\frac{2GM}{r_b}}$$

Ontsnappingssnelheid ($v_{ontsnapping}$)	meter per seconde (m/s)
Voorwerp met grote massa (M)	massa (kg)
Gravitatieconstante (G)	$6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
Afstand tussen M en m bij afschieten (r_b)	meter (m)

TESTVERSIE

Laten we de ontsnappingssnelheid van de aarde berekenen. Omdat de raket vertrekt vanaf het aardoppervlak, vullen we voor r de straal van de aarde in. We vinden:

$$\sqrt{\frac{2 \times 6,7 \times 10^{-11} \times 5,9 \times 10^{24}}{6,4 \times 10^{6}}} = 11 \times 10^{3} \text{ m/s}$$

De ontsnappingssnelheid van de aarde is dus 11 km/s.

INSTRUCTIEVIDEO ONTSNAPPINGS-SNELHEID

Zorg dat je kan rekenen met de gravitatie-energie en de ontsnappingssnelheid

1. (4p) Een persoon wil berekenen hoe snel hij een kanonskogel omhoog zou moeten afschieten om deze te laten ontsnappen aan het gravitatieveld van de aarde. Bereken deze snelheid in km/s. Je mag de wrijvingskracht van de atmosfeer verwaarlozen.

2. (3p) Een planeet beweegt in een ellipsbaan om de zon. De totale energie van een planeet in een baan om de zon bestaat uit de som van zijn kinetische energie en zijn gravitatie-energie. Beredeneer hiermee dat een planeet dichter bij de zon een grotere snelheid heeft dan op grotere afstand van de zon.

3. (6p) Een terugkerende ruimtecapsule met een massa van $5{,}8 \times 10^3$ kg bevindt zich op 500 km hoogte en heeft een baansnelheid van $7{,}5 \times 10^3$ m/s. Om veilig te landen moet de capsule in de atmosfeer bijna al zijn energie kwijtraken. Bereken de orde van grootte van dit energieverlies.

4. (6p) Een komeet met een massa van 12×10^3 kg beweegt op een hoogte van 100 km boven het aardoppervlak met een snelheid van 50 km/s richting de aarde. Bij aankomst op de aarde is de massa van de komeet afgenomen tot $6{,}0 \times 10^3$ kg. Het totaal van de kinetische energie en de gravitatie-energie is dan nog slechts 0,20% van de oorspronkelijke totale energie. Bereken met welke snelheid de komeet op de aarde aankomt.

5. Een ruimteschip gaat in een rechte baan van de aarde naar de maan.

   a. (2p) Neemt de gravitatie-energie van het ruimteschip tijdens de lancering toe of af? Licht je antwoord toe.

   b. (4p) Bij het opstijgen van het ruimteschip wordt gebruik gemaakt van een stuwraket. Nadat de stuwraket op een hoogte van 300 km boven het aardoppervlak wordt afgeworpen, moet het ruimteschip voldoende snelheid hebben om de maan te bereiken. De massa van het ruimteschip is $4{,}0 \times 10^3$ kg. Bereken de orde van grootte van de minimale kinetische energie die het ruimteschip moet hebben op het moment van het afwerpen van de stuwraket om de maan te kunnen bereiken. De gravitatiekracht van de maan op de raket is te verwaarlozen.

6. Een communicatiesatelliet wordt met behulp van een raket in een geostationaire baan rond de aarde gebracht. Deze banen bevinden zich op een hoogte van $35{,}8 \times 10^3$ km boven het aardoppervlak. De satelliet beweegt met een snelheid van $3{,}1 \times 10^3$ m/s in zijn baan. De massa van de satelliet is $3{,}90 \times 10^3$ kg.

   a. (6p) Bereken de arbeid die de gravitatiekracht verricht als de satelliet vanaf de aarde naar zijn baan gebracht wordt.

   b. (3p) Om het gemakkelijker te maken om deze arbeid te verrichten, wordt gebruik gemaakt van de draaiing van de aarde om zijn eigen as. Bereken de kinetische energie van de satelliet op de evenaar door de draaiing van de aarde.

   c. (2p) Bereken hoeveel arbeid er dan nog minimaal door de motorkracht verricht moet worden om de satelliet in zijn baan te krijgen.

7. De verkenner Pioneer-10 werd gelanceerd in 1972 en was in 1983 het eerste ruimtevaartuig dat ons zonnestelsel verliet. In 1983 bewoog Pioneer-10 met een snelheid van ongeveer 2,6 AE per jaar in de richting van de rode ster Aldebaran.

   a. (4p) Bereken hoeveel jaar Pioneer-10 over zijn reis naar Aldebaran zal doen als hij zijn hele reis met de gegeven snelheid beweegt.

   b. (2p) In het begin van de reis wordt Pioneer-10 door de zon vertraagd. Aan het eind van zijn reis wordt Pioneer-10 door Aldebaran versneld. Tim en Maaike bespreken het effect hiervan op de gemiddelde snelheid van Pioneer-10. Tim denkt dat de gemiddelde snelheid minder dan 2,6 AE per jaar is door de invloed van de zon. Maaike meent dat de gemiddelde snelheid meer dan 2,6 AE per jaar is, omdat de massa van Aldebaran 25 keer zo groot is als de massa van de zon. Leg uit wie er gelijk heeft.

   c. (6p) In 1983 bevond Pioneer-10 zich op een afstand $r = 6{,}2 \times 10^{12}$ m van de zon. Toon aan dat zijn snelheid dan ruimschoots voldoende is om uit het zonnestelsel te ontsnappen.

   (bron: examen VWO 2011-1)

TESTVERSIE

§7 Modelleren met energie (VWO)

In deze paragraaf gaan we een model maken met de begrippen energie en vermogen.

We kunnen ook modelleren met energie en vermogen. Hieronder zien we het model van een speelgoedautootje met een motor met een constant vermogen van 10 W. We verwaarlozen de rolwrijvingskracht, maar niet de luchtwrijvingskracht.

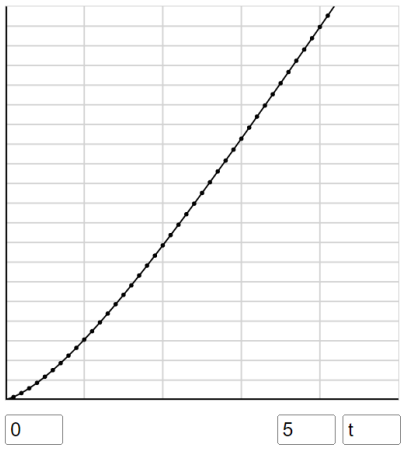
Modelregels:

```
t=t+dt
Fw=k*v^2
Ptot=Pm-Fw*v
Ek=Ek+Ptot*dt
v=sqrt(2*Ek/m)
x=x+v*dt
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
Pm=10
v=0
x=0
Ek=0
k=0.05
m=1
```

Diagram:



Laten we de modelregels stap voor stap bespreken. De tweede modelregel (**Fw = k*v^2**) geeft de luchtwrijvingskracht. In de derde regel wordt het totale vermogen van de auto berekend. Er geldt dat het totale vermogen (P_{tot}) gelijk is aan het vermogen dat de motor levert (P_m) min het vermogen dat verloren gaat door de wrijvingskracht (P_w):

- **Ptot = Pm - Pw**

Voor het vermogen van de luchtwrijvingskracht geldt $P_w = F_w v$. Hiermee wordt de derde regel:

- **Ptot = Pm - Fw*v**

Voor de volgende regel gebruiken we dat elk tijdstapje de toename van de energie (ΔE) wordt toegevoegd aan de kinetische energie:

- **Ek = Ek + dE**

Gebruikmakend van de formule $\Delta E = P\Delta t$, kunnen we dit herschrijven tot:

- **Ek = Ek + P*dt**

Als we de formule voor de kinetische energie ($1/2mv^2$) omschrijven, dan kunnen we hiermee de snelheid uitrekenen. De volgende modelregel wordt met deze formule:

- **v = sqrt(2*Ek/m)**

Met de snelheid kunnen we de dan zoals gebruikelijk de nieuwe positie berekenen:

- **x = x + v*dt**

Laten we nog een laatste voorbeeld bespreken. Het volgende model beschrijft de baan van een miniraket. De raket zelf heeft een massa van 100 kg en bevat 1000 kg brandstof. De stookwaarde van deze brandstof is 10000 J/kg. Zolang de raket brandstof heeft levert het een kracht van 50000 N. We verwaarlozen de wrijvingskracht en de energieverliezen in de motor.

TESTVERSIE

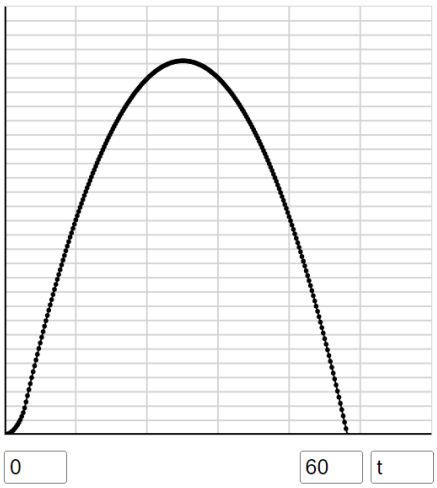
Modelregels:

```
t=t+dt
mtot=mr+mb
Fz=mtot*g

als(mb<0)
dan{Fm=0}

Fres=Fz+Fm
a=Fres/mtot
v=v+a*dt
dx=v*dt
x=x+dx

Wm=Fm*dx
mb=mb-Wm/stook
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.2
mr=100
mb=1000
stook=10000
Fm=50000
g=-9.81
x=0
v=0
```

Diagram:



In de tweede regel (**mtot = mr + mb**) wordt de totale massa van de raket berekend. Met de derde regel (**Fz = mtot*g**) wordt hiermee de zwaartekracht werkende op de raket uitgerekend. De twee regels die hierop volgen (**als(mb<0) dan{Fm=0}**) zorgen ervoor dat de motorkracht op nul komt te staan als de brandstof op is.

In de één-na-laatste regel (**Wm = Fm*dx**) wordt de arbeid uitgerekend die de motor in het tijdstapje verricht heeft. In de laatste regel (**mb = mb - W/stook**) hebben we gebruik gemaakt van de formule $E_{ch} = r_m \Delta m$, waarbij Δm de massa is van de brandstof die tijdens het tijdstapje verbrand is. Als we deze formule omschrijven, dan vinden we:

$$\Delta m = \frac{E_{ch}}{r_m}$$

Omdat we kunnen aannemen dat de motor geen energie verliest, is de chemische energie gelijk aan de arbeid die de motor verricht heeft in het tijdstapje (W_m). We kunnen de bovenste formule hiermee herschrijven tot:

$$\Delta m = \frac{W_m}{r_m}$$

In de laatste modelregel wordt deze massa van de totale massa van de brandstof afgehaald.

Zorg dat je kan modelleren met energie en vermogen

1. In de volgende afbeelding is een model gemaakt van een voertuig dat vanuit stilstand met een constant motorvermogen vooruit beweegt. In het linker model zijn de wrijvingskrachten verwaarloosd.

Modelregels:

```
t=t+dt
dx=v*dt
Ek=........
v=........
x=x+dx
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
Pm=10
v=0
x=0
Ek=0
m=1
dx=0
```

Modelregels:

```
t=t+dt
Fw=k*v^2
dx=v*dt
Q=........
Ek=........
v=........
x=x+dx
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
Pm=10
v=0
x=0
Ek=0
k=0.05
m=1
dx=0
```

TESTVERSIE

a. (3p) Vul de ontbrekende modelregels aan in het linker model. Leg uit hoe je op dit antwoord gekomen bent.

b. (3p) In het rechter diagram is ook een luchtwrijvingskracht toegevoegd. Vul de ontbrekende modelregels aan.

2. In het volgende model wordt het bewegen van een klein vliegtuig op een landingsbaan beschreven tot het moment dat het vliegtuig van de grond komt.

MODEL	STARTWAARDEN in SI-eenheden
Fz = m·g	Frol = 910
Flift = klift·(v – vwind)^2	klift = 5,68
Fw,lucht = kw·(v – vwind)^2	kw = 0,913
Fw = Fw,lucht + Frol	vwind = +5
Als Flift > Fz dan stop Eindals	m = 710
Pnetto = …….	g = 9,81
Ek = …….	Pm= 74000
$v = \sqrt{2 \cdot Ek / m}$	Ek = 0
ds = v·dt	v = 0
s = s + ds	s = 0
t = t + dt	t = 0
	dt = 0,001

a. (4p) Vul de modelregels aan.

b. (2p) In het model wordt ook rekening gehouden met wind. Leg uit of in het model sprake is van tegenwind of van meewind.

(bron: examen VWO 2017-1)

3. (2p) Een verstrooide wetenschapper fantaseert over het bouwen van een lift die helemaal de ruimte in gaat. Hij maakt een model van de beweging van de lift. In zijn model is de lift voorzien van een brandstofmotor. Voor het gemak neemt de wetenschapper aan dat deze motor een rendement heeft van 100%. Hieronder staat het model beschreven. Vul modelregel 9 aan.

	MODELREGELS	STARTWAARDEN in SI-eenheden
1	rx = Ra + x	t = 0
2	mtot = m_lift + m_brandstof	dt = 10
3	Fg = G * Ma * mtot / rx^2	Ra = 6,371E6
4	Fmpz = mtot * 4π^2 *rx / (24*3600)^2	Ma = 5,972E24
5	Fmotor = Fg - Fmpz	G = 6,6726E-11
6	dx = v * dt	m_lift = 1000
7	x = x + dx	m_brandstof = 10000
8	dW = Fmotor * dx	verbrandingswarmte = 30E6
9	m_brandstof= ……	x = 0
10	als x > 4,0E7 Dan stop Eindals	v = 27,8
11	t = t + dt	

(bron: examen VWO 2016-1)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
28B	Stookwaarden
7	Gravitatieconstante

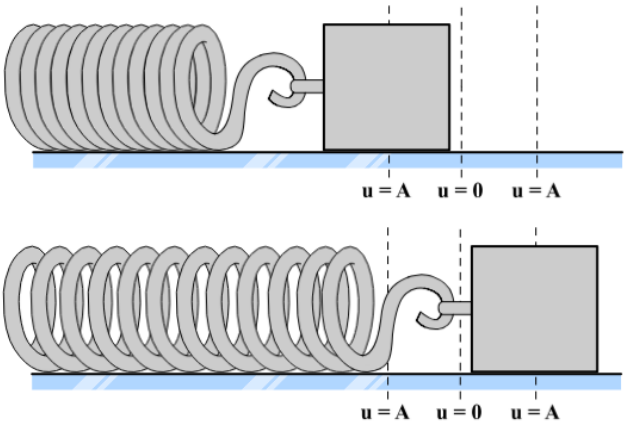
TEST VERSIE

Hoofdstuk 2
Trillingen

§1 Trillingen

In dit hoofdstuk gaan we trillingen en golven bestuderen. Hiermee kunnen we o.a. de werking van muziekinstrumenten begrijpen. In deze paragraaf gaan we rekenen met de trillingstijd en de frequentie.

Een **trilling** is het simpel heen en weer bewegen van een voorwerp. Een simpel voorbeeld van een trilling wordt uitgevoerd door het zogenaamde **massa-veersysteem**. Dit systeem bestaat uit een blokje dat met behulp van een veer heen en weer beweegt over een wrijvingsloos horizontaal oppervlak (zie de onderstaande afbeelding).

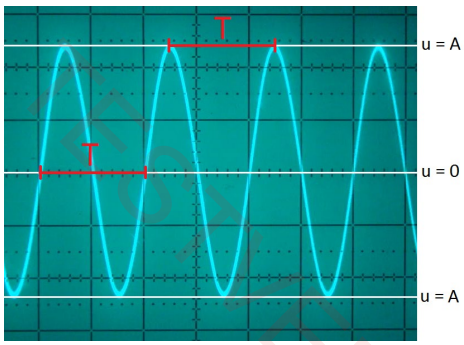


ANIMATIE MASSA-VEER-SYSTEEM

Zoals je kunt zien, beweegt het blokje heen en weer om het punt u = 0 m. We noemen deze positie de **evenwichtsstand**. Als het blokje zich hier bevindt, dan bevindt de veer zich in zijn neutrale positie. Rechts van dit pu

nt is de veer uitgerekt. Links van dit punt is de veer ingedrukt. De afstand van het midden van het blokje tot deze evenwichtstand noemen we de **uitwijking** (**u**). De maximale uitwijking van het blokje tijdens de trilling noemen we de **amplitude** (**A**).

Ook geluid wordt veroorzaakt door trillingen. In dit geval gaat het om het trillen van luchtdeeltjes. We kunnen deze trillingen zichtbaar maken met een **oscilloscoop** (zie de onderstaande afbeelding). Het oscilloscoopbeeld kan worden opgevat als een diagram met op de horizontale as de **tijd** (**t**) en op de verticale as de **uitwijking** (**u**). We spreken hier daarom ook wel van een **(u,t)-diagram**.



De bovenstaande trilling herhaalt zich in de tijd. We noemen een dergelijke beweging een **periodieke beweging**. De **trillingstijd** (**T**) (ook wel de **periode** genoemd) geeft aan hoe lang het duurt voordat de beweging zich herhaalt. In de bovenstaande afbeelding zien we twee manieren om de trillingstijd te meten. De grootte van elk hokje op de horizontale as van het oscilloscoopbeeld wordt gemeten in **ms/div**. “div” staat hier voor “division”, hetgeen we in het Nederlands “hokje” zouden noemen. Een waarde van 10 ms/div betekent bijvoorbeeld dat elk hokje op de horizontale as overeenkomt met 10 milliseconden.

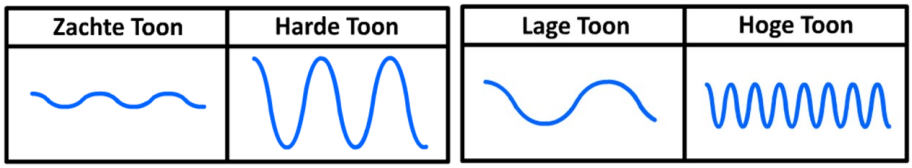
Met de trillingstijd kunnen we ook de **frequentie** (**f**) bepalen. We meten de frequentie in **hertz** (**Hz**) en dit komt overeen met het **aantal trillingen per seconde**. Er geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

Trillingstijd (T)	seconde (s)
Frequentie (f)	hertz (Hz)

Let erop dat je de trillingstijd in deze formule altijd in seconden invult.

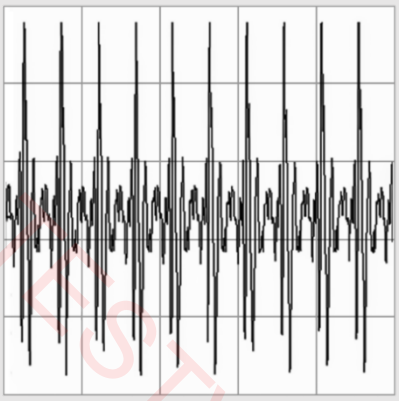
Laten we eens het oscilloscoopbeeld van een aantal tonen vergelijken. Hieronder zien we aan de linkerzijde een oscilloscoopbeeld van een **zachte** en een **harde** toon. Zoals je kunt zien heeft een zachte toon een kleine amplitude en heeft de harde toon een grote amplitude. De "hardheid" van het geluid noemen we in de natuurkunde de **geluidsterkte**. We meten de geluidsterkte in **decibel** (**dB**). Aan de rechterkant zien we een oscilloscoopbeeld van een **lage** en een **hoge** toon. Zoals je kunt zien heeft een lage toon een lage frequentie (en een grote trillingstijd) en heeft een hoge toon een hoge frequentie (en een lage trillingstijd). De frequentie van een toon bepaald dus de **toonhoogte** van het geluid.



INSTRUCTIEVIDEO TRILLINGEN

Voorbeeld

Opdracht:
Bepaal de frequentie van het onderstaande oscilloscoopbeeld van een saxofoon. De oscilloscoop is ingesteld op 10 ms/div.



Antwoord:
De tijdsduur behorende bij één trilling is in dit geval lastig nauwkeurig af te lezen. Het is hier daarom noodzakelijk om de trillingstijd van **zoveel mogelijk trillingen** tezamen te meten. Als we netjes meten, dan vinden we bijvoorbeeld dat 9 trillingen overeenkomen met 4,2 hokjes (ga dit zelf na). Omdat de oscilloscoop is ingesteld op 10 milliseconde per hokje, vinden we dat deze 9 trillingen overeenkomen met:

$$4,2 \times 10 = 42 \text{ ms}$$

De trillingstijd van één trilling wordt:

$$\frac{42}{9} = 4,7 \text{ ms}$$

In seconden wordt dit 4,7 / 1000 = 0,0047 s. Met de formule voor de frequentie vinden we dan:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,0047} = 213 \text{ Hz}$$

Bij muziekinstrumenten wordt de toonhoogte meestal niet gegeven in hertz, maar gebruiken we letters. De toon **a_1** komt bijvoorbeeld overeen met een frequentie van **440 Hz**. In BINAS kan je vinden welke tonen overeenkomen met welke frequenties.

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met trillingstijd en frequentie en dat je oscilloscoopbeelden kan aflezen

1. (3p) Een luidspreker produceert een toon van 2035 Hz. Bereken de trillingstijd van deze toon in milliseconden.

2. (3p) Een boom waait 5x heen en weer in 10 seconden. Bereken de trillingstijd en de frequentie.

3. Een kolibrie beweegt tijdens het vliegen zijn vleugels erg snel op en neer. Hierdoor is een zoemend geluid te horen met een frequentie van 55 Hz.

   a. (2p) Bereken hoelang één trilling van de vleugels duurt.

   b. (3p) De beweging wordt vastgelegd met een camera die 1100 beelden per seconde kan maken. Bereken hoeveel frames nodig zijn om één trilling van een vleugel van de kolibrie vast te leggen.

4. (1p) Een saxofonist speelt twee tonen. De tweede toon heeft een grotere frequentie. Leg uit of de trillingstijd groter of kleiner is geworden?

5. (2p) Gezoem van een mug heeft een hogere toonhoogte dan het gezoem van bijvoorbeeld een hommel. Welk insect beweegt zijn vleugels vaker op en neer in een bepaalde tijd?

6. Een pianotoets wordt eerst hard en dan zacht aangeslagen.

   a. (1p) Leg uit of de frequentie verschilt.

   b. (1p) Leg uit of de trillingstijd verschilt.

   c. (1p) Leg uit of de amplitude verschilt.

7. (4p) Een saxofonist speelt twee tonen. De eerste toon is laag en heel hard. De tweede toon is juist hoog en zacht. Teken hoe de twee tonen eruit zien op de oscilloscoop.

8. Een stemvork wordt aangeslagen. Na verloop van tijd wordt de toon steeds zachter hoorbaar.

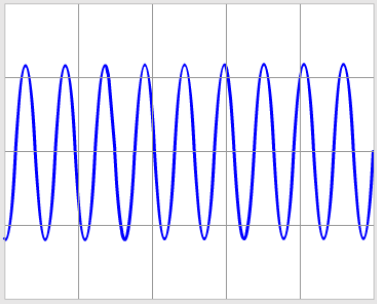
   a. (1p) Leg uit of de frequentie verandert tijdens het zachter worden van het geluid.

   b. (1p) Leg uit of de amplitude verandert tijdens het zachter worden van het geluid.

9. (4p) Teken het (u,t)-diagram van een trillend voorwerp met een frequentie van 3,5 Hz en een amplitude van 2,5 cm.

10. (2p) Bij het aflezen van een oscilloscoopbeeld is het gebruikelijk om de tijdsduur van meerdere trillingen tegelijk op te meten. Vertel waarom dit zo is.

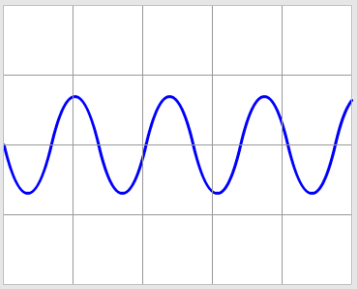
11. Hieronder zien we het oscilloscoopbeeld van een zuivere toon. De tijdsbasis is 5,0 ms/div.



   a. (5p) Bereken de frequentie van deze toon.

   b. (1p) Dezelfde toon een octaaf lager heeft een twee keer zo kleine frequentie. Teken het oscilloscoopbeeld van deze toon met dezelfde tijdsbasis.

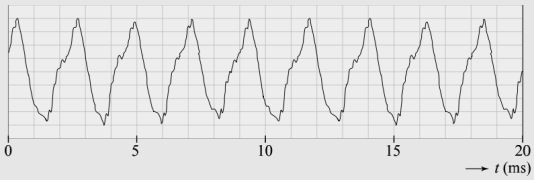
12. Hieronder zien we het oscilloscoopbeeld van een zuivere toon. De tijdsbasis is 0,20 ms/div.



   a. (4p) Bereken de frequentie van deze toon.

   b. (1p) Teken dezelfde toon als we de tijdsbasis op 0,40 ms/div zouden zetten.

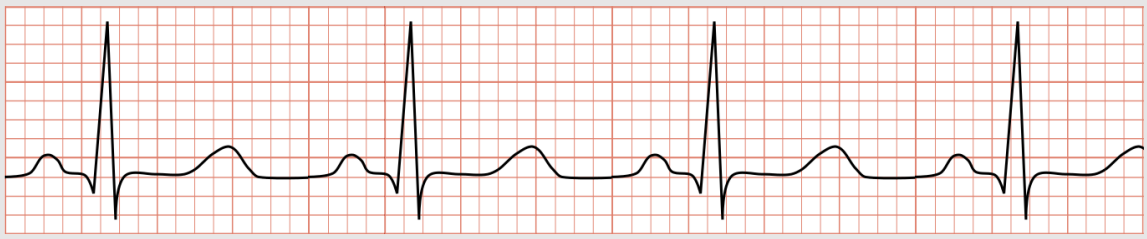
13. (4p) Bepaal met behulp van BINAS de toon die hieronder is weergegeven:



(bron: examen VWO 2009-1)

TEST VERSIE

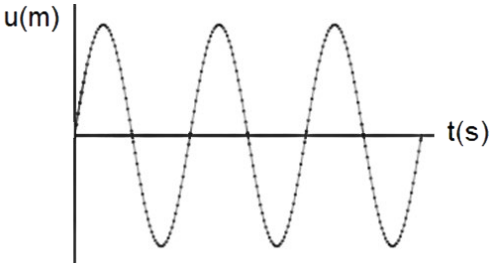
14. (3p) Een elektrocardiogram (ECG), ook wel een “hartfilmpje” genoemd, meet de spanning waarmee de hartspier bloed rondpompt. Hieronder zien we een ECG die is ingesteld op 0,20 s/div. Bepaal de hartslag in “beats per minute” (bpm).



§2 De harmonische trilling

In deze paragraaf gaan we de zogenaamde harmonische trilling bestuderen.

De trilling die een **massa-veersysteem** uitvoert, noemen we een **harmonische trilling**. Het (u,t)-diagram behorende bij een dergelijke trilling is hiernaast weergegeven. Met behulp van de tweede wet van Newton is af te leiden dat voor elke harmonische trilling geldt dat:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Trillingstijd (T)	seconde (s)
Massa (m)	kilogram (kg)
Veerconstante (C)	newton per meter (N/m)

INSTRUCTIEVIDEO HARMONISCHE TRILLING

VWO-STOF

Voor elke harmonische trilling geldt ook dat:

$$F_{res} = -Cu$$

Resulterende kracht (F_{res})	newton (N)
Constante (C)	newton per meter (N/m)
Uitwijking (u)	meter (m)

h

ANIMATIE MASSA-VEER-SYSTEEM

Bij het massa-veersysteem is de resulterende kracht in deze formule gelijk aan de veerkracht. De “min” in de formule zorgt ervoor dat de kracht automatisch in de juiste richting wijst. Dit is goed te zien in de animatie op de website (zie de bovenstaande QR-code). Als het blokje zich links van de evenwichtstand bevindt (u < 0), dan werkt de veerkracht naar rechts (F > 0). Als het blokje zich rechts van de evenwichtstand bevindt (u > 0), dan werkt de veerkracht naar links (F < 0).

TESTVERSIE

Als we met deze formule een model maken, dan vinden we de volgende trilling:

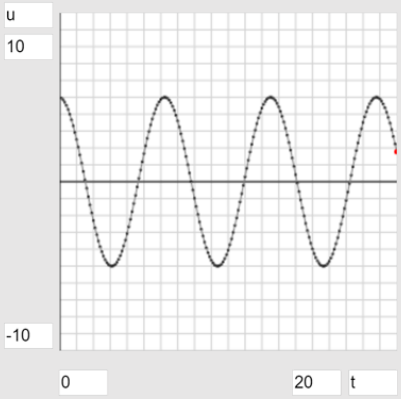
Modelregels:

```
t=t+dt
Fveer=-C*u
a=Fveer/m
v=v+a*dt
u=u+v*dt
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
C=1
m=1
u=5
v=0
```

Diagram:



De grafiek die bij dit model ontstaat kunnen we met de volgende formule beschrijven:

$$u = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \quad \textbf{(radialen)}$$

Uitwijking (u)	meter (m)
Amplitude (A)	meter (m)
Tijd (t)	seconde (s)
Trillingstijd (T)	seconde (s)

Let erop dat je bij gebruik van deze formule de rekenmachine op **radialen** zet.

Als laatste kijken we naar de energieomzetting bij een harmonische trilling. Tijdens de beweging zet het blokje telkens **veerenergie** ($1/2Cu^2$) en **kinetische energie** ($1/2mv^2$) in elkaar om. Aan de uiteinden van de beweging is de snelheid nul. De kinetische energie is hier dus ook nul. Er is hier echter wel een veerenergie. Omdat de uitwijking hier gelijk is aan de amplitude, vinden we dat de totale energie aan de uiteinden gelijk is aan:

$$E_{tot} = \frac{1}{2}CA^2 \qquad \text{(uiteinden)}$$

In de evenwichtstand is de uitwijking nul. Er is hier dus geen veerenergie. De snelheid is hier maximaal en als gevolg hebben we hier wel een kinetische energie. In de evenwichtsstand is de totale energie dus gelijk aan:

$$E_{tot} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \qquad \text{(evenwicht)}$$

In een filmpje op we website laten we zien dat je hiermee de volgende formule kan afleiden:

$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$$

Maximale snelheid (v_{max})	meter per seconde (m/s)
Amplitude (A)	meter (m)
Trillingstijd (T)	seconde (s)

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met de formules voor de harmonische trilling

1. Een ouder heeft een wieg gekocht. De wieg hangt aan een veer en kan zachtjes op en neer trillen. De veerconstante is 1,3 kN/m en de massa van de wieg is 12,2 kg.

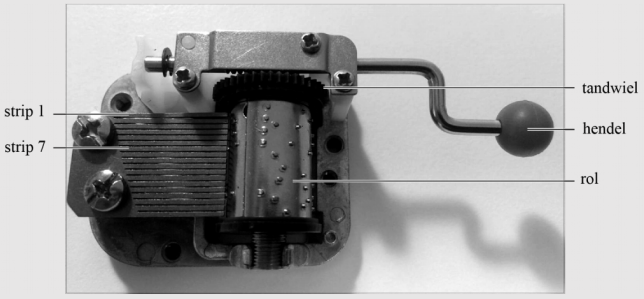
   a. (3p) Bereken hoe ver de veer is uitgerekt als de wieg stil aan de veer hangt.

   b. (4p) De ouder legt haar baby van 3,2 kg in de wieg. Door de wieg een beetje uit zijn evenwichtsstand te duwen, begint de wieg een trilling uit te voeren. Bereken de frequentie van deze trilling.

   c. (2p) De ouder heeft gelezen dat baby's gemakkelijker in slaap vallen als de frequentie van het trillen kleiner is. Noem twee aanpassingen aan de wieg waarmee de frequentie van de wieg kleiner kan worden gemaakt. Licht je antwoord toe.

   (bron: examen HAVO 2016-2)

2. (3p) In de onderstaande afbeelding is een speeldoosje weergegeven.



   Via een hendel en een tandwielconstructie kan een rol in beweging worden gebracht. Op deze rol zijn puntjes aangebracht, waarmee de uiteinden van metalen strips worden opgetild en daarna losgelaten. Leg uit of de toonhoogte van de melodie lager wordt, gelijk blijft of hoger wordt, als de hendel sneller wordt rondgedraaid.
   (bron: examen VWO 2017-2)

3. In het molecuul waterstofjodide (HI) is een waterstofatoom gebonden aan een veel zwaarder jodiumatoom. De evenwichtsafstand tussen de twee atomen is $1{,}609 \times 10^{-10}$ m. Als deze afstand groter of kleiner wordt, zorgt de binding voor een terugdrijvende kracht die in eerste benadering zorgt voor een harmonische trilling.

   a. (5p) De trillingsfrequentie van dit massa-veersysteem is $6{,}92 \times 10^{13}$ Hz. Bereken hiermee de veerconstante van deze trilling.

   b. (VWO, 3p) Bij een bepaalde temperatuur bedraagt de trillingsenergie van het waterstofatoom $6{,}0 \times 10^{-20}$ J. Bereken hiermee de maximum snelheid van het waterstofatoom.

   c. (VWO, 3p) Bereken de maximale afstand tussen de atomen tijdens het trillen.

   d. (VWO, 1p) Het waterstofatoom bevindt zich langere tijd rond de maximale uitwijkingen van de beweging dan rond de evenwichtsstand. Leg uit hoe dit komt.

TESTVERSIE

§3 Resonantie

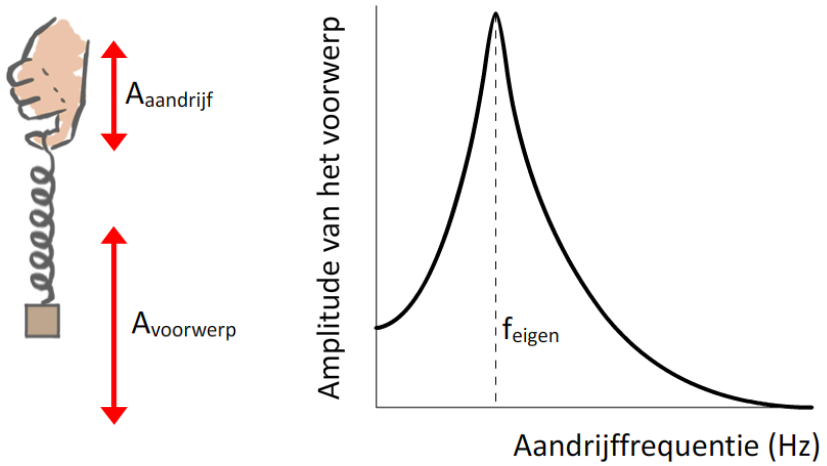
In sommige omstandigheden neemt de amplitude van een trilling extreem sterk toe. We spreken in deze gevallen van resonantie. In deze paragraaf gaan we begrijpen hoe resonantie werkt.

In de vorige paragraaf zagen we dat voor een harmonische trilling geldt dat:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

We zien hier dat deze harmonische trilling alleen afhankelijk is van twee constanten: de massa en de veerconstante. Elk harmonisch trillend systeem heeft dus zijn **eigen vaste trillingstijd** (**T_{eigen}**). Omdat geldt dat f = 1/T, heeft elk harmonisch trillend systeem ook een **eigen vaste frequentie**. We noemen dit de **eigenfrequentie** (**f_{eigen}**).

Bij een harmonische trilling wordt een voorwerp uit zijn evenwichtsstand gehaald, maar daarna laat men het voorwerp vrij heen en weer bewegen. We noemen dit ook wel een **ongedwongen trilling**. We kunnen een trilling ook continu **aandrijven**. We spreken in dat geval van een **gedwongen trilling**. Denk bijvoorbeeld aan een schommel die we elke keer weer een duw blijven geven.

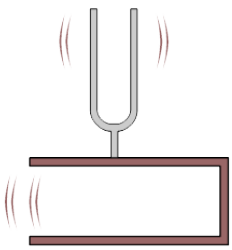


Hierboven zien we aan de linkerzijde nog een voorbeeld van een gedwongen trilling. Een blokje wordt hier aangedreven door het op en neer bewegen van een hand. Bij de meeste aandrijffrequenties zal het blokje niet erg reageren op de beweging van de hand. Er is echter één aandrijffrequentie waarbij de **amplitude** van het blokje **gigantisch toeneemt** (zie de bovenstaande grafiek). De amplitude van de beweging van het blokje kan hier zelfs vele malen groter worden dan de amplitude van de hand. Deze bijzondere aandrijffrequentie blijkt precies gelijk te zijn aan de **eigenfrequentie** van het systeem. We noemen dit effect **resonantie**:

- **Resonantie is de dramatische toename van de amplitude van een systeem door dit systeem aan te drijven met zijn eigenfrequentie.**

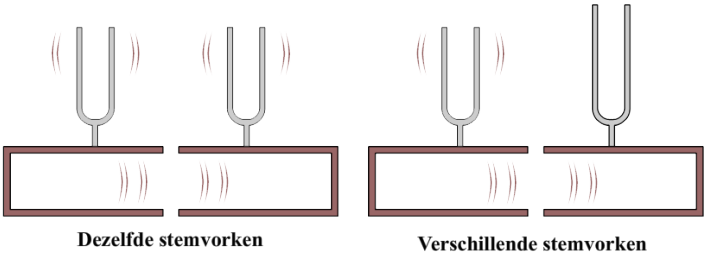
Een bekend voorbeeld van resonantie is de schommel. We weten allemaal uit ervaring dat we de schommel het beste een zetje kunnen geven als de schommel zich op zijn achterste punt bevindt. Als we telkens op dit moment duwen, dan duwen we precies met de eigenfrequentie van de schommel. Duw je te laat of te vroeg, dan is het effect minder of rem je de schommel juist af.

Nog een voorbeeld. Als we een **stemvork** aanslaan, dan is een zacht geluid te horen. Als we deze stemvork echter op een speciaal ontworpen **klankkast** plaatsen, dan horen we een hard geluid. De klankkast is namelijk zo ontworpen dat de eigenfrequentie van de lucht in de klankkast gelijk is aan de eigenfrequentie van de stemvork. De luchtdeeltjes in de klankkast gaan daarom resoneren en dit zorgt ervoor dat we het geluid beter kunnen horen. Hetzelfde effect zien we bij de klankkast van een gitaar.



TEONDERZOEK

Hieronder zien we twee dezelfde stemvorken die tegenover elkaar staan. Als je de ene stemvork aanslaat, dan gaat de andere automatisch meetrillen omdat de eigenfrequenties van beide stemvorken gelijk zijn. Ook dit is dus resonantie. Doen we hetzelfde experiment met twee verschillende stemvorken, dan werkt dit niet. De tweede stemvork trilt nu niet mee.



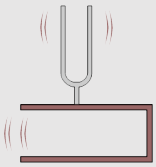
EXPERIMENT RESONANTIE

INSTRUCTIEVIDEO RESONANTIE

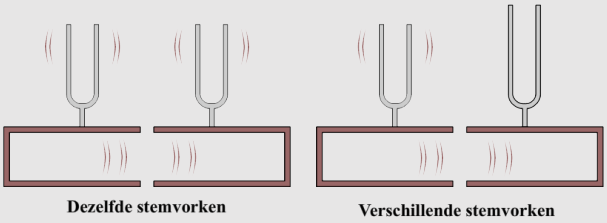
Op de website kan meerdere filmpjes vinden met demonstraties waarbij resonantie een rol speelt (zie de bovenstaande rechter QR-code). In het een van de filmpjes wordt met geluid de eigenfrequentie van een wijnglas gevonden. Hierdoor breekt het glas. Bij zowel een hogere of een lagere frequentie vindt geen resonantie plaats en blijft het glas heel. Ook is een filmpje te vinden van een brug die in 1940 instortte doordat de wind een periodieke kracht uitoefende met een frequentie die precies gelijk was aan de eigenfrequentie van de brug.

Zorg dat je kan redeneren met resonantie

1. (1p) Leg uit wat resonantie is.
2. (2p) Als je een stemvork goed wilt horen, dan wordt deze bevestigd op een klankkast met een specifieke lengte. Leg uit waarom de lengte van de klankkast van belang is.



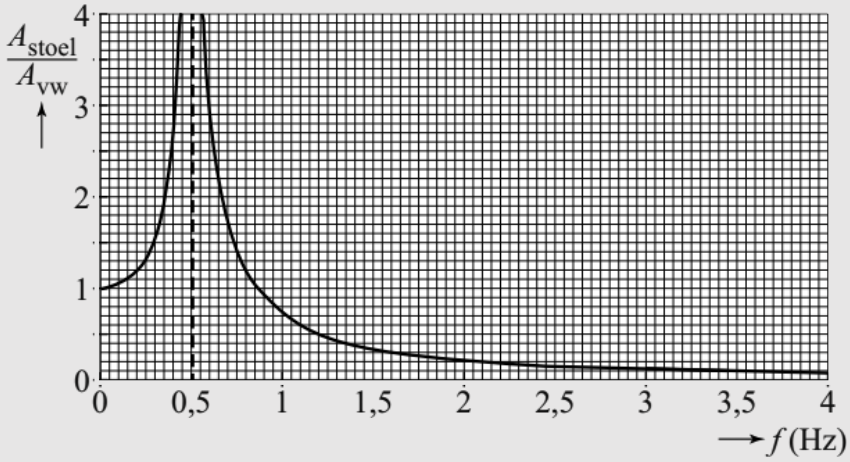
3. In de onderstaande afbeelding zien we links twee dezelfde stemvorken. Als je de ene stemvork aanslaat, dan gaat de ander meetrillen.
   a. (1p) Leg uit waarom dit gebeurt.
   b. (1p) In de rechter afbeelding zijn de stemvorken niet gelijk. Leg uit waarom in dit geval de stemvork niet gaat meetrillen.



4. (1p) Als je over de opening van een fles blaast, dan hoor je een harde toon. Leg uit hoe dit komt. Gebruik hierbij het woord resonantie.
5. (3p) Een persoon houdt de bovenkant van een veer vast en bevestigd aan de onderkant een blokje. Het blokje heeft een massa van 20 gram en de veerconstante van de veer is 50 N/m. Bereken met welke frequentie je de veer op en neer moet bewegen om resonantie te krijgen.
6. Een auto met een veersysteem met een eigenfrequentie van 1,3 Hz begint te resoneren op een weg met hobbels. De hobbels zijn 12 m van elkaar verwijderd.
   a. (3p) Bereken de snelheid van de auto.
   b. (1p) Leg uit of het helpt om langzamer te rijden om van de resonantie af te komen.
   c. (1p) Leg uit of het helpt om sneller te rijden om van de resonantie af te komen.
   d. (2p) De auto heeft een massa van $1{,}0 \times 10^3$ kg. Bereken de veerconstante van de vering van de auto.
   e. (3p) Stel dat we de massa van de auto groter maken, treedt deze resonantie dan op bij een grotere of een kleinere snelheid. Licht je antwoord toe.

TESTVERSIE

7. Een chauffeur van een vrachtwagen kan last krijgen van trillingen die veroorzaakt worden door de motor van de vrachtwagen. Deze trillingen worden via de chauffeursstoel aan de chauffeur doorgegeven. Deze trillingen kunnen, naast ongemak, ook schade aan de rug veroorzaken. In een bepaalde vrachtauto trilt de stoel met een frequentie van 2,8 Hz. Om dit op te lossen wordt de stoel op een veersysteem geplaatst. Hieronder zien we hoe de amplitude van de stoel met dit veersysteem ten opzichte van de amplitude van de vrachtwagen (vw) verandert als functie van de frequentie van de motor.



a. (2p) Bij 0,5 Hz is in de grafiek een hoge piek te zien. Hoe is deze piek ontstaan en hoe wordt dit fenomeen genoemd?

b. (3p) Leg uit bij welke frequenties dit veersysteem het trillen van de stoel vergroot en bij welke frequenties het trillen juist wordt verkleind.

c. (1p) Leg uit dat het veersysteem ervoor zorgt dat de stoel minder gaat trillen.

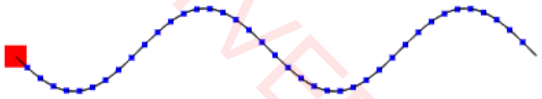
d. (4p) De chauffeur heeft een massa van 90 kg en de veerconstante van de veer in de stoel is C = $1{,}3 \times 10^3$ N/m. Bereken de massa van de stoel.

(bron: examen HAVO 2016-1)

§4 Golven

In deze paragraaf beginnen we met het bestuderen van golven. We zullen leren de golfsnelheid te berekenen en we zullen leren golven weer te geven in zogenaamde (u,x)-diagrammen.

Hieronder zien we een afbeelding van een golf. Op de website kan je een animatie zien van het ontstaan van deze golf (zie de QR-code). Door het touw aan de linkerkant op en neer te bewegen, komt het hele touw in beweging. Elk stukje van het touw brengt het volgende stukje in beweging. We noemen de resulterende beweging een **golf**. Omdat de golf zich naar rechts verplaatst door het touw spreken we van een **lopende golf**.



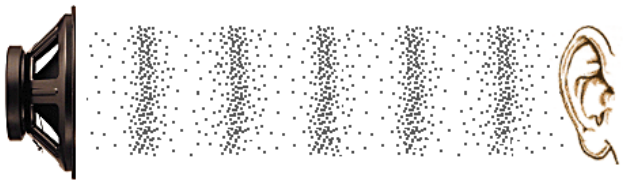
PROGRAMMA LOPENDE GOLF

TESTVERSIE

Hoewel de golf zelf naar rechts beweegt, doen de deeltjes waaruit het touw bestaat dit niet. In de animatie kan je goed zien dat de deeltjes alleen op en neer bewegen. Elk deeltje voert dus een trilling uit die **loodrecht** staat op de beweging van de golf. Dit type golf wordt een **transversale golf** genoemd.

Ook in de lucht kunnen golven ontstaan. Dit worden **geluidsgolven** genoemd. Deze golven ontstaan als we een voorwerp in de lucht in **trilling** brengen. Dit gebeurt bijvoorbeeld bij het trillen van de conus van een speaker, het trillen van een gitaarsnaar of het trillen van stembanden.

Op de website kan je ook een animatie van geluidsgolven zien (zie de onderstaande QR-code). Het trillende voorwerp (links) botst tegen de omliggende luchtdeeltjes en deze luchtdeeltjes botsen weer tegen de volgende deeltjes etc. De beweging van de luchtdeeltjes zorgt ervoor dat er gebieden ontstaan met een **hoge dichtheid** (veel deeltjes) en met een **lage dichtheid** (weinig deeltjes). Deze gebieden van hoge en lage dichtheid vormen een golf die naar rechts beweegt. Het trommelvlies in ons oor kan in trilling worden gebracht door deze golf en zo nemen we **geluid** waar.



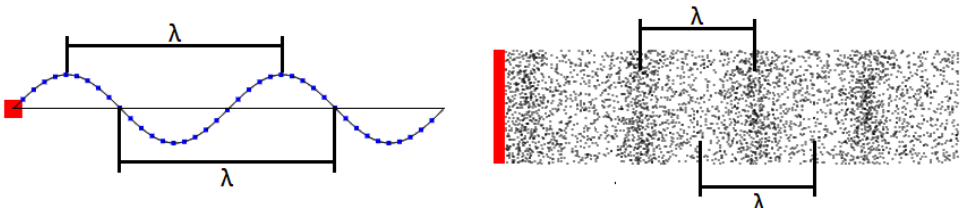
PROGRAMMA LOPENDE GOLF GELUID

Als je de deeltjes in de animatie volgt, dan zie je dat alle deeltjes naar links en naar rechts bewegen om een evenwichtsstand. Elk deeltje voert dus een trilling uit. De beweging van al deze deeltjes samen zorgt voor een lopende golf die naar rechts beweegt. De deeltjes bewegen in dit geval **evenwijdig** aan de richting van de golf. We noemen dit **longitudinale golven**.

Geluidsgolven komen niet alleen in lucht voor. In elk materiaal kunnen geluidsgolven ontstaan. In metalen, bijvoorbeeld, kunnen geluidsgolven zelfs nog sneller voortplanten dan in de lucht. De stof waarin de geluidsgolven zich verplaatsen noemen we het **medium**. Als een ruimte geen medium bevat, dan spreken we van een vacuüm. In een vacuümruimte kan geluid niet voortplanten (zie de rechter QR-code).

EXPERIMENT BEL IN VACUÜM

De lengte van een golf noemen we de **golflengte** (**λ**). Hieronder is de golflengte aangegeven bij zowel een golf in een touw als een geluidsgolf. Bij geluidsgolven is de golflengte gelijk aan de afstand tussen twee opeenvolgende plekken met een maximale of een minimale dichtheid (zie de rechter afbeelding).



De snelheid van een golf meten we net als elke andere snelheid. Er geldt:

$$v_{golf} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

We kunnen deze formule ook nog herschrijven in twee andere vormen. In de animatie van het ontstaan van een lopende golf aan het begin van de paragraaf zien we dat bij elke trilling van het linker blokje een extra golf in het touw ontstaat. Na elke trillingstijd is de golf dus een golflengte opgeschoven. We kunnen de formule voor de snelheid dus ook herschrijven tot:

$$v_{golf} = \frac{\lambda}{T}$$

Golfsnelheid (v_{golf})	meter per seconde (m/s)
Golflengte (λ)	meter (m)
Trillingstijd (T)	seconde (s)

TEST VERSIE

Omdat f = 1/T, kunnen we deze formule ook schrijven als:

$$v_{golf} = \lambda f$$

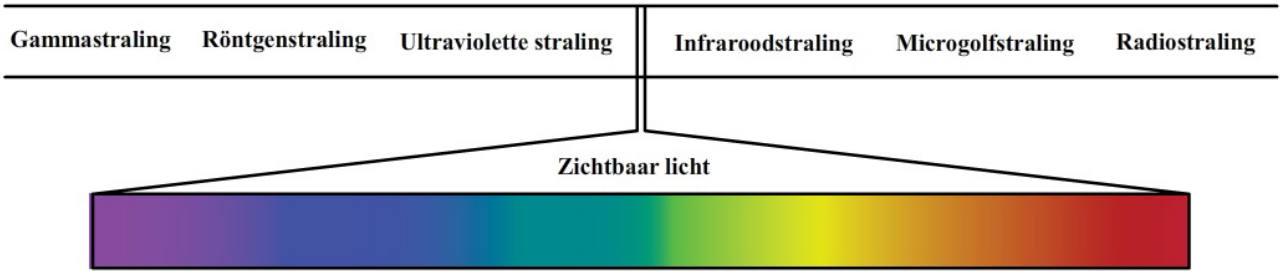
Golfsnelheid (v_{golf})	meter per seconde (m/s)
Golflengte (λ)	meter (m)
Frequentie (f)	hertz (Hz)

In BINAS kan je voor een aantal stoffen de geluidsnelheid opzoeken. Deze geluidsnelheid is afhankelijk van de temperatuur. Let erop dat de temperaturen gegeven zijn in **kelvin** (**K**). Je kan als volgt graden Celsius omschrijven naar kelvin:

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273$$

T(K) staat voor de temperatuur in kelvin. T(°C) staat voor de temperatuur in graden Celsius. Stel dat we lezen dat de temperatuur van lucht 20 °C is. Dit is gelijk aan 20 + 273 = 293 K. Volgens BINAS hoort bij deze temperatuur een geluidsnelheid van $0{,}343 \times 10^3$ m/s, oftewel 343 m/s. Als in de vraag een temperatuur genoemd wordt, is dit dus vaak een aanwijzing dat de geluidsnelheid opgezocht moet worden.

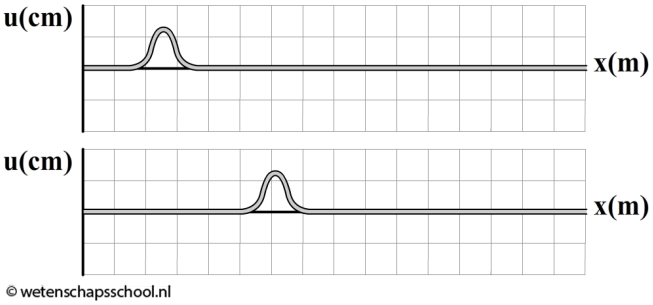
Ook **licht** bestaat uit golven en als gevolg zijn de bovenstaande formules voor de golfsnelheid ook voor licht van toepassing. Hieronder zien we het volledige spectrum van licht. Links van het paarse deel van het spectrum bevindt zich **ultravioletstraling**, **röntgenstraling** en **gammastraling**. Rechts van het rode deel van het spectrum hebben we **infrarode straling**, **microgolfstraling** en **radiostraling**. Zoals je in de onderstaande afbeelding kan zien is het zichtbare deel van het spectrum maar een klein deel van het gehele spectrum.



Al deze soorten licht (ook wel **straling** genoemd) bewegen met dezelfde snelheid "**c**". Er geldt:

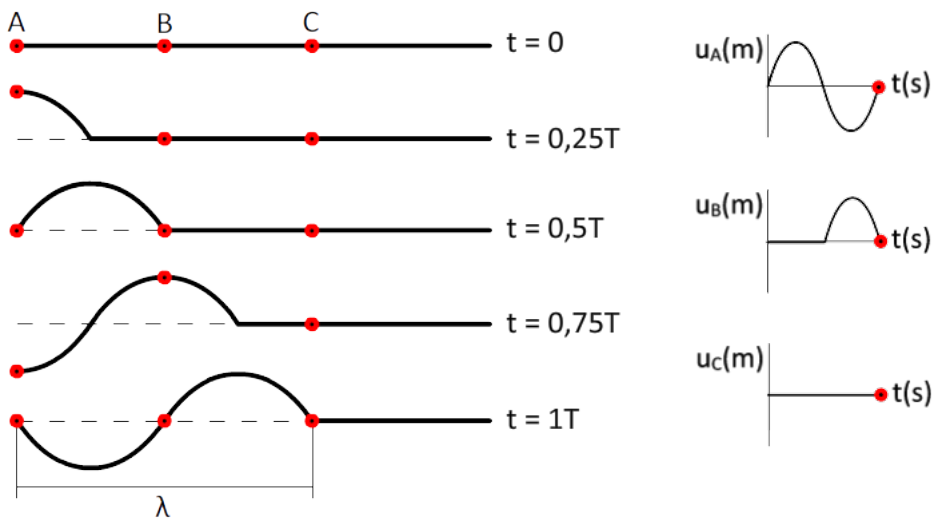
$$v = c = 2{,}99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

In een eerdere paragraaf hebben we gezien dat we trillingen beschrijven met een **(u,t)-diagram**. In het geval van **golven** gebruiken we het zogenaamde **(u,x)-diagram**. Een (u,x)-diagram is een "snapshot" van de golf op één bepaald moment. In de volgende twee (u,x)-diagrammen zien we bijvoorbeeld de beweging van een golfje door een touw op twee momenten afgebeeld. We zien dat het golfje in de tussentijd een stukje naar rechts opgeschoven is. Met een (u,t)-diagram kunnen we de trillingstijd en de frequentie bepalen. Met een (u,x)-diagram kunnen we de golflengte bepalen.



TEST DRAFT

In de onderstaande afbeelding zien we een golf ontstaan in een touw. Van elk punt van het touw kunnen we een (u,t)-diagram maken. In de rechter drie (u,t)-diagrammen is dit gedaan voor punt A, punt B en punt C. Zoals je links kunt zien beweegt punt A eerst omhoog, dan helemaal naar beneden en dan weer terug naar de evenwichtstand. Deze beweging is rechtsboven in het (u,t)-diagram weergegeven.



ANIMATIE (u,x) EN (u,x)

INSTRUCTIEVIDEO GOLVEN

Van punt B is ook een (u,t)-diagram gemaakt. Het duurt eerst een halve trillingstijd voordat de golf punt B bereikt heeft. Gedurende deze tijd is de uitwijking dus nog nul. Dan beweegt punt B omhoog en weer naar beneden. Ook dit zien we terug in het (u,t)-diagram. Punt C wordt gedurende de hele beweging niet bereikt door de golf. De uitwijking is hier dus de gehele tijd gelijk aan nul.

Zorg dat je kan rekenen met de formule $v_{golf} = \lambda f$ voor zowel geluid als licht

1. (2p) Leg uit wat het verschil is tussen een trilling en een golf.
2. (1p) Waarom heeft geluid een medium nodig?
3. (1p) Een bel wordt aangezet in een ruimte die langzaam vacuüm wordt gepompt. Leg uit wat er met het geluid gebeurt?
4. (1p) Is een wave in een voetbalstadium een longitudinale of een transversale golf?
5. (1p) Zoek de geluidsnelheid op in BINAS bij een temperatuur van 20 graden Celsius.
6. (3p) Je ziet tijdens een hevige storm een bliksemflits. 8 seconden later hoor je de bijbehorende knal. Bereken hoe ver de bliksem van je vandaan was. De buitentemperatuur is 20 graden Celsius.
7. (3p) Vroeger kwam het wel eens voor dat iemand zijn oor op de stalen trainrails legde om een trein van verre te horen aankomen (tegenwoordig is dit geen goed idee, omdat over veel rails een grote spanning staat). Bereken hoelang het duurt voordat het geluid van een trein op 5 km afstand hoorbaar is.
8. (4p) Met behulp van echo kan men bepalen hoe diep de zeebodem is. Men stuurt aan de onderkant van een schip een geluidspuls naar beneden en wacht hoelang het duurt voordat de puls tegen de bodem reflecteert en terug komt bij het schip. Stel dat de echo er 0,59 s over doet. Hoe diep is in dat geval de zeebodem.
9. (4p) Bereken hoeveel minuten het duurt voordat zonlicht de aarde bereikt.
10. (4p) Bij een ruimtereis naar de maan is een reflector geplaatst op het maanoppervlak. Door een laser vanaf de aarde naar deze reflector te schieten, kan de afstand tot de maan gemeten worden. Het laserlicht doet er 2560 ms over totdat het terug is op aarde. Bereken hiermee de afstand tot de maan.
11. (1p) Draadloze telefonie en wifi werkt met behulp van radiosignalen. Wat is de snelheid van deze radiosignalen.

TEST VERSIE

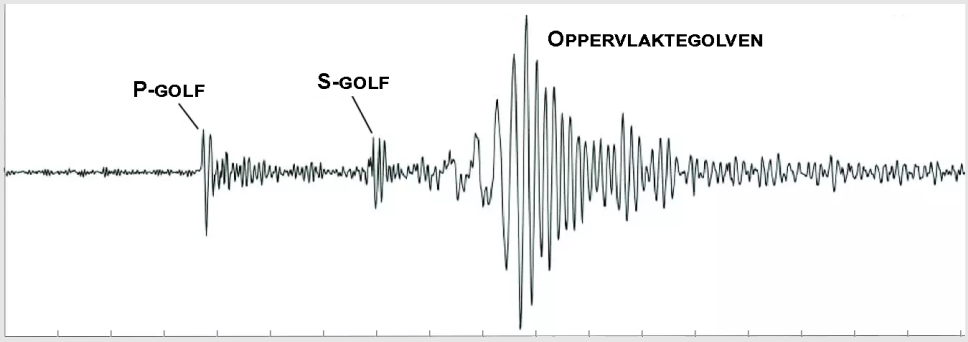
12. Sommige schepen hebben een radarinstallatie om de afstand tot andere schepen of voorwerpen in de omgeving te meten. Een radarinstallatie zendt hiervoor elektromagnetische signalen uit die weerkaatst worden door een voorwerp. Door de tijd tussen het uitzenden en het ontvangen van een signaal te meten, kan de afstand tot het voorwerp bepaald worden, ook als dat voorwerp zich op grote afstand van het schip bevindt. Een veelgebruikt type radar is de pulsradar. Dit type radar zendt een kort elektromagnetisch signaal uit en ontvangt even later de echo van dit signaal. Op een bepaald moment wordt er 0,26 ms gemeten tussen het uitzenden en het ontvangen van een signaal.

    a. (3p) Bereken de afstand tot het voorwerp.

    b. (3p) Het signaal is een puls die bestaat uit een aantal opeenvolgende elektromagnetische golven. Deze golven worden gemaakt met een vaste frequentie van 9,38 GHz. Eén puls duurt 0,100 µs. Bereken uit hoeveel golven één puls bestaat.

    c. (3p) Details met afmetingen van 10% van de golflengte zijn door de pulsradar net waar te nemen. Bereken de minimale afmeting van een voorwerp dat met deze pulsradar waar te nemen is.
    (bron: examen HAVO 2018-1)

13. (3p) Aardbevingen worden gemeten met een seismograaf. Een seismograaf bestaat uit een dunne naald die door bevingen heen en weer gaat trillen over een stuk papier. Hieronder is zo'n trilling weergegeven. Zoals je ziet bestaat een beving uit drie delen. De zogenaamde P-golven zijn longitudinale golven en de S-golven zijn transversale golven. Omdat de longitudinale golven een iets grotere golfsnelheid hebben, komen ze iets eerder aan. Na de P- en S-golven volgen nog oppervlaktegolven. De horizontale as is ingesteld op 1,0 minuut/div.

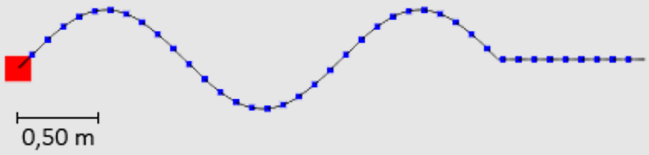


Neem aan dat de longitudinale golven een snelheid hebben van v_P = 4,9 km/s en de transversale golven een snelheid van v_s = 3,4 km/s. Bereken met het tijdsverschil tussen de P- en S-golf op welke afstand het epicentrum van de aardbeving plaatsvond. Leid hiervoor eerst af dat:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P}$$

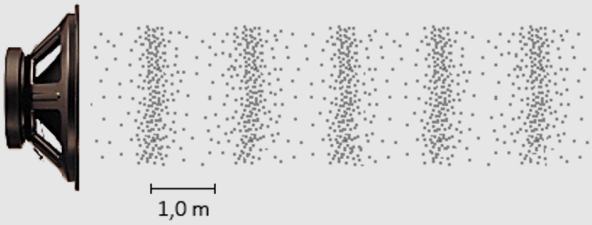
Δt staat hier voor het tijdsverschil tussen de aankomst van de twee golven en Δx staat voor de afstand van de seismograaf tot het epicentrum van de aardbeving.

14. (4p) Hiernaast zie je een golf die is ontstaan in een touw. De persoon die de golf maakt beweegt het touw op en neer met een frequentie van 0,40 Hz. Bepaal de golfsnelheid van de golf in het touw zo nauwkeurig mogelijk.

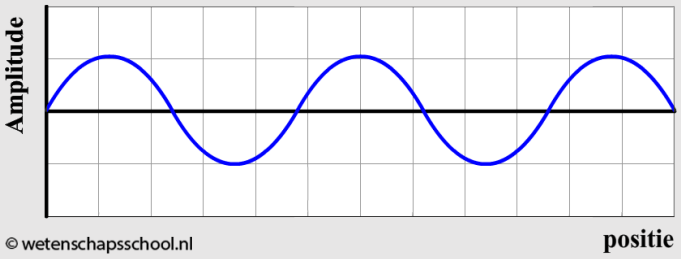


TEGENVERSIE

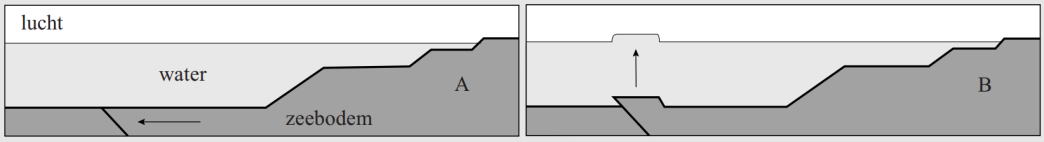
15. (5p) Hieronder zie je een geluidsgolf in een onbekend gas. De luidspreker produceert een toon van 150 Hz. Bepaal de geluidsnelheid in dit gas zo nauwkeurig mogelijk.



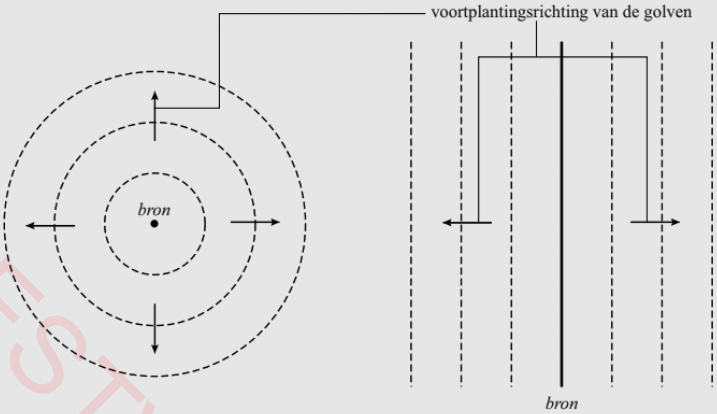
16. (5p) In de onderstaande afbeelding zijn trillingen in een touw weergegeven. Deze trillingen zijn veroorzaakt doordat een persoon het touw aan de linker zijde in trilling heeft gebracht met een frequentie van 2,0 Hz. De horizontale as is ingesteld op 30 cm/div. Teken in de figuur de stand van het touw na 0,10 s. Schrijf ook de bijbehorende berekening op.



17. De onderstaande afbeelding laat vereenvoudigd zien hoe een gedeelte van de zeebodem door een aardverschuiving plotseling omhoog komt. Hierdoor wordt zeewater omhoog geduwd waardoor er een "waterberg" aan het oppervlak ontstaat. Deze waterberg is meestal niet hoog, maar kan in de lengte en de breedte grote afmetingen hebben.



Zo'n tsunami-golf verliest weinig aan hoogte als hij een grote afstand aflegt. Dit in tegenstelling tot een golf vanuit een puntvormige bron zoals bijvoorbeeld veroorzaakt door een steen die in een vijver valt. Hieronder worden beide situaties vergeleken.



a. (2p) Leg uit waarom de amplitude van een golf in de linker afbeelding wel snel afneemt en in de rechter afbeelding (bijna) niet.

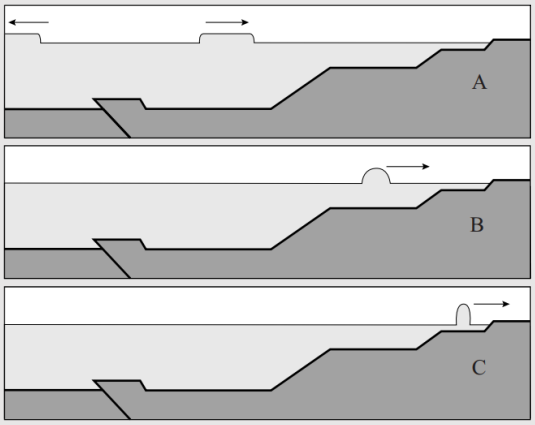
TESTVERSIE

b. (3p) In de volgende afbeelding zien we hoe de golf zich richting de kust verplaatst. De snelheid waarmee dit gebeurt, wordt gegeven door:

$v = \sqrt{gd}$

Hier is g de valversnelling en d de diepte van de zee.

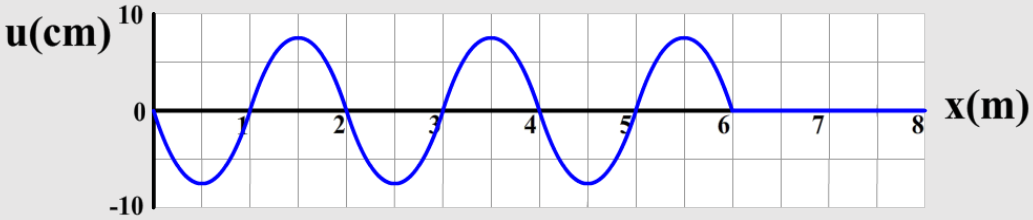
In de bovenstaande afbeelding is te zien dat de golf smaller en hoger wordt als het de kust nadert. Verklaar dit effect met behulp van de formule.



(bron: examen VWO 2014-1)

Zorg dat je (u,x)- naar (u,t)-diagrammen kan omschrijven

14. Hieronder is het (u,x)-diagram van een touw afgebeeld. Een leerling heeft een golf in dit touw laten ontstaan door aan de linkerzijde het touw harmonisch op en neer te bewegen met een frequentie van 0,20 Hz.



a. (1p) Is de persoon begonnen het touw omhoog of omlaag te bewegen? Licht je antwoord toe.

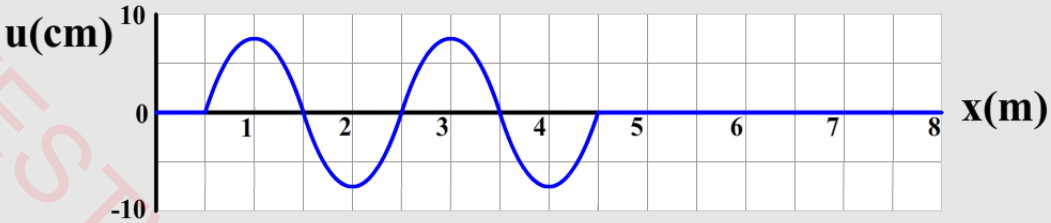
b. (1p) Leg uit in welke richting het touw op punt x = 3,0 m zal bewegen na het moment weergegeven in het bovenstaande (u,x)-diagram.

c. (1p) Hoeveel trillingen heeft punt x = 5,0 m uitgevoerd?

d. (1p) Leg uit dat punt x = 5,5 meter dezelfde amplitude heeft als punt x = 5,7 m.

e. (3p) Teken het (u,t)-diagram behorende bij punt x = 4,0 m. Geef in het diagram duidelijk aan op welk tijdstip de grafiek stopt.

15. Hieronder zien we het (u,x)-diagram van een touw. Een leerling heeft een golf in dit touw laten ontstaan met een frequentie van 0,50 Hz door aan de linkerzijde het touw op en neer te bewegen.



a. (3p) Teken het (u,t)-diagram behorende bij punt x = 0 m tot aan het moment weergegeven in het bovenstaande (u,x)-diagram. Geef in het diagram duidelijk aan op welk tijdstip de grafiek stopt.

b. (3p) Doe hetzelfde voor punt x = 2,0 m.

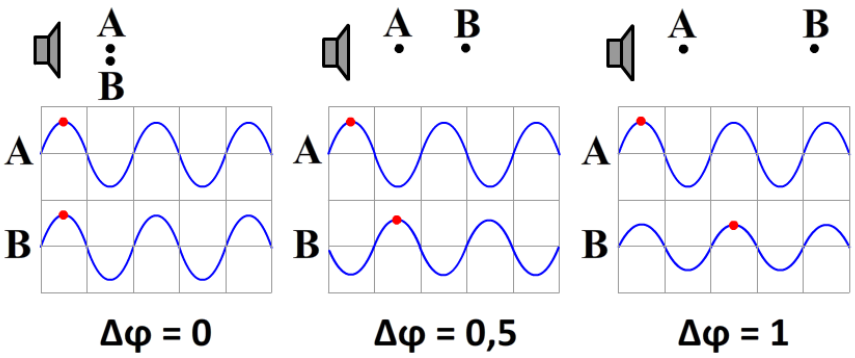
TESTVERSIE

§5 Faseverschil (VWO)

In deze paragraaf introduceren we het begrip faseverschil. We kunnen hiermee o.a. achterhalen of twee golven of trillingen synchroon lopen of niet. In de volgende paragraaf zullen we nog meer toepassingen zien van dit begrip.

In de onderstaande afbeelding zien we een speaker die een toon met een vaste frequentie voortbrengt en twee microfoons A en B met de bijbehorende oscilloscoopbeelden. In de linker afbeelding bevinden de microfoons zich op dezelfde afstand van de geluidsbron en als gevolg lopen de trillingen op het oscilloscoopbeeld gelijk. We zeggen in zo'n geval dat de trillingen **in fase** lopen en we zeggen dan dat het **faseverschil** (**Δϕ**) tussen de trillingen nul is. Wiskundig schrijven we dit als:

$$\Delta\phi = 0$$



EXPERIMENT FASEVERSCHIL

In de middelste afbeelding is microfoon B een stuk naar rechts verschoven. De geluidsgolf komt hier nu **later** aan. De grafiek behorende bij B is daarom ook een stuk naar rechts verschoven. We zien aan het oscilloscoopbeeld van B dat op deze afstand de trilling een **halve trillingstijd** achterloopt. Als gevolg is het faseverschil nu gelijk aan:

$$\Delta\phi = 0,5$$

De trillingen lopen nu precies tegengesteld aan elkaar. Als de ene grafiek omhoog gaat, dan gaat de ander naar beneden. We zeggen dat deze trillingen **in tegenfase** lopen.

In de laatste afbeelding hebben we microfoon B zover doorgeschoven dat de trillingen weer in fase lopen (het faseverschil is hier Δϕ = 1). Het enige verschil tussen de oscilloscoopbeelden is nu dat de amplitude bij B iets kleiner is geworden, omdat B zich iets verder van de bron bevindt. Microfoon B loopt nu precies **één trillingstijd** achter op microfoon A en als gevolg weten we dat er dus een **hele golf** tussen A en B past. Door de afstand tussen A en B te meten, weten we dus direct wat de golflengte van het geluid is! Met de bovenstaande rechter QR-code kan je een filmpje vinden waarin dit experiment gedemonstreerd wordt.

Als we de tweede microfoon B nog verder zouden schuiven, dan zouden de twee trillingen op een gegeven moment weer in tegenfase zijn en dan weer in fase etc. Over het algemeen geldt:

$$\Delta\phi = n \quad \text{(in fase)}$$

$$\Delta\phi = n + \frac{1}{2} \quad \text{(in tegenfase)}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, 4 \ldots$$

TESTVERSIE

We kunnen het faseverschil in dit experiment ook uitrekenen met een formule:

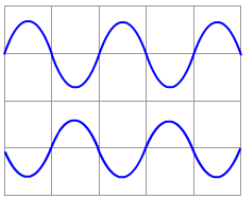
$$\frac{\Delta t}{T} = \Delta\phi$$

Tijdsverschil (Δt)	seconde (s)
Trillingstijd (T)	seconde (s)
Faseverschil (Δϕ)	-

INSTRUCTIEVIDEO FASEVERSCHIL

Δt is hier het tijdsverschil tussen de aankomst van de golf bij de twee microfoons.

Het vergelijken van twee oscilloscoopbeelden is in principe niet genoeg om het faseverschil te vinden. Kijk bijvoorbeeld naar de rechter afbeelding. Het is hier niet duidelijk of het faseverschil 0,5 is of 1,5 of 2,5 etc. We weten alleen dat het faseverschil eindigt op ",5". We zeggen daarom dat het **gereduceerde faseverschil** (**$\Delta\phi_r$**) hier gelijk is aan 0,5. Het gereduceerde faseverschil is dus het faseverschil waar alle hele getallen vanaf zijn getrokken. Als het faseverschil bijvoorbeeld 8,25 is, dan is het gereduceerde faseverschil 0,25. Als het faseverschil 3,3 is, dan is het gereduceerde faseverschil 0,3.



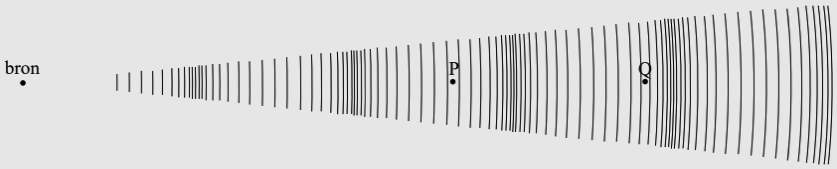
$\Delta\varphi_r = 0,5$

Zorg dat je kan redeneren met faseverschil en de gereduceerde fase

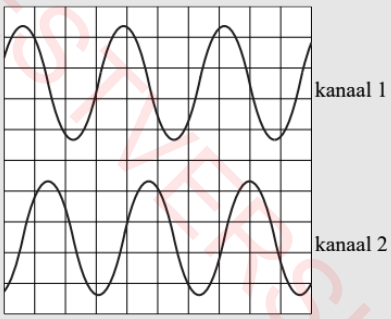
1. (2p) Een leerling sluit twee microfoons aan op een oscilloscoop en zet een speaker aan die een toon met een vaste frequentie produceert. De oscilloscoopbeelden laten twee grafieken zien die in tegenfase lopen. Leg uit waarom je niet genoeg informatie hebt om het faseverschil tussen de microfoons te bepalen, maar wel het gereduceerde faseverschil.

2. (4p) Een leerling wil de geluidsnelheid bepalen met de volgende opstelling. Twee microfoons worden op dezelfde afstand van een geluidsbron geplaatst. Een van de microfoons wordt dan 113 cm verder van de speaker geplaatst. Op deze plek lopen de trillingen voor het eerst in tegenfase. De speaker produceert een geluid met een frequentie van 150 Hz. Bereken de geluidsnelheid.

3. Hieronder is schematisch een bron weergegeven die geluidsgolven uitzendt. De ruimte waarin deze golven zich verplaatsen is gevuld met koolstofdioxide.



In de punten P en Q wordt het geluid waargenomen met behulp van twee microfoons die aangesloten zijn op een oscilloscoop. Dit levert het volgende beeld op:



De tijdbasis van de oscilloscoop is ingesteld op 0,50 ms/hokje.

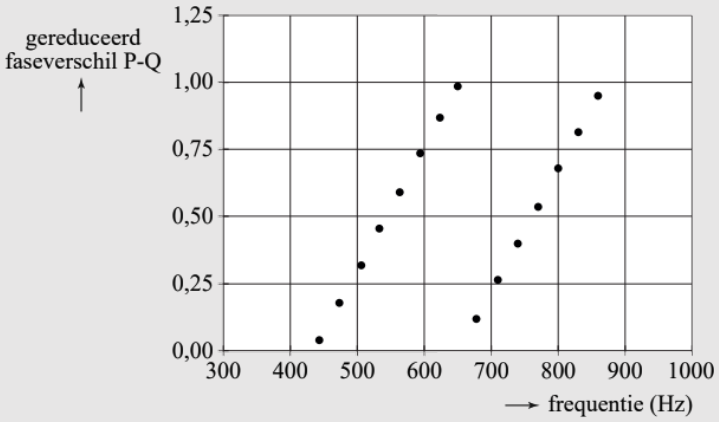
TESTVERSIE

a. (4p) Bepaal de frequentie van het waargenomen geluid.

b. (2p) De amplitude van het geluid in P is verschillend van de amplitude van het geluid in Q. Toch zijn de amplitudes op het oscilloscoopbeeld gelijk. Dat komt omdat de gevoeligheid in mV/hokje van de twee kanalen anders is ingesteld. Leg uit of de gevoeligheid van het kanaal van de microfoon in P groter of kleiner is dan de gevoeligheid van het kanaal van de microfoon in Q.

c. (2p) De twee signalen in het oscilloscoopbeeld vertonen een faseverschil. Leg op grond daarvan uit of de microfoon in P aangesloten is op kanaal 1 of op kanaal 2.

d. (4p) Voor het bepalen van de geluidssnelheid in koolstof-dioxide worden de microfoons verplaatst. De afstand tussen P en Q is nu 1,19 m. De frequentie van de geluidsbron is regelbaar. Bij verschillende frequenties wordt het gereduceerde fase-verschil tussen P en Q bepaald (zie het rechter diagram). Bepaal met dit figuur de geluid-snelheid in koolstofdioxide. (bron: examen VWO 2011-pilot)

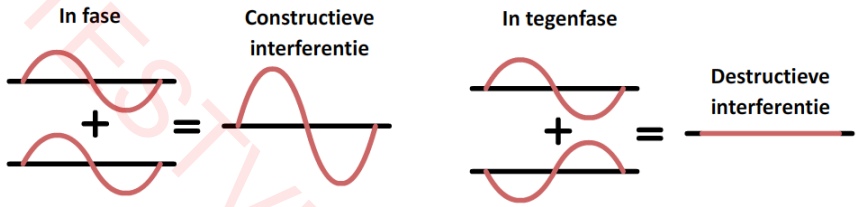


§6 Interferentie (VWO)

In deze paragraaf gaan we ontdekken wat er gebeurt als meerdere golven door elkaar heen gaan lopen. Op sommige punten zullen de golven elkaar versterken en op andere zullen ze elkaar uitdoven. We spreken hier van interferentie. Om uit te vinden wanneer dit gebeurt hebben we het begrip faseverschil nodig uit de vorige paragraaf.

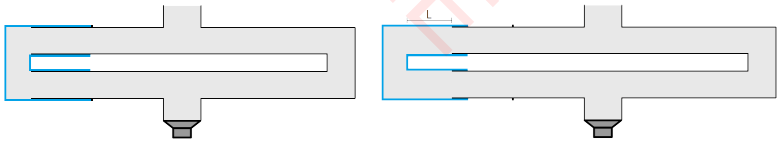
Als twee geluidsgolven door elkaar heen gaan lopen, dan worden de uitwijkingen van de golven bij elkaar opgeteld. Deze “optelling van golven” wordt **superpositie** genoemd. Op sommige punten zullen de golven elkaar versterken en op andere zullen de golven elkaar uitdoven. We noemen deze effecten **interferentie**.

Als twee geluidsgolven op een bepaald punt **in fase** lopen, dan zullen de golven elkaar maximaal **versterken** en is het geluid **maximaal hoorbaar**. We spreken hier van **constructieve interferentie** en we noemen een punt waar dit plaatsvindt ook wel een **maximum**. Als de geluidsgolven op een bepaald punt **in tegenfase** lopen, dan zullen ze elkaar **opheffen** en als gevolg is er geen geluid hoorbaar. We spreken hier van **destructieve interferentie** en we noemen een punt waar dit plaatsvindt ook wel een **minimum**. We zien dit effect gedemonstreerd in een filmpje dat te bereiken is met de onderstaande QR-code).



EXPERIMENT INTERFERENTIE

In de onderstaande afbeelding worden twee geluidsgolven linksom en rechtsom door buizen gestuurd. In de linker afbeelding is het linker en het rechter pad even groot. De geluidsgolven komen daarom in fase aan de bovenkant van het apparaat aan. Als gevolg zullen de golven elkaar hier versterken. Er vindt hier dus constructieve interferentie plaats en het geluid is nu maximaal hoorbaar.



TESTVERSIE

Als we het linker pad geleidelijk verlengen (zie de rechter afbeelding), dan komt er een moment waarop de golven in tegenfase aankomen (Δϕ = 0,5). Het linker pad is nu een **halve golflengte** langer dan het rechter pad. Als gevolg treedt nu destructieve interferentie op en is er geen geluid hoorbaar bij de uitgang (in de praktijk is nog wel een beetje geluid hoorbaar, o.a. doordat het geluid ook door de buizen naar buiten trilt).

Als het linker pad nog verder verlengt wordt, dan komt er een moment dat de golven weer in fase aankomen (Δϕ = 1). Het linker pad is nu **één golflengte** langer dan het rechter pad. Als gevolg treedt nu weer constructieve interferentie op en is het geluid weer maximaal hoorbaar bij de uitgang.

Het verschil in lengte tussen de twee paden noemen we het **weglengteverschil** (**Δx**). In formuletaal geldt:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \Delta\phi$$

Weglengteverschil (Δx)	meter (m)
Golflengte (λ)	meter (m)
Faseverschil (Δϕ)	-

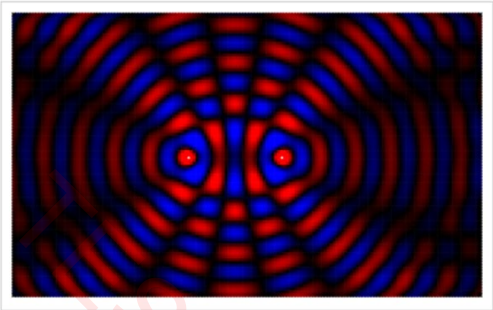
Als er een heel aantal golven in dit weglengteverschil past, dan geldt Δϕ = n en vindt er constructieve interferentie plaats. Als geldt dat Δϕ = n + 0,5, dan vindt er destructieve interferentie plaats. Er geldt dus:

$$\Delta\phi = n \quad \text{(constructief)}$$

$$\Delta\phi = n + \frac{1}{2} \quad \text{(destructief)}$$

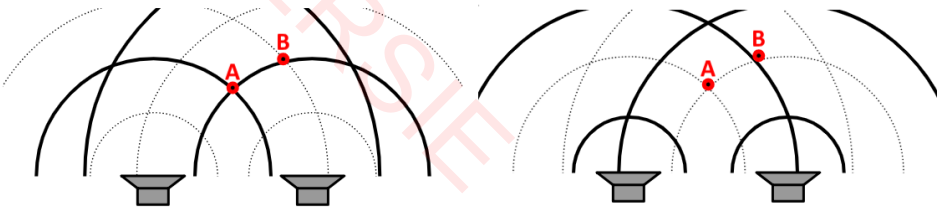
$$n = 0, 1, 2, 3, 4 \ldots$$

Op de website vindt je een programma (zie de onderstaande QR-code) waarbij je zelf geluidsbronnen kan plaatsen en het interferentiepatroon kan zien ontstaan. Hieronder zien we een screenshot van dit programma. Merk op dat er lijnen ontstaan waar destructieve interferentie optreedt. Dit worden de **knooplijnen** genoemd. Ook heb je lijnen waar constructieve interferentie optreedt. Dit worden de **buiklijnen genoemd**.



PROGRAMMA INTERFERENTIE

Het onderstaande figuur is op de website ook als animatie afgebeeld. In de animatie zijn twee luidsprekers naast elkaar afgebeeld. Beide luidsprekers produceren dezelfde toon. De dikke lijnen geven aan op welke plekken de luchtdichtheid het grootst is. De stippellijnen geven aan op welke plekken de dichtheid het kleinst is.



Bij punt A komen telkens golven met hoge dichtheid samen en dan golven met lage dichtheid. Deze golven versterken elkaar en hier treedt dus constructieve interferentie op. Het is deze maximale verandering van dichtheid die ons oor waarneemt als geluid. Bij punt B komt telkens een hoge dichtheidsgolf en een lage dichtheidsgolf tegelijk samen. De golven heffen elkaar hier op en als gevolg is de dichtheid van de lucht hier constant en gelijk aan de waarde die de dichtheid zou hebben als er helemaal geen geluidsgolven zouden zijn. Er treedt hier dus destructieve interferentie op en er is dus (zo goed als) geen geluid te horen. De uitdoving op punt B is goed merkbaar, maar niet perfect. Dit komt o.a. doordat het geluid van de linker bron een grotere afstand heeft moeten afleggen en dus een kleinere amplitude gekregen heeft en omdat de geluidsgolven vaak ook nog reflecteren tegen objecten in de omgeving, waardoor alsnog geluid bij punt B kan aankomen.

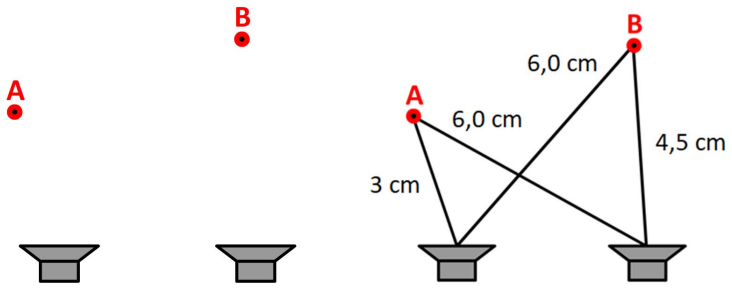
Tijd voor een rekenvoorbeeld. In het onderstaande voorbeeld zien we wederom de twee luidsprekers, maar dit keer zijn de golven niet getekend. Beide luidsprekers zenden golven uit met een golflengte van 1,0 cm.

INSTRUCTIEVIDEO INTERFERENTIE

In de rechter afbeelding zijn de afstanden van de geluidsbronnen tot de punten A en B opgemeten. Bij punt A is het weglengte-verschil 6,0 - 3,0 = 3,0 cm. Bij punt B is het weglengteverschil 6,0 - 4,5 = 1,5 cm. Met dit weglengteverschil kunnen we het faseverschil uitrekenen:

$$\Delta\phi_A = \frac{\Delta x_A}{\lambda} = \frac{3,0}{1,0} = 3,0$$

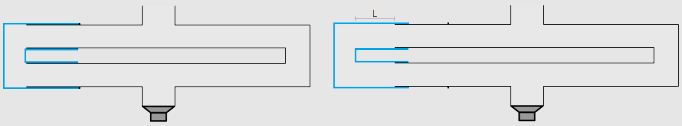
$$\Delta\phi_B = \frac{\Delta x_B}{\lambda} = \frac{1,5}{1,0} = 1,5$$



Punt A voldoet aan Δϕ = n. Er treedt hier dus constructieve interferentie op. Punt B voldoet aan Δϕ = n + 0,5. Hier treedt dus destructieve interferentie op.

Zorg dat je kan rekenen met Δx/ λ = Δϕ en zorg dat je kan achterhalen of constructieve of destructieve interferentie optreedt

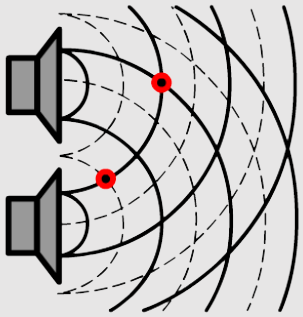
1. Een luidspreker wordt bevestigd aan een serie buizen. Aan de linkerkant kan de lengte van de buizen aangepast worden. Als de buis geheel ingeschoven is, dan zijn beide paden even lang. De luidspreker produceert een toon met een frequentie van 440 Hz.



   a. (2p) Leg uit of het geluid aan de bovenkant van de buizen versterkt of verzwakt te horen is als de buis geheel ingeschoven is.

   b. (5p) Bereken de afstand L dat de buis uitgeschoven moet worden om het eerste minimum te vinden. Ga ervan uit dat de temperatuur van de lucht in de buizen gelijk is aan 20 graden Celsius.

2. In de rechter afbeelding zijn twee luidsprekers weergegeven die dezelfde toon in fase produceren.



   a. (2p) Geef voor elk van de twee punten in de afbeelding aan of er een minimum of een maximum bevindt.

   b. (2p) Als je dit experiment in werkelijkheid uitvoert dan zou je op een minimum toch een beetje geluid horen. Geef hiervoor twee redenen.

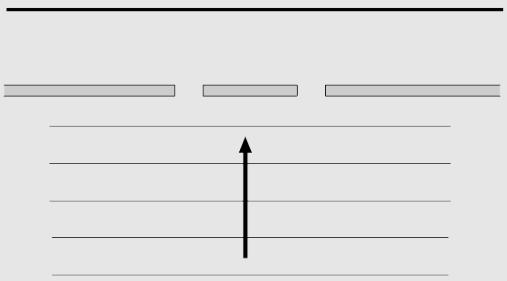
   c. (1p) Teken de buiklijnen in de tekening.

   d. (1p) Teken de knooplijnen in de tekening.

TESTVERSIE

3. In de onderstaande afbeelding zien we een golf in een waterbak die op een muurtje afkomt met daarin twee openingen. De afstand tussen de lijnen in de tekening is gelijk aan een hele golflengte. Bij beide openingen zullen cirkelvormige golven ontstaan.

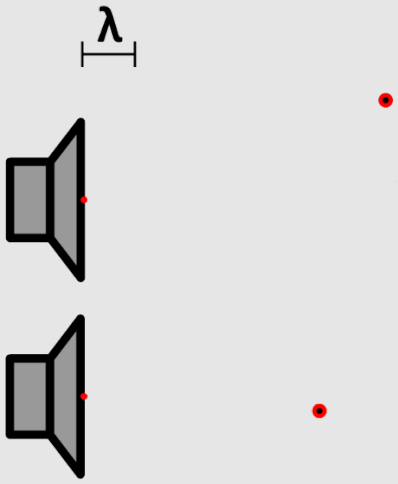
De golven komen op den duur aan bij de zwarte horizontale streep aan de bovenkant van de afbeelding.



a. (3p) Geef drie punten aan op deze streep waar de golven elkaar maximaal versterken.

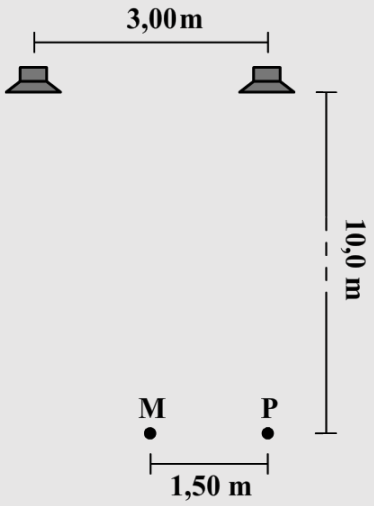
b. (1p) Leg uit of het wateroppervlak zijn laagste punt bereikt bij de minima of de maxima. Leg je antwoord uit.

4. In de onderstaande afbeelding zijn twee luidsprekers weergegeven die dezelfde toon in fase produceren.



a. (4p) Geef voor beide punten het faseverschil en het gereduceerde faseverschil.
b. (2p) Leg voor elk van de twee aangegeven punten uit of er een minimum of een maximum bevindt.
c. (1p) Beantwoord vraag a en b voor de situatie waarbij de luidsprekers twee tonen in tegenfase produceren.

5. Twee luidsprekers L_1 en L_2 hebben een onderlinge afstand van 3,00 m (zie de rechter afbeelding). De twee luidsprekers zijn in fase aangesloten op een toongenerator die een pure toon produceert. De afbeelding is niet op schaal weergegeven.



a. (1p) Leg uit dat in punt M de bronnen elkaar versterken.

b. (6p) Een persoon loopt met een microfoon van M naar P. Bij P vindt hij voor de tweede keer een minimum. Bereken met deze informatie de frequentie van het geluid. Ga ervan uit dat de temperatuur van de lucht gelijk is aan 20 graden Celsius.

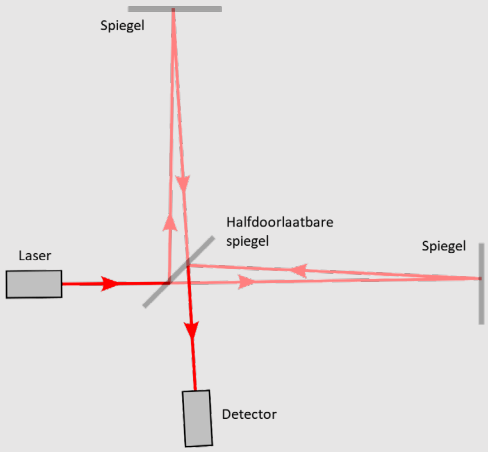
c. (1p) Leg uit waarom er op punt P geen volledige stilte heerst. Je mag er van uitgaan dat reflectie-effecten verwaarloosbaar zijn.

TESTVERSIE

6. Een leerling wil de golflengte en de frequentie van een bepaald type laserlicht bepalen. Hij gebruikt hiervoor een interferometer (zie de onderstaande afbeelding). In dit apparaat wordt licht met een bepaalde frequentie tegen een halfdoorlaatbare spiegel geschoten. Deze spiegel laat de helft van het licht door en reflecteert de andere helft. Uiteindelijk komen beide lichtstralen weer samen in een detector. Als de spiegels op gelijke afstand staan, dan leggen beide lichtstralen een gelijke afstand af en versterken ze elkaar bij de detector.

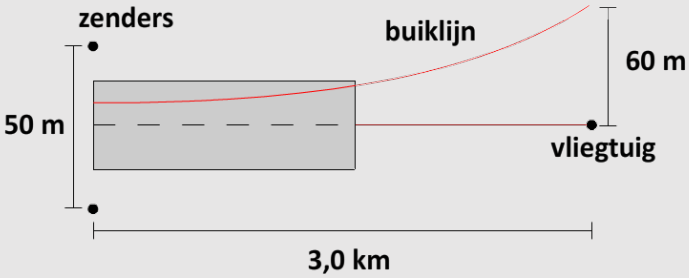
   a. (5p) Met een speciaal systeem kan de spiegel met 0,01 µm nauwkeurig verplaatst worden. Het blijkt met dit systeem dat het eerste minimum bereikt wordt als de rechter spiegel 0,16 µm naar rechts wordt geschoven. Bereken met deze informatie de golflengte van dit laserlicht in nm. Zoek daarna met behulp van BINAS op om welke kleur licht het hier gaat.

   b. (2p) Stel dat de onderzoekers de spiegel in één keer 1,0 cm naar rechts hadden verplaatst en dat op deze afstand ook een minimum had plaatsgevonden. Leg uit dat je in dat geval niet genoeg informatie hebt om de golflengte van het licht te bepalen. Gebruik in je antwoord in ieder geval het woord faseverschil en gereduceerde faseverschil.



(Afbeelding: Krishnavedala; CC BY-SA 4.0)

7. (6p) Een wetenschapper bedenkt een methode waarbij vliegtuigen nauwkeurig kunnen landen bij mist en hevige regen. Twee radiozenders worden hiervoor aan het einde van de landingsbaan geplaatst op een onderlinge afstand van 50 m, zoals hieronder van bovenaf is weergegeven (de afbeelding is niet op schaal).



De radiozenders zenden in tegenfase twee golven uit met dezelfde frequentie. Op deze manier treedt op de middellijn van de landingsbaan destructieve interferentie op. Als het vliegtuig zich op deze lijn bevindt, zal het dus geen signaal ontvangen. Als het vliegtuig te veel naar links of rechts afwijkt, dan zal het vliegtuig wel een signaal ontvangen en weet de piloot dat hij moet bijsturen. Om genoeg nauwkeurig te zijn moeten de eerste buiklijnen zich op 60 meter aan beide zijde van de middellijn bevinden op een afstand van 3,0 km van de zenders (zie wederom de afbeelding). Bereken op welke frequentie de zenders ingesteld moeten worden.

TESTVERSIE

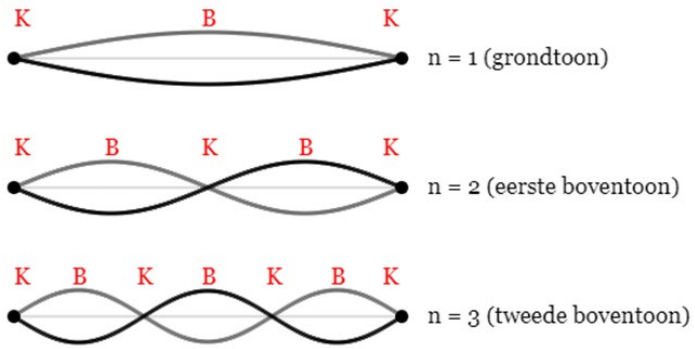
§7 Staande golven

In deze paragraaf gaan we muziekinstrumenten bestuderen. In muziekinstrumenten ontstaan zogenaamde staande golven. In deze paragraaf gaan we deze golven leren beschrijven met tekeningen en formules.

In de animatie op de website (zie de rechter QR-code) zijn twee dezelfde golven te zien die in tegengestelde richting bewegen. De individuele golven zijn in het rood en het blauw aangegeven. De superpositie van de twee golven is weergegeven in het zwart. De golf die ontstaat beweegt niet naar links en niet naar rechts en is dus geen lopende golf. We noemen dit type golf een **staande golf**. Zoals je kunt zien staan sommige punten van het touw de gehele tijd stil. Deze punten noemen we **knopen**. Andere punten in het touw bewegen maximaal omhoog en naar beneden. We noemen dit **buiken**.

PROGRAMMA SUPERPOSITIE

Een staande golf ontstaat bijvoorbeeld op als we een golf heen en weer laten bewegen in een kleine ruimte. De golf reflecteert dan tegen de uiteinden van deze ruimte en komt zichzelf tegen, waardoor een staande golf ontstaat. Hieronder zien we bijvoorbeeld drie staande golven in een snaar die aan **beide uiteinden vast zit** (op de website is deze afbeelding een animatie). De knopen zijn weergegeven met de letter K en de buiken met de letter B. Zoals je in de afbeelding kunt zien is de afstand tussen een buik en een knoop gelijk aan een **kwart golflengte**.



PROGRAMMA STAANDE GOLVEN IN EEN SNAAR

EXPERIMENT STAANDE GOLVEN IN EEN SNAAR

De eerste staande golf noemen we de **grondtoon**. De andere tonen die zijn afgebeeld noemen we de **boventonen**. We geven deze verschillende tonen ook aan met een nummer. Voor de grondtoon geldt **n = 1**. Voor de **eerste boventoon** schrijven we **n = 2**. Voor de **tweede boventoon** geldt **n = 3**. Etc. Zoals je kunt zien bevat de grondtoon een buik en twee knopen. Elke daaropvolgende toon bevat telkens één extra knoop en één extra buik. In een muziekinstrument is de grondtoon meestal het duidelijkst te horen.

Zoals je kunt zien past er bij de grondtoon een halve golflengte in de snaar. De snaar in de eerste boventoon bevat een hele golflengte. De snaar in de tweede boventoon bevat anderhalve golflengte, etc. We kunnen dit patroon samenvatten met de volgende formule:

$$L = n\frac{1}{2}\lambda \quad \textbf{(twee vaste uiteinden)}$$

Lengte trillend voorwerp	meter (m)
Nummer toon (n)	1, 2, 3, …
Golflengte (λ)	meter (m)

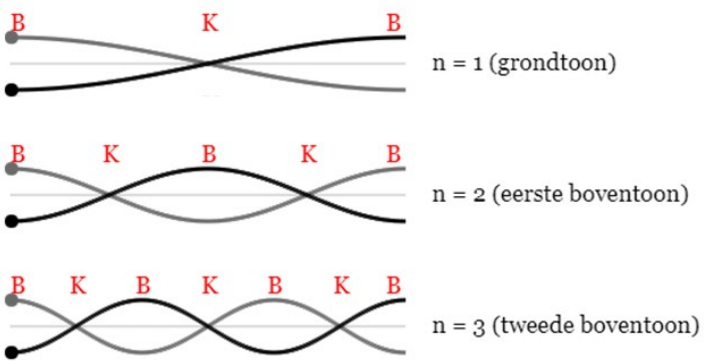
Als we de frequentie van de grondtoon $\mathbf{f_1}$ weten, dan kunnen we de daaropvolgende frequenties als volgt vinden:

$$f_n = n \times f_1 \quad \textbf{(twee vaste uiteinden)}$$

TESTVERSIE

In de volgende afbeelding zien we trillingen in een snaar die **aan beide kanten vrij kan bewegen**. Bij dit type staande golf hebben we dus aan beide uiteinden een buik.

Ook in dit geval bestaat de grondtoon uit een halve golflengte, de eerste boventoon uit een hele golflengte, etc. Ook hier gelden dus dezelfde formules:

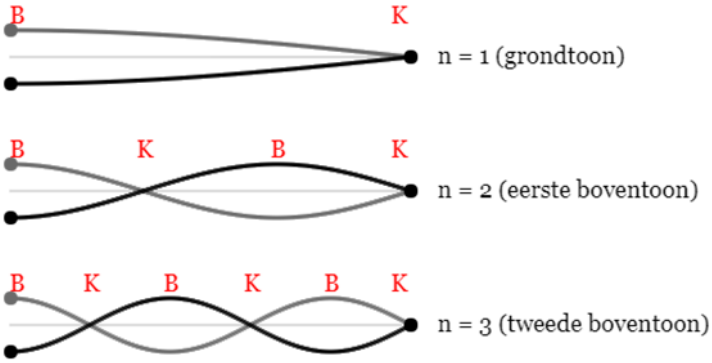


$$L = n\frac{1}{2}\lambda \quad \textbf{(twee losse uiteinden)}$$

$$f_n = n \times f_1 \quad \textbf{(twee losse uiteinden)}$$

In het derde geval zit de snaar **aan één kant vast en aan de andere kant los**. In dit geval hebben we dus aan de ene kant altijd een buik en aan de andere kant altijd een knoop.

De grondtoon bevat slechts één buik en één knoop. Er zit nu slechts een kwart golf in het touw. Bij de eerste boventoon zien we twee knopen en twee buiken. In dit geval past er dus driekwart van een golf in het touw. Etc. We kunnen dit patroon samenvatten met de volgende formule:



$$L = (2n - 1)\frac{1}{4}\lambda \quad \textbf{(een los en een vast uiteinde)}$$

Lengte trillend voorwerp	meter (m)
Nummer toon (n)	1, 2, 3, …
Golflengte (λ)	meter (m)

In dit geval geldt:

$$f_n = (2n - 1) \times f_1 \quad \textbf{(een los en een vast uiteinde)}$$

Ook in lucht kunnen we staande golven creëren. Op de website kan je animaties vinden (zie de rechter QR-code) van staande golven in lucht in een buis met twee open uiteinden en een buis met een open en een gesloten uiteinde. Aan de **open uiteinden** kan de **lucht vrij bewegen**. Hier hebben we dus te maken met een **buik**. Aan een **gesloten uiteinde** staat de **lucht stil**. Hier hebben we dus te maken met een **knoop**. We krijgen hier dezelfde patronen van buiken en knopen als bij staande golven in een touw.

PROGRAMMA STAANDE GOLVEN OPEN-OPEN & OPEN-GESLOTEN

PROGRAMMA STAANDE GOLVEN IN LUCHT

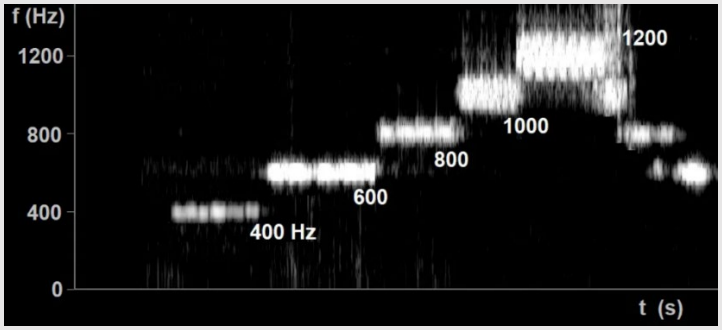
DEMONSTATIE STAANDE GOLVEN IN LUCHT

INSTRUCTIEVIDEO STAANDE GOLVEN

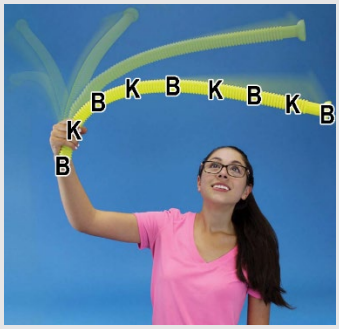
TESTVERSIE

Voorbeeld

Vraag:
In de onderstaande rechter afbeelding zien we een zogenaamde slingerbuis. Als je deze buis rondslingert zijn bij bepaalde snelheden tonen te horen. Deze tonen komen overeen met de boventonen (de grondtoon is in deze buis amper hoorbaar). In de linker afbeelding zien we de frequentie van de tonen die met de buis geproduceerd kunnen worden. Teken in de rechter afbeelding het knopen-en-buikenpatroon dat hoort bij de toon met een frequentie van 800 Hz.



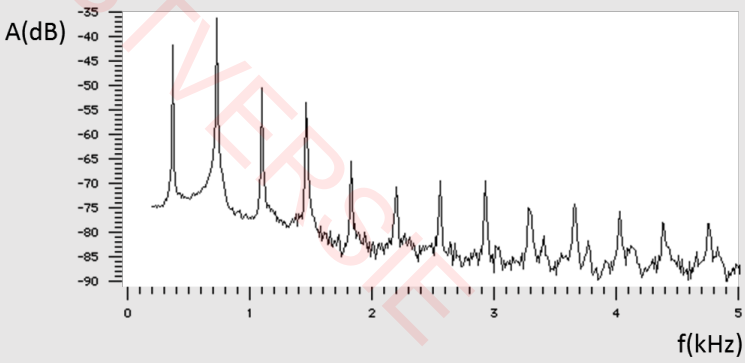
Antwoord:
De grondtoon is niet zichtbaar. 400 Hz is dus de eerste boventoon, 600 Hz de tweede boventoon en 800 Hz de derde boventoon. Bij een buis die aan beide kanten open is geldt bij de derde boventoon (n = 4) dat er vier knopen tussen de uiteinden van de buis zitten (zie de onderstaande afbeelding).



VWO-STOF

Als we in de praktijk een toon produceren met een muziekinstrument, dan horen we meestal een complexe superpositie van de grondtoon en de boventonen (zie hiervoor ook de QR-code). Hieronder zien we bijvoorbeeld het geluidspectrum van een fluit. De eerste piek die we zien is de grondtoon en de rest van de pieken zijn de boventonen. De positie en de hoogte van deze pieken verklaart het verschil tussen het geluid van bijvoorbeeld een fluit, een trompet of een gitaar. In de rechter grafiek zien we dat alleen bij bepaalde frequenties de geluidsterkte dramatisch toeneemt. Waar hebben we dit eerder gezien? Dit is **resonantie**! De pieken zijn dus resonantiepieken en dit verklaart waarom muziekinstrumenten een goed hoorbare toon kunnen voortbrengen.

HOSTVERSIE



PROGRAMMA SUPERPOSITIE

Zorg dat je staande golven kan tekenen en dat je met de bijbehorende formules kan rekenen

1. (1p) Leg uit hoe groot de afstand is tussen een knoop en een buik bij een staande golf, uitgedrukt in de golflengte.

2. (3p) Teken het patroon van buiken en knopen bij een gitaarsnaar, bij een panfluit met twee open uiteinden en bij een panfluit met één gesloten uiteinde. Doe dit voor de grondtoon en de eerste twee boventonen. Gebruik de letter K om een knoop aan te duiden en de letter B om een buik aan te duiden.

3. Een aantal leerlingen staan op een loopbrug en bewegen ritmisch op en neer met een bepaalde frequentie. Als gevolg komt de hele brug in trilling en ontstaat er een staande golf (zie de onderstaande afbeelding).

   a. (3p) De lengte van de brug is 28 m en de leerlingen bewegen op en neer met een frequentie van 0,56 Hz. Bereken de voortplantingssnelheid van de lopende golven in de brug.

   b. (3p) De studenten gaan nu met een frequentie van 1,12 Hz op en neer bewegen. Teken de uiterste standen van de staande golf die hierbij ontstaat. Licht je tekening toe met een berekening of een redenering.
   (bron: examen HAVO 2011-1)

4. Het geluid van een stemvork wordt vaak versterkt door deze op een klankkast te zetten die aan de ene kant gesloten is en aan de andere kant open. Een bepaalde klankkast heeft een lengte van 17,8 cm en de lucht in de klankkast gaat in zijn grondtoon trillen.

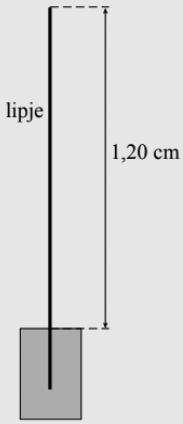
   a. (5p) Bereken de frequentie behorende bij deze grondtoon. Ga er van uit dat de temperatuur van de lucht in de klankkast 20 graden Celsius is.

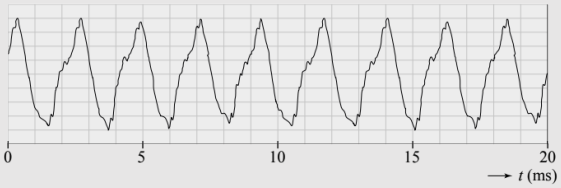
   b. (2p) De buik die ontstaat aan het open uiteinde van de klankkast bevindt zich eigenlijk iets buiten de opening. Heeft de stemvork in dat geval een grotere of een kleinere frequentie dan berekend bij vraag a. Licht je antwoord toe.

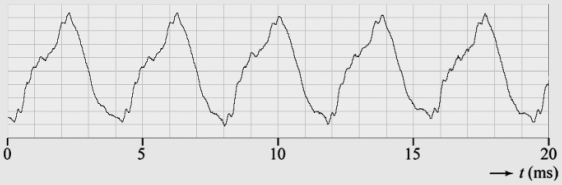
5. In een mondharmonica zit een rij met gaatjes. Onder elk gaatje zit een metalen lipje van verschillende lengte. Een lipje is een dun koperen stripje dat aan één kant is vastgemaakt. Het andere uiteinde kan vrij trillen. Het zijaanzicht van een lipje is in de volgende afbeelding weergegeven. Als een speler lucht door een gaatje blaast, ontstaat in het bijbehorende lipje onder dat gaatje een staande golf.

   a. (4p) Als het lipje in de grondtoon trilt, ontstaat een toon van 392 Hz. Bereken de voortplantingssnelheid van de golven in het lipje.

   b. (3p) Met behulp van een microfoon worden twee geluidsopnames gemaakt waarbij een persoon door twee verschillende gaten blaast. Van deze twee opnames zijn de rechter (u,t)-diagram-men gemaakt. Leg uit welke van deze figuren correspondeert met het langste lipje.







   c. (1p) Naast de grondtoon gaat het lipje (zeker bij hard blazen) ook trillen in de eerste boventoon. Geef in een tekening weer op welke plaatsen zich buiken en knopen bevinden als het lipje in de eerste boventoon trilt.
   (bron: examen VWO 2009-1)

TESTVERSIE

6. Een leerling maakt zelf een panfluit bestaande uit buizen van verschillende lengte. Als zij over een buis blaast, gaat de lucht in deze buis trillen en ontstaat er geluid.

   a. (3p) Hieronder staan twee zinnen over de geluidsgolven in deze buis. Geef voor elke zin het juiste alternatief: In de buis bevinden zich **transversale / longitudinale** geluidsgolven met verschillende **snelheden / frequenties**. Er treedt resonantie op zodra de **amplitude / golflengte** van een golf in verhouding is met de lengte van de luchtkolom in de buis.

   b. (1p) De buizen waar de panfluit uit bestaat zijn aan beide uiteinden open. Teken de knopen (K) en buiken (B) behorende bij de grondtoon.

   c. (5p) De buizen worden nu aan de onderkant afgesloten met kurken. De buis heeft een lengte van 18,8 cm. De kurk steekt 1,0 cm in de buis. De temperatuur van de lucht is 20 graden Celsius. Bereken de frequentie van de grondtoon die de buis dan laat horen.

   d. (2p) Bij een meting blijkt de frequentie van de grondtoon hoger dan verwacht. Een leerling denkt dat dit komt omdat de temperatuur van de lucht in de panfluit groter is dan 20 graden Celsius. Kan de hogere temperatuur de oorzaak zijn?

   e. (2p) De leerling wil te frequentie verlagen door de kurk dieper of minder diep in de buis te duwen. Leg uit welke kant de kurk op geduwd moet worden.

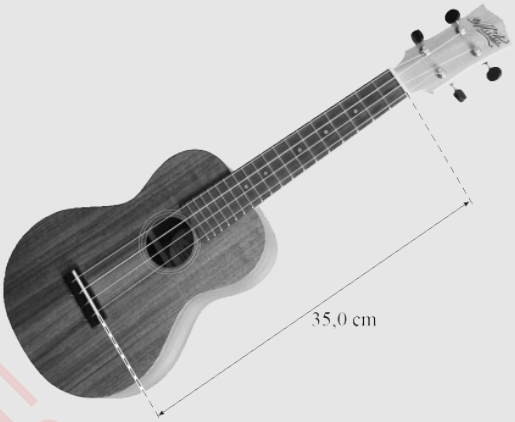
   (bron: examen HAVO 2017-2)

7. Als alle gaatjes van een blokfluit dichtgehouden worden, dan produceert de blokfluit een toon met een grondfrequentie van 520 Hz. Je mag ervan uitgaan dat aan beide uiteinden van de blokfluit een buik zit.

   a. (4p) Bereken de afstand tussen de twee uiteinden. Ga er van uit dat de temperatuur van de lucht in de blokfluit gelijk is aan 20 graden Celsius.

   b. (4p) Het middelste gaatje dat precies halverwege de blokfluit zit, wordt nu geopend. Leg uit welke frequentie de blokfluit nu voortbrengt.

8. (VWO) Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren (zie de onderstaande afbeelding). Elke snaar heeft een lengte van 35,0 cm.



   Alle snaren zijn gemaakt van nylon. Een ukelele kan op verschillende manieren gestemd worden. Een manier van stemmen is hieronder weergegeven:

Snaar	grondtoon	f (Hz)
1	G	392
2	C	262
3	E	330
4	A	440

   a. (5p) Laat met behulp van de tabel zien dat de golfsnelheid in de snaren niet gelijk is.

TESTVERSIE

b. (2p) Als snaar 3 en 4 tegelijk worden aangetokkeld, is er een klank te horen die als prettig ervaren wordt. We zeggen ook wel dat deze twee snaren “stemmen”. Een verklaring hiervoor is dat deze snaren een of meer gemeenschappelijke boventonen hebben. Bepaal de frequentie van de laagste gemeenschappelijke boventoon van de snaren 3 en 4.

c. (4p) Het verband tussen de spankracht en de golfsnelheid in een snaar kan worden weergegeven met behulp van:

$$v = \sqrt{\frac{F_{span}}{\mu}} \qquad \text{met} \qquad \mu = \frac{m}{l}$$

Hierin is v de golfsnelheid, F de spankracht, m de massa en l de lengte van de snaar. Laat met behulp van deze formule en formules uit BINAS zien dat geldt dat:

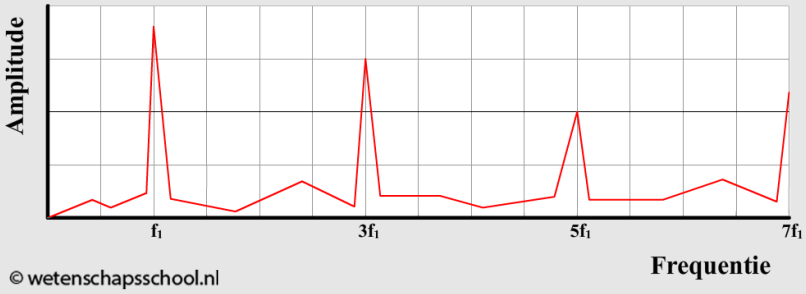
$$F_{span} = \frac{\lambda^2 f^2 \pi d^2 \rho}{4}$$

Hierin is d de dikte van de snaar en ρ de dichtheid van de snaar.

d. (3p) De dikte van snaar 1 bedraagt 0,65 mm. De ukelele is gestemd op de manier zoals weergegeven in de tabel. Bepaal de spankracht in snaar 1.

(bron: examen VWO 2015-2)

9. (VWO, 3p) Hieronder zien we het spectrum van een bepaald muziekinstrument met een luchtkolom. Laat met een berekening zien of we hier te maken hebben met een luchtkolom die aan beide kanten open is of dat één kant gesloten is.



10. Een vleugel is een muziekinstrument met toetsen en snaren. Als een toets wordt ingedrukt, slaat een houten hamertje tegen een strak gespannen snaar die vervolgens gaat trillen. De klank die je hoort, bestaat uit de grondtoon en enkele boventonen.

a. (2p) Afhankelijk van de plek waar het hamertje de snaar raakt, zullen de verschillende boventonen wel of niet meeklinken. Stel dat het hamertje neerkomt op 1/8ste deel van de lengte van de snaar. De boventoon die op deze plek een knoop heeft, klinkt dan niet. Noem de laagste boventoon waarbij dit gebeurt.

b. (6p) Niet alle snaren in een vleugel zijn even lang. De snaar die de hoogste toon voortbrengt heeft een lengte van 40 cm. De hoogste toon van de vleugel heeft een grondfrequentie van 4186 Hz. De laagste toon heeft een grondfrequentie van 32,70 Hz. Veronderstel dat alle snaren even strak gespannen zijn, even dik zijn en van hetzelfde materiaal gemaakt zijn. Toon met een berekening aan dat de lengte die de langste snaar dan zou moeten hebben niet in een vleugel past.

c. (7p) De toonhoogte van een snaar hangt, behalve van de lengte, ook af van de spankracht in de snaar. Voor de voortplantingssnelheid v van de golven in de snaar geldt:

$$v = \sqrt{\frac{F_{span} l}{m}}$$

Om ervoor te zorgen dat de snaren die de lage tonen moeten voortbrengen toch in de vleugel passen, kun je verschillende maatregelen nemen. Helpt het om de snaar strakker te spannen? En helpt het als we roestvrijstalen snaren vervangen door koperen snaren? Leg je antwoord uit.
(bron: examen HAVO 2015-2)

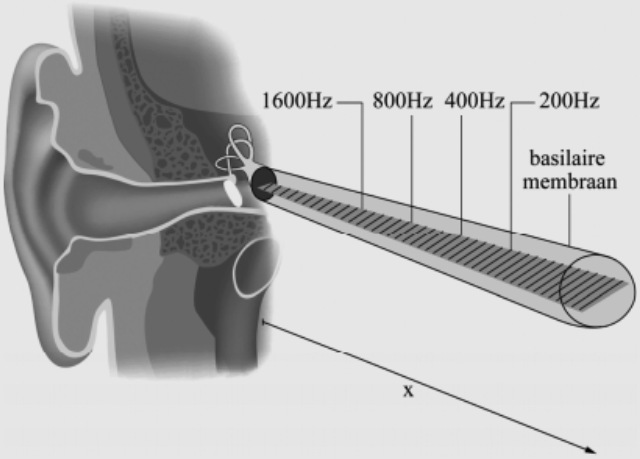
TESTVERSIE

11. Het oor bestaat uit drie gedeeltes: het buitenoor, het middenoor en het binnenoor. Het buitenoor is op te vatten als een buis die aan één kant gesloten is door het trommelvlies.

a. (3p) De gehoorgang is bij een volwassen persoon 28 mm lang. Door resonantie wordt geluid met een frequentie van 3 kHz in het buitenoor versterkt. Toon dat aan met behulp van een berekening.

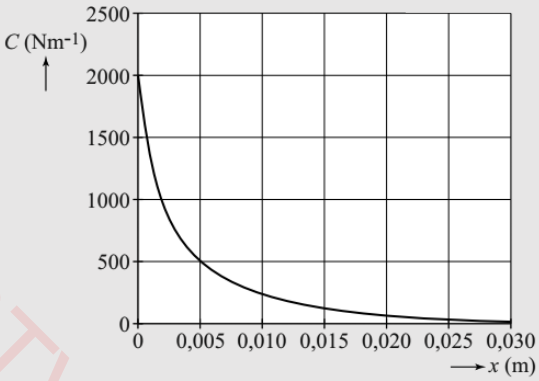
b. (2p) Leg uit of de frequentie waarbij versterking optreedt bij een baby groter of kleiner is dan bij een volwassen persoon.

c. (3p) In het binnenoor zit het slakkenhuis. Hieronder is een tekening gemaakt van het slakkenhuis in uitgerolde toestand. Het is te beschouwen als een met vloeistof gevulde buis met het basilaire membraan als scheidingswand. Op het basilaire membraan zitten kleine massa's, die allemaal een andere eigenfrequentie hebben.



Als het ovale venster in trilling gebracht wordt, ontstaat in de vloeistof rondom het basilaire membraan een druktrilling. Leg uit dat bij verschillende tonen, verschillende massa's flink gaan trillen en leg uit hoe het oor op deze manier onderscheid kan maken tussen geluid van verschillende frequenties.

d. (VWO, 4p) De stijfheid van het basilaire membraan is vergelijkbaar met de veerconstante C van een massaveersysteem. De stijfheid van het basilaire membraan verandert met de afstand x tot het ovale venster. Dit is duidelijk te zien in de onderstaande afbeelding:

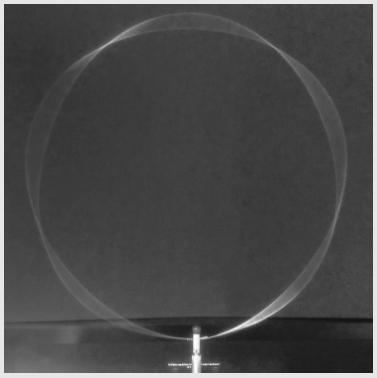


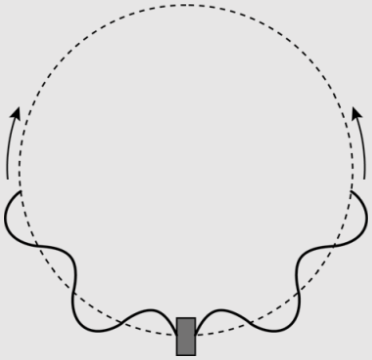
Op een afstand van 5,0 mm van het ovale venster bedraagt de eigenfrequentie 3,0 kHz. Bepaal de massa in het gebruikte model op die plaats van het basilaire membraan.

e. (VWO, 3p) In de afbeelding met het uitgerolde slakkenhuis is te zien dat de frequentie 4 keer kleiner wordt als de afstand (x) verdubbeld. Ga na met welke factor de massa's toenemen bij deze verdubbeling van afstand.
(bron: examen VWO 2013-2)

TESTVERSIE

12. (VWO) Een leerling brengt een cirkelvormige metalen lus met een diameter van 24,5 cm in trilling met behulp van een toongenerator (zie de onderstaande linker afbeelding). De plek waar de lus bevestigd is aan het trillingsapparaat kan beschouwd worden als een knoop. Op deze plek ontstaan twee golven die in beide richtingen voortbewegen en uiteindelijk met elkaar interfereren (zie de rechter afbeelding).





a. (2p) Op basis van deze foto concludeert de leerling dat de golfsnelheid in de lus niet overal gelijk is. Leg uit waarom je deze conclusie kan trekken.

b. (5p) Op het moment dat de foto gemaakt werd, stond de toongenerator ingesteld op 69 Hz. Bepaal de gemiddelde golfsnelheid in de lus bij deze frequentie.

c. (4p) De leerling vindt dat staande golven ontstaan bij de volgende frequenties:

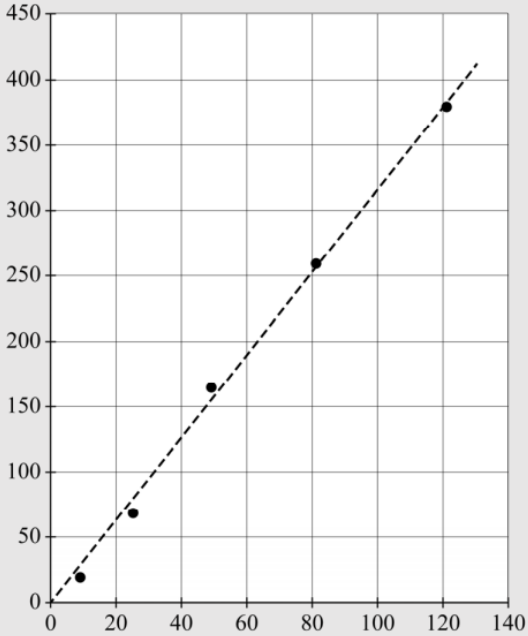
Aantal buiken	f (Hz)
3	19
5	69
7	$1{,}6 \times 10^2$
9	$2{,}6 \times 10^2$
11	$3{,}8 \times 10^2$

Zoals in de tabel te zien is, is het aantal buiken in de lus telkens oneven. Leg uit hoe dit komt. Beredeneer hiervoor eerst dat aan de bovenkant van de lus altijd een buik te vinden is.

d. (2p) Hiernaast is een grafiek te zien van de meetresultaten. Het verband tussen de frequentie (f) en het aantal buiken (n) blijkt te zijn gegeven door:

$$f = cn^2$$

Schrijf de juiste grootheden en eenheden bij de assen.



e. (3p) Bepaal de grootte van de constante c. Noteer achter je antwoord ook de juiste eenheid.

f. (2p) Geef bij elk van de volgende stellingen aan waarom deze juist of onjuist is:

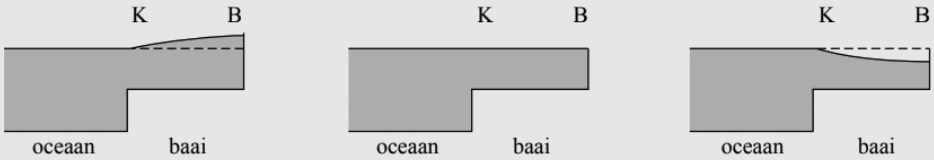
- De constante c moet in één significant cijfer gegeven worden (want het aantal buiken is maar in één cijfer gegeven).
- De constante c mag in drie significante cijfers gegeven worden (desondanks dat de frequentie in de tabel in twee significante cijfers gegeven is).

(bron: examen VWO 2021-1)

TESTVERSIE

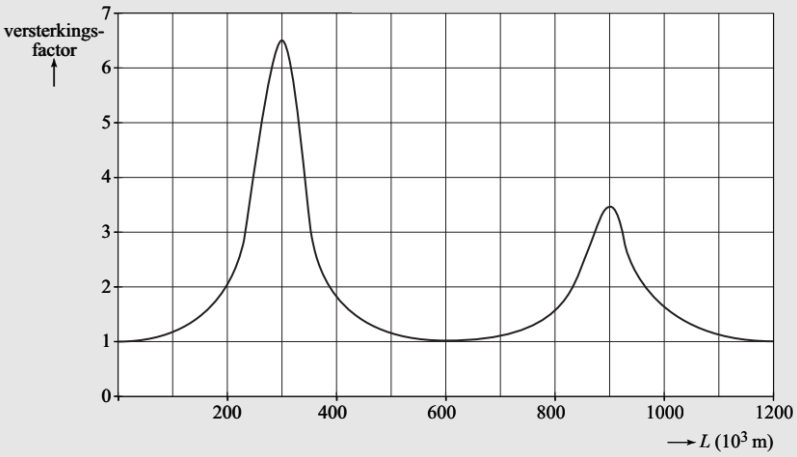
13. Op sommige plekken op aarde is het verschil tussen eb en vloed zeer groot. De plaats Saint John aan de Fundybaai in Canada is zo'n plaats. De 300 km lange Fundybaai waaraan Saint John ligt, is hieronder weergegeven:

Door zijn vorm en afmetingen ontstaat in de Fundybaai een staande golf. Hieronder is het zijaanzicht van deze golf op drie momenten schematisch weergegeven.



a. (5p) Elke 12 uur is het 1x eb en 1x vloed. Bereken op basis van o.a. dit gegeven de golfsnelheid.

b. (3p) Het verschijnsel dat optreedt in de Fundybaai heet getijdenresonantie. Dit verschijnsel treedt op meerdere plaatsen op aarde op. Hieronder zien we de versterkingsfactor van de getijdewerking bij baaien van verschillende lengte L.



Verklaar dat bij een baailengte van 900 km de versterkingsfactor ook hoog is.
(bron: examen VWO 2012-1)

TESTVERSIE

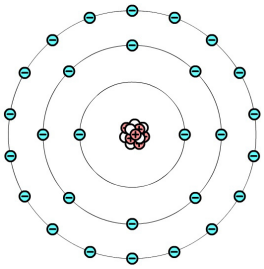
BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
15A	Geluidsnelheden
15C	Muzieknoten

Hoofdstuk 3
Radioactiviteit

§1 Kernverval

In dit hoofdstuk gaan we begrijpen wat radioactiviteit is. Ook gaan we kijken naar de gevaren en bespreken we hoe radioactiviteit kan worden toegepast als energiebron en hoe het in het ziekenhuis wordt gebruikt om het menselijk lichaam in kaart te brengen. We beginnen in de eerste paragraaf met het bestuderen van kernverval.

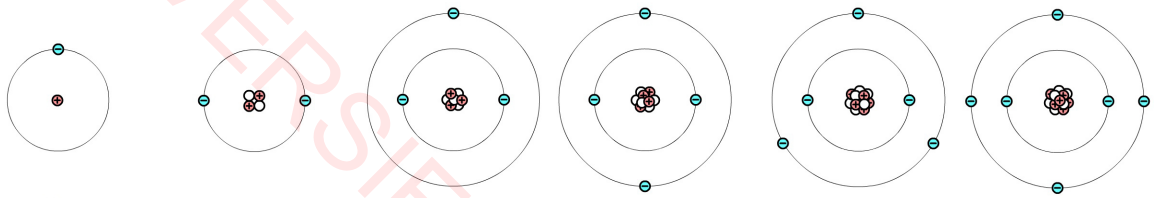


Atomen bestaan uit allerlei kleine deeltjes. Elk atoom heeft in zijn centrum een **atoomkern**, bestaande uit positief geladen deeltjes die we **protonen** (**p**) noemen en neutraal geladen deeltjes die we **neutronen** (**n**) noemen. Om de kern heen bevindt zich een wolk van negatieve deeltjes die we **elektronen** (**e**) noemen. Een **atoom** is altijd **neutraal** en bevat dus evenveel protonen als elektronen. Als het aantal protonen en elektronen niet gelijk is, dan spreken we niet van een atoom, maar van een **ion**. De materie om ons heen bestaat uit 118 soorten atomen. De symbolen behorende bij deze 118 atoomsoorten vinden we in de onderstaande tabel. We noemen dit het **periodiek systeem**.

H 1																	He 2
Li 3	Be 4											B 5	C 6	N 7	O 8	F 9	Ne 10
Na 11	Mg 12											Al 13	Si 14	P 15	S 16	Cl 17	Ar 18
K 19	Ca 20	Sc 21	Ti 22	V 23	Cr 24	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Cu 29	Zn 30	Ga 31	Ge 32	As 33	Se 34	Br 35	Kr 36
Rb 37	Sr 38	Y 39	Zr 40	Nb 41	Mo 42	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Ag 47	Cd 48	In 49	Sn 50	Sb 51	Te 52	I 53	Xe 54
Cs 55	Ba 56	La 57	Hf 72	Ta 73	W 74	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Au 79	Hg 80	Tl 81	Pb 82	Bi 83	Po 84	At 85	Rn 86
Fr 87	Ra 88	Ac 89	Rf 104	Db 105	Sg 106	Bh 107	Hs 108	Mt 109	Ds 110	Rg 111	Cn 112	Uut 113	Fl 114	Uup 115	Lv 116	Uus 117	Uuo 118

Ce 58	Pr 59	Nd 60	Pm 61	Sm 62	Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dy 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
Th 90	Pa 91	U 92	Np 93	Pu 94	Am 95	Cm 96	Bk 97	Cf 98	Es 99	Fm 100	Md 101	No 102	Lr 103

Elk atoomsoort wordt gekenmerkt door een **vast aantal protonen** in de kern. Het aantal protonen in de kern wordt ook wel het **atoomnummer** genoemd. In het periodiek systeem staat het atoomnummer linksonder elk element genoemd. Hieronder zien we de eerste 6 atomen uit het periodiek systeem. Waterstof heeft een atoomnummer van 1 en heeft dus 1 proton in de kern. Om hier een neutraal atoom van te maken moet er ook één elektron om de kern bewegen. Helium heeft een atoomnummer van 2 en heeft dus twee protonen in de kern en dus ook twee elektronen om de kern heen. Etc.



$_{1}$H $_{2}$He $_{3}$Li $_{4}$Be $_{5}$B $_{6}$C

TEST VERSIE

Het **aantal protonen en neutronen samen** noemen we het **massagetal**. Het massagetal wordt vaak achter de naam van het element genoemd. Fluor-19 heeft dus een massagetal van 19. Omdat fluor volgens het bovenstaande periodiek systeem 9 protonen heeft, moet het dus ook nog 10 neutronen bevatten, zodat het aantal protonen en neutronen samen 9 + 10 = 19 wordt. Waterstof-1 heeft een atoomnummer van 1 en bevat dus slechts 1 proton. Het massagetal van waterstof is ook 1, dus waterstof bevat 0 neutronen (omdat 1 + 0 = 1).

Het massagetal wordt ook geregeld linksboven het symbool van het element genoemd. Het atoomnummer en massagetal schrijven we dan als volgt op:

$$^{\text{massagetal}}_{\text{atoomnummer}}\text{Element}$$

Het massagetal van een atoomsoort staat niet vast. Zo heb je bijvoorbeeld koolstof-12 en koolstof-14. In het periodiek systeem kunnen we zien dat koolstof altijd 6 protonen in de kern heeft. Om op het juiste massagetal uit te komen moet koolstof-12 nog 6 neutronen in de kern hebben (want 6 + 6 = 12) en moet koolstof-14 nog 8 neutronen in de kern hebben (want 6 + 8 = 14). Atomen met hetzelfde aantal protonen, maar met een verschillend aantal neutronen noemen we **isotopen**. Koolstof-12 en koolstof-14 zijn dus twee isotopen van koolstof.

$$^{12}_{6}C \qquad ^{14}_{6}C$$

Ook het proton, het neutron en het elektron kunnen we in deze notatie opschrijven. Het proton bestaat uit 1 proton en 0 neutronen, dus het atoomnummer is 1 en het massagetal is ook 1. Het neutron bestaat uit 0 protonen en 1 neutron, dus het atoomnummer is 0 en het massagetal is 1. Het elektron vormt een uitzondering op de regel. Een elektron bevat natuurlijk 0 protonen, maar omdat het een lading van -1 heeft, zeggen we dat het atoomnummer -1 heeft. Het massagetal van een elektron is 0.

$$^{1}_{1}p \qquad ^{1}_{0}n \qquad ^{0}_{-1}e$$

We spreken van een **kernreactie** als de atoomkern een verandering ondergaat. Een voorbeeld van een kernreactie is **kernverval**. Dit is het spontaan uit elkaar vallen van een atoomkern. Stoffen waarbij dit gebeurt noemen we **radioactief**. Bij kernverval schiet er vaak een deeltje met behoorlijke snelheid uit het atoom weg. We noemen dit **straling**. Als een atoom straling uitgezonden heeft, dan zeggen we dat het atoom **vervallen** is. De oorspronkelijke radioactieve kern noemen we de **moederkern** en de kern die na de straling overblijft noemen we de **dochterkern**. In sommige gevallen zijn de dochterkernen zelf ook weer radioactief. Er bestaan ook atoomkernen die geen straling uitzenden. We noemen deze isotopen **stabiel**.

Het is belangrijk goed onderscheid te maken tussen kernreacties en chemische reacties. Bij een chemische reactie worden elektronen tussen atomen uitgewisseld of gedeeld. De kernen van de atomen blijven bij chemische reacties onaangetast. Bij kernreacties is het juist de kern die verandert.

Er kunnen bij kernreacties **drie soorten straling** vrijkomen. Welk type straling wordt uitgezonden door welke isotoop kan je vinden in BINAS. De eerste soort wordt **alfastraling** genoemd. Hierbij breekt een helium-4-kern af van de kern van een atoom. Een helium-4-kern bevat twee protonen en twee neutronen:

$$^{4}_{2}He \qquad (\alpha)$$

Hier zien we een voorbeeld van een **vervalvergelijking** waarbij α-straling vrijkomt. Het gaat hier om het verval van polonium-214:

$$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb} + ^{4}_{2}\text{He}$$

Let op dat de som van de atoomnummers voor de reactie gelijk is aan de som van de atoomnummers na de reactie. Hetzelfde geldt voor de massagetallen. Het behoud van atoomnummer is een gevolg van het **behoud van lading**. Het behoud van massagetal is het gevolg van het **behoud van massa**.

TESTVERSIE

De tweede soort straling is **bètastraling**. Als we spreken van **β-straling** of **β⁻-straling** dan komt er een elektron uit de kern:

$$^{0}_{-1}e^{-} \qquad (\beta^{-} \text{ of } \beta)$$

Maar hoe kan er een elektron uit de kern komen? In sommige gevallen kan een neutron vervallen in een proton. Hier komt dan een elektron bij vrij:

$$^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{p} + {}^{0}_{-1}\text{e}^{-}$$

Hieronder zien we een voorbeeld van een vervalvergelijking waar β^{-}-straling bij vrijkomt:

$$^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{20}\text{Ca} + {}^{0}_{-1}\text{e}^{-}$$

VWO-ers moeten ook weten van het bestaan van **β^{+}-straling**. In dat geval komt er een **positron** uit de kern. Een positron heeft dezelfde eigenschappen als het elektron, behalve dat het een positieve lading heeft. We noemen dit het **antideeltje** van het elektron.

$$^{0}_{1}e^{+} \qquad (\beta^{+})$$

Het positron ontstaat als een proton vervalt in een neutron:

$$^{1}_{1}\text{p} \rightarrow {}^{1}_{0}\text{n} + {}^{0}_{1}\text{e}^{+}$$

Hieronder zien we een voorbeeld van een vervalvergelijking waar β^{+}-straling bij vrij komt:

$$^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{22}_{10}\text{Ne} + {}^{0}_{1}\text{e}^{+}$$

De laatste soort straling is **gammastraling** (**γ-straling**). Gammastraling bestaat uit lichtdeeltjes, ook wel **fotonen** genaamd, met een frequentie buiten het zichtbare spectrum. We schrijven:

$$^{0}_{0}\gamma$$

Met de **frequentie** (**f**) van een foton kan als volgt de bijbehorende **fotonenergie** (**E_f**) berekend worden:

$$E_f = hf$$

Energie (E_f)	joule (J)
Constante van Planck (h)	$6{,}62606957 \times 10^{-34}$ Js
Frequentie van foton (f)	hertz (Hz)

TESTVERSIE

In het hoofdstuk “Trillingen” zijn we de formule **f = v/λ** tegengekomen. Deze formule kunnen we ook toepassen op het foton. Als we voor de snelheid de **lichtsnelheid** (**c**) invullen, dan kunnen we de bovenstaande formule omschrijven tot:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

Energie (E_f)	joule (J)
Constante van Planck (h)	$6{,}62606957 \times 10^{-34}$ Js
Lichtsnelheid (c)	$2{,}99792458 \times 10^{8}$ m/s
Golflengte van foton (λ)	meter (m)

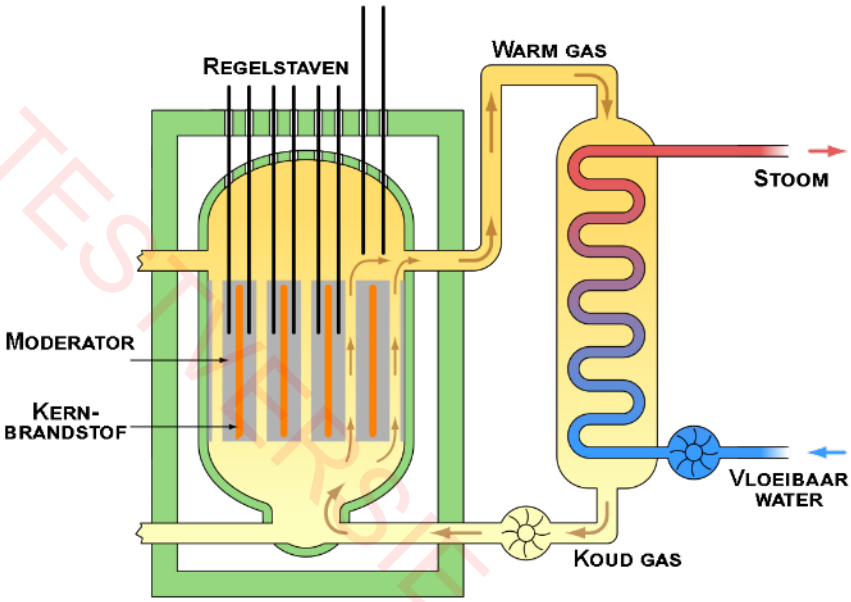
In twee filmpjes op de website (zie de rechter QR-code) zien we een zogenaamd **nevelvat**. Als een deeltje door dit vat schiet, botst het met de atomen in het vat en als gevolg worden deze atomen geïoniseerd. Om deze ionen vormen dan kleine druppeltjes die een zichtbaar spoor vormen. In deze filmpjes kan je zowel de sporen van alfadeeltjes als bètadeeltjes zien.

EXPERIMENT NEVELVAT

Tot nu toe hebben we het gehad over reacties die spontaan plaatsvinden. We kunnen kernreacties echter ook kunstmatig opwekken. Een voorbeeld is het beschieten van een uraniumatoom met een neutron. Het neutron wordt dan ingevangen door de kern, waarna de kern in een aantal stukken uiteenvalt. We noemen dit ook wel **kernsplijting**:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{99}_{42}\mathrm{Mo} + ^{134}_{50}\mathrm{Sn} + 3^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Zoals je kunt zien komen bij deze reacties weer nieuwe neutronen vrij en deze neutronen kunnen weer tegen andere uraniumatomen botsen. Als gevolg kan een **kettingreactie** op gang gebracht worden waarbij heel veel energie vrijkomt. Een gecontroleerde versie van zo'n kettingreactie vindt plaats in een **kernreactor** (en een ongecontroleerde versie bij het ontploffen van een **kernbom**). De werking van een kernreactor is hieronder aan de linker zijde simpel weergegeven. Het radioactieve materiaal, hier de kernbrandstof genoemd, zorgt ervoor dat een omringend gas wordt opgewarmd (hier in het geel aangegeven). Dit hete gas zorgt er op zijn beurt weer voor dat water aan de kook wordt gebracht. De stoom die hierbij ontstaat wordt gebruikt om een turbine te laten draaien waarmee elektriciteit wordt gegenereerd (dit deel is niet afgebeeld). Door middel van **regelstaven**, die in en uit de kernbrandstof kan worden geschoven, kan de reactie beperkt of juist versterkt worden. De toren die rechts is afgebeeld wordt gebruikt om het systeem te koelen, zodat het niet oververhit raakt. De nevel die aan de bovenzijde opstijgt bestaat uit water.



TESTVERSIE

(Afbeelding: Emoscopes; CC BY-SA 3.0 / Bjoern Schwarz; CC BY 2.0)

De kans dat een vrijkomend neutron daadwerkelijk een volgende uraniumkern kan doen splijten, hangt van een aantal dingen af. Belangrijk is o.a. de snelheid van de neutronen. **Te snelle neutronen** zijn maar kort in de buurt van de atoomkernen en hebben daarom een **kleinere kans** om deze **kern te doen splijten**. In een kerncentrale wordt dit probleem opgelost met een **moderator**. Dit is een stof die ervoor zorgt dat **neutronen afremmen**. De meest voorkomende moderator is water.

INSTRUCTIEVIDEO KERNVERVAL

Naast kernverval bestaat ook **kernfusie**. Hier fuseren atoomkernen samen. Ook bij dit proces kan energie vrijkomen. Dit gebeurt bijvoorbeeld in de zon. Hier wordt waterstof gefuseerd tot helium. De energie die hierbij vrij komt zorgt voor het licht dat de zon geeft.

Zorg dat je kan rekenen en redeneren met het atoomnummer en het massagetal

1. (1p) Alledaagse voorwerpen als stoelen en tafels bestaan uit geladen deeltjes zoals protonen en elektronen. Hoe komt het dat we hier in de praktijk niks van merken?
2. (1p) Een atoom bevat 16 protonen. Om welk soort atoom gaat het hier?
3. (4p) Reken bij de volgende atomen uit hoeveel protonen en hoeveel neutronen er in de atoomkern zitten:
   a. Helium-4
   b. Koolstof-14
   c. IJzer-56
   d. Waterstof-1

Zorg dat je kan redeneren over straling en dat je begrijpt hoe een kerncentrale werkt

4. (1p) Uit welke deeltjes bestaat α-, β- en γ-straling.
5. (1p) Bij β^--straling komt een elektron uit de kern van het atoom. Maar in de atoomkern zitten toch alleen protonen en neutronen? Leg uit hoe dit dan toch kan gebeuren.
6. (1p) Een α-deeltje verandert meestal in een heliumatoom. Wat moet er nog gebeuren om van een α-deeltje een heliumatoom te maken?
7. (2p) Wat is het verschil tussen een chemische reactie en een kernreactie?
8. (2p) Beschrijf de werking van een kettingreactie in een kerncentrale.
9. (1p) Beschrijf ook de functie van de moderator in een kerncentrale.
10. (1p) Medische artikelen zoals injectiespuiten mogen na gebruik niet meteen weggegooid worden, omdat ze verontreinigd kunnen zijn met schadelijke bacteriën. Daarom worden ze eerst gesteriliseerd met behulp van gammastraling. Een medewerker van het ziekenhuis is bang dat na de bestraling de bacteriën misschien wel dood zijn, maar dat de artikelen nu straling uitzenden. Leg uit of ze gelijk heeft.

Zorg dat je kernvervalvergelijkingen kan opstellen

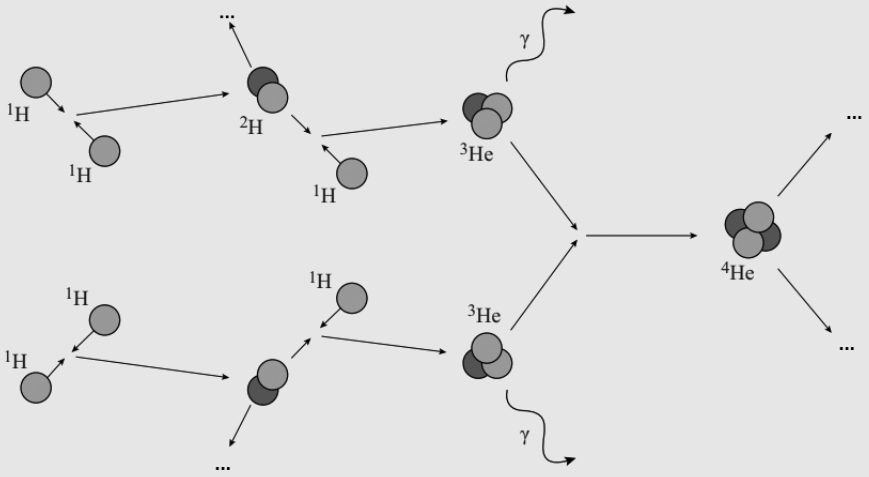
11. (2p) Noteer de vervalvergelijking van francium-221. Zoek hiervoor eerst in BINAS op welk type straling dit isotoop uitzendt.
12. (2p) Een atoom vervalt onder uitzending van een α-deeltje in een radium-224-atoom. Wat was het oorspronkelijke deeltje waaruit dit isotoop van radium ontstaan is?
13. (2p) Noteer de vervalvergelijking van gallium-72.
14. (2p) Noteer de vervalvergelijking van barium-137.
15. (4p, VWO) Noteer de twee mogelijke vervalvergelijkingen van Broom-80.
16. (2p) Noteer de vervalvergelijking van een tin-121-kern.
17. Uranium-233 vervalt o.a. doormiddel van K-vangst. Bij dit proces valt een elektron uit de eerste schil in de atoomkern.
    a. (2p) Geef de bijbehorende kernvervalvergelijking.
    b. (2p) Bij K-vangst gaat het elektron dat in de kern valt een reactie aan met een proton en samen vormen ze een neutron. Laat zien hoe je dit aan de vervalreactie bij vraag a kan zien.

TESTVERSIE

18. (2p) De stof tritium (H-3) kan worden verkregen door lithium-6 te beschieten met een neutron. Bij deze stof komt naast tritium ook nog een ander deeltje vrij. Schrijf de bijbehorende kernreactievergelijking op.

19. (2p) Als splijtstof in een kernreactor wordt uranium-235 gebruikt. De kern hiervan splijt als er een neutron wordt ingevangen. Bij een bepaalde splijting ontstaan drie nieuwe neutronen en is barium-147 een van de splijtingsproducten. Geef de kernreactievergelijking van deze splijting.

20. De kernfusies die in de zon plaatsvinden, staan bekend onder de naam “proton-proton-chain”. Hieronder zien we dit proces afgebeeld.

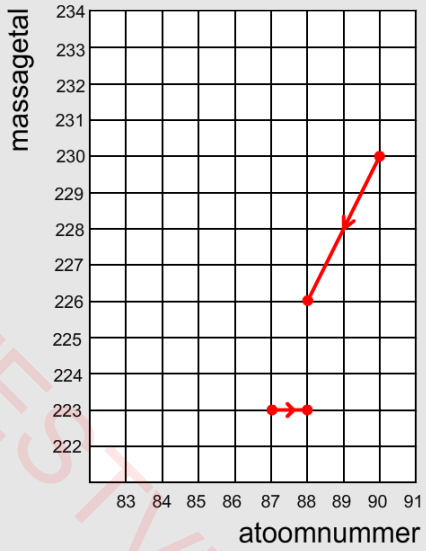


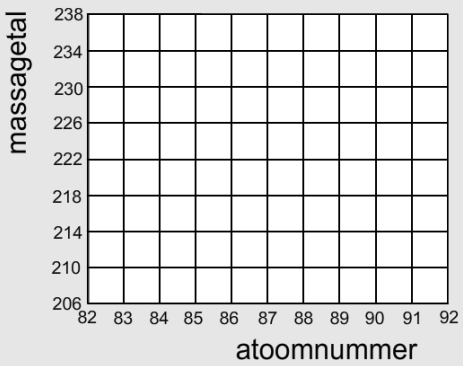
a. (2p) Bij de eerste reactie ontstaat waterstof-2 en een nog een ander deeltje. Leg uit om welk deeltje het hier gaat.

b. (2p) Bij de laatste reactie ontstaat een heliumkern en nog twee dezelfde andere deeltjes. Leg uit om welke deeltjes het hier gaat.

(bron: examen VWO 2013-2)

21. In het volgende linker diagram zijn twee vervalprocessen beschreven:





a. (2p) Leg uit welke twee soorten verval zijn weergegeven in het linker diagram?

b. (3p) Sommige isotopen vervallen niet één keer, maar meerdere keren. Bij deze isotopen blijft na het uitzenden van straling een dochterkern over die zelf ook weer instabiel is en straling uit zal zenden. We noemen deze ketting aan vervalreacties een vervalreeks. Teken in het rechter diagram de vervalreeks van uranium-238. De vervalreeks eindigt op het moment dat een stabiel element ontstaat. Laat in deze reeks Po-214 vervallen door middel van alfaverval en Bi-214 en Bi-210 door middel van bètaverval.

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met de formules voor de fotonenergie

22. Een stilstaand elektron absorbeert een foton met een golflengte van 500 nm.
    a. (3p) Bereken de energie van het foton.
    b. (2p) Bereken de snelheid die het elektron hierdoor zal krijgen.

23. (4p) Elk deeltje heeft zijn eigen antideeltje. Het antideeltje van het elektron is bijvoorbeeld het positron. Dit deeltje heeft exact dezelfde eigenschappen als het elektron, maar dan met een positieve lading. Als een elektron tegen een positron botst, dan worden beide deeltjes omgezet in twee dezelfde fotonen. De energie van deze fotonen is te berekenen met:

    $E = mc^2$

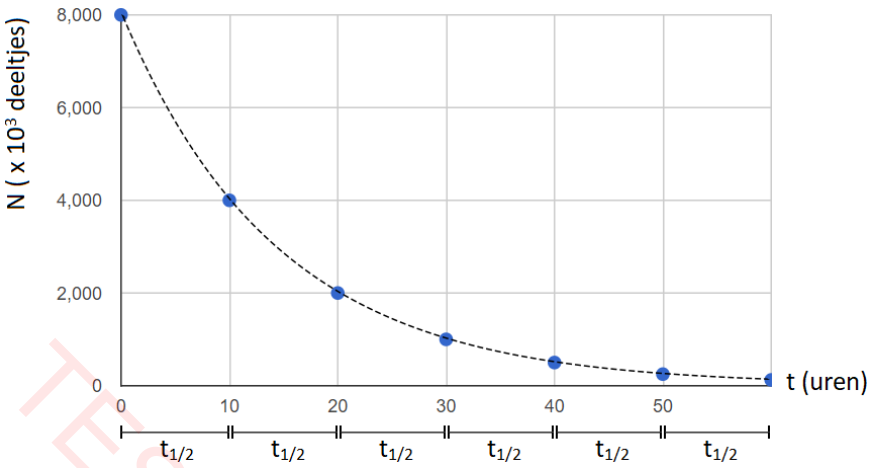
    Bereken de frequentie van deze fotonen.

§2 Halveringstijd

In deze paragraaf gaan we bestuderen hoe het aantal radioactieve deeltjes in een bron afneemt in de tijd. We gebruiken hiervoor het begrip halveringstijd. Dit is de tijdsduur waarna de helft van de kernen vervallen is.

In de vorige paragraaf hebben we gezien dat radioactieve atoomkernen naar verloop van tijd straling uitzenden. Als dit gebeurt is, dan zeggen we dat het atoom **vervallen** is. De tijdsduur waarna de helft van de deeltjes in de bron vervallen is, noemen we de **halveringstijd** of de **halfwaardetijd** ($t_{1/2}$).

In het onderstaande **(N,t)-diagram** zien we het **aantal radioactieve deeltjes** in een bron (**N**) uitgezet tegen de **tijd** (**t**). In dit geval zien we dat het aantal radioactieve kerndeeltjes elke 10 uur halveert. Voor deze bron geldt dus een halveringstijd van 10 uur. Met de rechter QR-code vind je een programma waarbij je deze grafiek ziet ontstaan.



PROGRAMMA HALVERINGSTIJD

Elke radioactieve isotoop heeft zijn eigen halveringstijd en deze kan variëren van een fractie van een seconde tot miljoenen jaren. Voor een aantal isotopen is de halveringstijd te vinden in BINAS. In deze tabel vinden we bijvoorbeeld dat koolstof-14 een halveringstijd heeft van 5730 jaar. Na 5730 jaar is dus nog maar 50% van de koolstof-14 over. Na 2 × 5730 = 11 460 jaar is nog slechts 25% over en na 3 × 5730 = 17 190 jaar nog 12,5%. Etc.

Het **aantal radioactieve deeltjes** waaruit een bron bestaat op tijdstip **t = 0** noemen we $\mathbf{N_0}$. Het aantal radioactieve deeltjes dat nog over is een tijdstip **t** later noemen we $\mathbf{N_t}$. Als een stof in deze tijd bijvoorbeeld 3x gehalveerd is, dan geldt:

$$N_t = N_0 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

TESTVERSIE

Dit korten we af tot:

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Als we het **aantal halveringen** "**n**" noemen, dan kunnen we dit algemener opschrijven als:

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Aantal deeltjes op tijdstip t = 0 (N_0)	-
Aantal deeltjes op tijdstip t (N_t)	-
Aantal halveringen (n)	-

VWO-STOF

Als we het aantal halveringstijden n willen uitrekenen, dan kan dat met de onderstaande formule. Op de website leiden we deze formule af.

$$\frac{\log(N_t/N_0)}{\log(1/2)} = n$$

De formule wordt ook vaak herschreven tot:

$$\frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

De linkerkant van de vergelijking geeft nu de **fractie** van het aantal deeltjes dat nog **over** is op tijdstip t. Als we de fractie met 100 vermenigvuldigen, dan vinden we het percentage. Als bijvoorbeeld geldt dat $N_t/N_0 = 0{,}09$, dan weten we dus dat nog 9% van de kernen over is.

Het aantal halveringen (n) kunnen we ook uitrekenen door de tijd t te delen door de halveringstijd:

$$n = \frac{t}{t_{1/2}}$$

Tijdstip (t)	seconde (s)
Halveringstijd ($t_{1/2}$)	seconde (s)
Aantal halveringen (n)	-

TESTVERSIE

Doordat in deze formule twee tijden door elkaar worden gedeeld, ben je niet gebonden aan de seconde. Je kan beide tijden dus ook best in bijvoorbeeld dagen of jaren invullen.

De halveringstijd van stoffen kan o.a. gebruikt worden voor **radiometrische datering**. Dit is een techniek die gebruikt wordt om uit te vinden hoe oud voorwerpen zijn. Het bekendste voorbeeld hiervan is **C14-datering**. Koolstof-14 komt in vergelijking met andere koolstofisotopen in elk levend organisme in een vaste verhouding voor. Als een organisme

echter sterft, komt er geen nieuwe koolstof-14 binnen, maar neemt de overgebleven koolstof-14 wel af door kernverval. Door te kijken hoeveel koolstof-14 er nog over is, kunnen we met de halveringstijd uitrekenen hoe lang geleden het organisme gestorven is. Stel dat in een oud houten beeldje slechts 6,25% van de C-14 deeltjes is overgebleven. Het aantal halveringen vind je op de HAVO door 100% telkens met ½ te vermenigvuldigen:

$$100\% \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 6,25\%$$

De 6,25% wordt dus behaald na 4 halveringen. In het VWO is het aantal halveringen (n) niet altijd een heel getal. In dat geval gebruiken we de volgende formule om het aantal halveringen uit te rekenen:

$$\frac{\log(N_t/N_0)}{\log(1/2)} = n$$

Zoals we hierboven gelezen hebben, staat N_t/N_0 voor de fractie van het aantal deeltjes dat is overgebleven (in dit geval is dat 6,25% / 100 = 0,0625). Als we dit invullen, dan vinden we:

$$\frac{\log(0,0625)}{\log(1/2)} = 4$$

Met de halveringstijd van C-14 ($t_{1/2}$ = 5730 j), vinden we dan hoe oud het beeldje moet zijn:

$$t = t_{1/2} \times n$$

$$t = 5730 \times 4 = 22,9 \times 10^3 \text{ jaar}$$

In dit geval blijkt het deeltje uit de Oude Steentijd te komen!

Ten slotte leren we in het onderstaande voorbeeld hoe we met de massa van een stof kunnen uitrekenen uit hoeveel deeltjes deze stof bestaat. Dit gaan we in dit hoofdstuk nog veelvuldig nodig hebben.

INSTRUCTIEVIDEO HALVERINGSTIJD

Voorbeeld

Vraag:
Bereken het aantal kernen in 12 µg Uranium-238

Antwoord:
We zoeken eerst in BINAS de atoommassa van U-238 op:

$$m = 238,05 \text{ u}$$

De **u** is hier de zogenaamde **atomaire massa-eenheid**. In BINAS kan je ook vinden dat geldt:

$$1 \text{ u} = 1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Voor één U-238-kern vinden we dan:

$$238,05 \times 1,6605 \times 10^{-27} = 3,9528 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

Als we nu het aantal deeltjes willen weten in 12 µg Uranium-238, dan delen we deze massa door de massa van één kern. We vinden:

$$\frac{12 \times 10^{-9}}{3,9528 \times 10^{-25}} = 3,0 \times 10^{16} \text{ kernen}$$

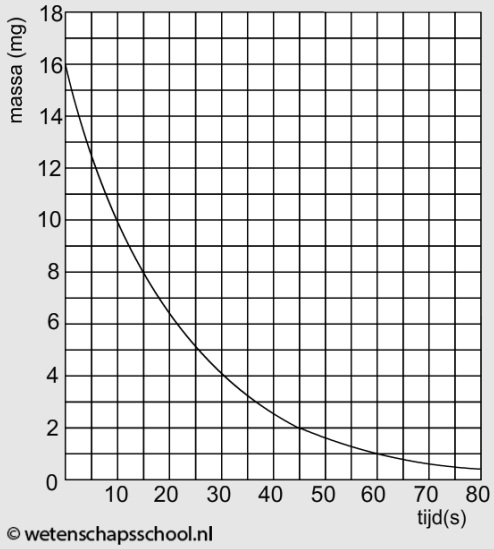
We hebben hier gebruikt dat:

$$12\ \mu\text{g} = 12 \times 10^{-6} \text{ g} = 12 \times 10^{-9} \text{ kg}$$

TESTVERSIE

Zorg dat je de halveringstijd kan bepalen met een (N,t)-diagram en dat je kan rekenen met $N_t = N_0(1/2)^n$

1. Hieronder zien we een diagram waarin het verval van technetium-100 wordt weergegeven.

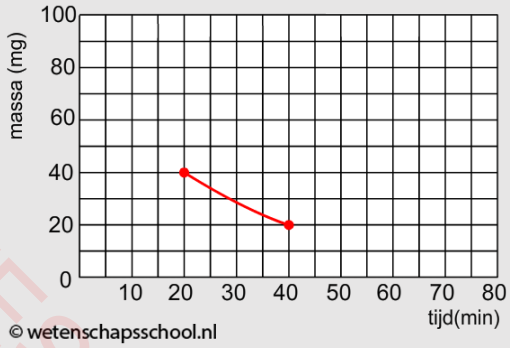


   a. (2p) Bepaal de halveringstijd van technetium-100 met behulp van het diagram.

   b. (3p) Stel dat je 2000 deeltjes technetium-100 hebt. Bepaal hoeveel deeltjes je nog over hebt na 1,0 minuut.

   c. (VWO, 4p) Stel dat je 1,0 kg technetium-100 hebt. Bepaal hoeveel nanogram je na 10 minuten nog over hebt.

2. (2p) In het volgende diagram wordt het verval van een radioactieve stof beschreven. Maak het ontbrekende deel van de grafiek af.



3. Het isotoop nikkel-63 vervalt door bètaverval in koper-63. Een persoon heeft 1,60 gram nikkel-63.

   a. (3p) Bereken hoe lang duurt het voordat de persoon nog slechts 0,0500 gram over heeft.

   b. (4p) Bereken hoeveel deeltjes er in deze tijd vervallen zijn

4. Het isotoop kalium-42 vervalt door bètaverval in calcium-42. Een persoon heeft een radioactieve bron met 2,4 microgram van dit isotoop.

   a. (HAVO, 3p) Bereken hoe lang het duurt voordat de persoon nog slechts 0,15 microgram over heeft.

   b. (VWO, 3p) Bereken hoe lang het duurt voordat de persoon nog 0,024 microgram over heeft.

   c. (6p) Teken een (N,t)-diagram van het verval van de kalium-42 bron. Bereken hiervoor eerst het aantal deeltjes kalium-42 in de bron.

5. (2p) Leg uit in welke vorm de formule voor de halveringstijd geschreven moeten worden als je wil berekenen hoeveel procent van radioactief materiaal na een bepaalde tijd nog over is.

6. (4p) Een stukje tin bevat een kleine hoeveelheid tin-121. Deze isotoop vervalt onder uitzending van een bètadeeltje. Bereken hoeveel procent van het oorspronkelijke tin-121 er nog over is na 5 dagen.

7. (4p) Er worden restanten gevonden van een boom van 40.000 jaar oud. De koolstof-14 die ooit aanwezig was is voor een groot deel verdwenen. Hoeveel procent van de oorspronkelijke koolstof-14 zit er nu nog in de boom?

8. (HAVO, 4p) Een mummie wordt gevonden in een houten sarcofaag. De leeftijd van het hout wordt gevonden met behulp van koolstofdatering met behulp van het isotoop C-14. Uit een chemische analyse blijkt dat in de loop van de jaren 35% van C-14 vervallen is. Laat zien dat de mummie $3{,}6 \times 10^3$ jaar oud is.

9. (VWO, 4p) Een mummie wordt gevonden in een houten sarcofaag. De leeftijd van het hout wordt gevonden met behulp van koolstofdatering met behulp van het isotoop C-14. Uit een chemische analyse blijkt dat in de loop van de jaren 35% van C-14 vervallen is. Bereken hoeveel jaar voor Christus de mummie begraven is.

TESTVERSIE

10. (HAVO, 4p) Een kerncentrale produceert een bepaalde hoeveelheid radioactief afval. De belangrijkste radioactieve stof in het afval is kobalt-60. Bereken hoe lang het duurt totdat slechts 1/256ste deel van de radioactieve stof over is.

11. (VWO, 4p) Een kerncentrale produceert een bepaalde hoeveelheid radioactief afval. De belangrijkste radioactieve stof in het afval is kobalt-60. Bereken hoe lang het duurt totdat slechts 1/250ste deel van de radioactieve stof over is.

§3 Activiteit

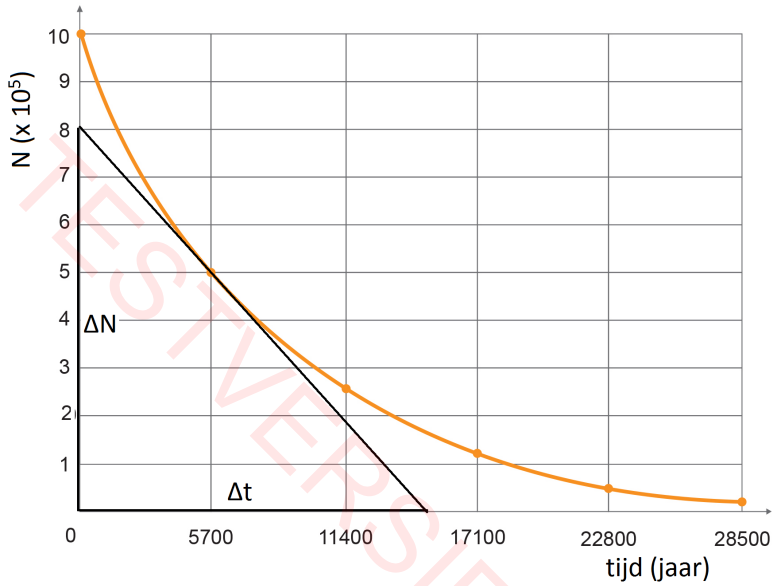
De activiteit is een maat voor de hoeveelheid kernen die per tijdseenheid vervalt. In deze paragraaf gaan we leren hoe we de activiteit van een radioactieve bron kunnen bepalen met behulp van een geigerteller.

Het aantal deeltjes dat per tijdseenheid vervalt noemen we de **activiteit** (**A**). De SI-eenheid van de activiteit is de **becquerel** (**Bq**). Becquerel staat voor het **aantal deeltjes** dat **per seconde** vervalt. We kunnen de activiteit berekenen met de volgende formule:

$$A_t = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Activiteit op tijdstip t (A)	becquerel (Bq)
Aantal vervallen deeltjes (ΔN)	-
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

De activiteit op een bepaald tijdstip kunnen we bepalen door een **raaklijn** te tekenen in een (N,t)-diagram. Dit is hieronder gedaan. Omdat de raaklijn naar beneden loopt vinden we een negatieve waarde. Door de extra min in de formule wordt de activiteit toch positief.



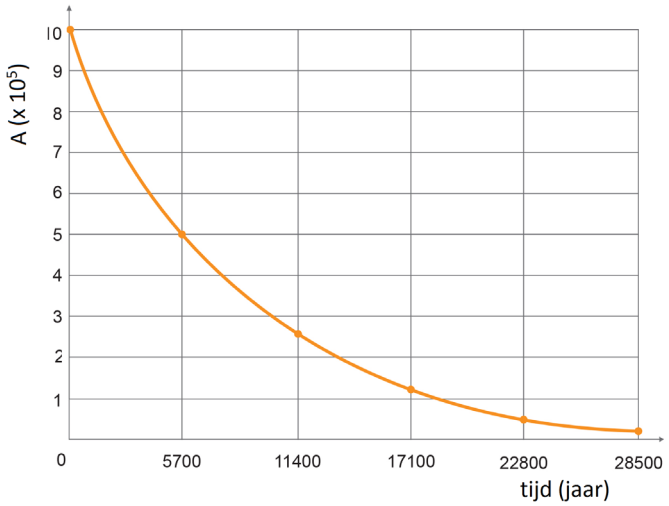
TESTVERSIE

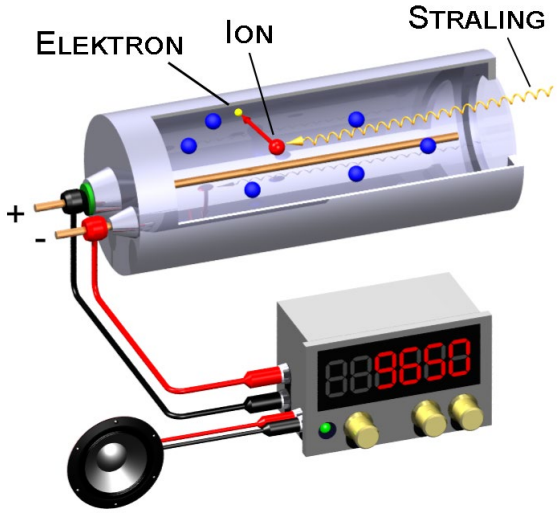
De activiteit neemt gedurende de tijd af volgens de volgende formule:

$$A_t = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Activiteit op tijdstip t = 0 (A_0)	becquerel (Bq)
Activiteit op tijdstip t (A_t)	becquerel (Bq)
Aantal halveringen (n)	-

Ook bij deze formule hoort een grafiek (zie de onderstaande linker afbeelding). Het **oppervlak onder een (A,t)-grafiek** is gelijk aan het **aantal vervallen deeltjes** (**ΔN**).





(Afbeelding: … / Svjo-2; CC BY-SA 2.0)

We kunnen we activiteit van een bron bepalen met een **geigerteller** (zie de afbeelding rechtsboven). Dit apparaat bestaat uit een buis met daarin een gas. Als straling het gas binnenkomt, dan worden een aantal atomen van het gas geïoniseerd. De vrijgemaakte elektronen zorgen dan voor een kleine stroom en deze stroom zorgt in een luidspreker voor een hoorbaar piepje. Hoe meer piepjes je hoort, hoe meer straling er in de buurt is.

Zelfs als je een geigerteller niet bij een bron houdt, zal je af en toe een piepje horen. Dit komt doordat radioactieve stoffen in kleine hoeveelheden voorkomen in veel voorwerpen om ons heen. We noemen dit de **achtergrondstraling**. Als we metingen verrichten met een geigerteller, dan is het noodzakelijk eerst de gemiddelde achtergrondstraling te meten. Als je metingen doet aan een bron, dan moet je deze achtergrondstraling van de meting afhalen, zodat je alleen de bron meet.

INSTRUCTIEVIDEO ACTIVITEIT

🛠 Voorbeeld (VWO)

Vraag:
Met een geigerteller kan de activiteit van een radioactieve bron bepaald worden. Nog voordat de bron geplaatst wordt, meet de teller al 15 deeltjes per minuut aan achtergrondstraling.

De bron wordt op een afstand van 10 cm van de geigerteller geplaatst in een vacuümruimte. Het meetoppervlak van de teller is cirkelvormig en heeft een straal van 2,0 cm. Met de bron erbij meet de teller 35 deeltjes per minuut. Bereken de activiteit van de bron.

TESTVERSIE

Antwoord:
Ten eerste halen we de achtergrondstraling af van de straling die in de teller terecht kwam. We houden dan nog 35 – 15 = 20 deeltjes per minuut over. Als we dit delen door 60, dan vinden we het aantal deeltjes dat per seconde aankomt bij de teller:

$$\frac{20}{60} = 0,333 \text{ Bq}$$

Dan berekenen we het meetoppervlak van de geigerteller:

$$O_{geiger} = 4\pi r^2 = 4\pi \times 0,02^2 = 0,005027 \text{ cm}^2$$

Het oppervlak van de teller is maar een klein deel van het totale oppervlak dat door de bron bestraald wordt op een afstand van 10 cm. Dit oppervlak is gelijk aan:

$$O_{tot} = 4\pi r^2 = 4\pi \times 0,10^2 = 0,12566 \text{ cm}^2$$

Als we vinden hoeveel het meetoppervlak van de teller past in dit totale oppervlak, dan kunnen we de activiteit van de bron berekenen:

$$A = \frac{0,12566}{0,005027} \times 0,333 = 8,3 \text{ Bq}$$

VWO-STOF

We kunnen de activiteit op een tijdstip t ook uitrekenen met het aantal radioactieve deeltjes N op datzelfde tijdstip. Hiervoor gebruiken we deze formule:

$$A_t = \frac{ln(2)}{t_{1/2}} N_t$$

Activiteit op tijdstip t (A)	becquerel (Bq)
Halveringstijd ($t_{1/2}$)	seconde (s)
Aantal deeltjes op tijdstip t (N)	-

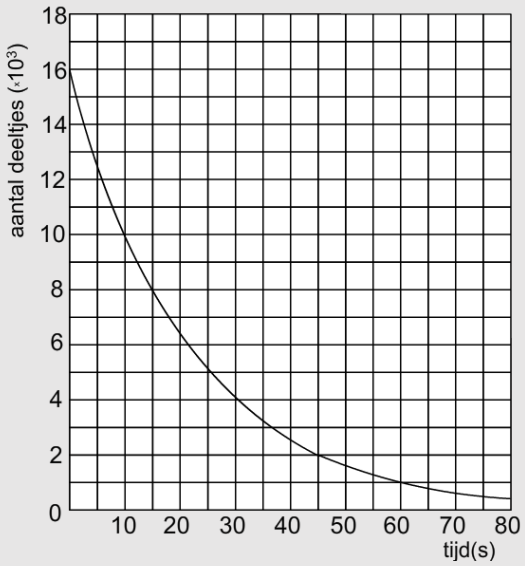
Belangrijk is dat bij deze formule de tijd **altijd** in seconde gegeven moet worden.

Zorg dat je de activiteit kan bepalen met een raaklijn en berekenen met behulp van formules

1. (1p) Wat verstaan we onder de activiteit van een radioactieve bron?
2. (1p) Wat gebeurt er met de activiteit van een bron als je een halveringstijd wacht. Licht je antwoord toe.
3. (2p) Een radioactieve bron heeft een activiteit van $4,5 \times 10^3$ Bq. Bereken hoeveel atoomkernen vervallen in 10 minuten. Ga er van uit dat de halveringstijd veel groter is dan 10 minuten.
4. (2p) In een radioactieve bron vervallen in 1,0 minuut gemiddeld 3000 kernen. Bereken de gemiddelde activiteit van deze bron.

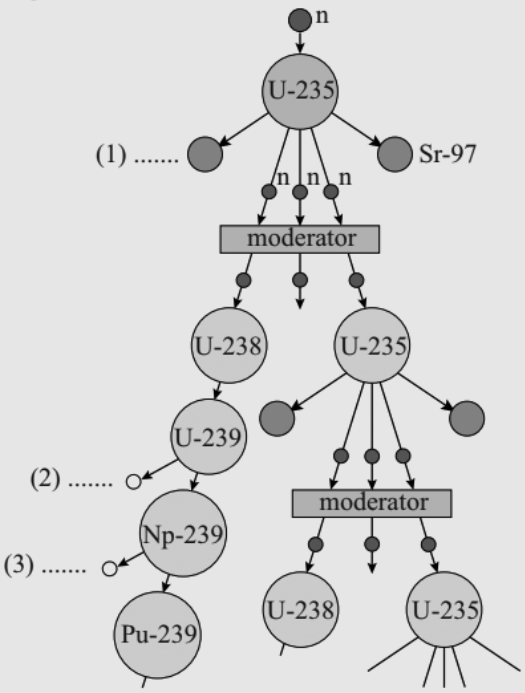
TESTVERSIE

5. Hiernaast zien we het (N,t)-diagram van het verval van technetium-100:



   a. (3p) Bepaal de activiteit op tijdstip t = 0 s met behulp van een raaklijn.
   b. (VWO, 3p) Bepaal de activiteit op tijdstip t = 0 s met behulp van de formule $A = N \ln(2)/t_{1/2}$. Laat zien dat je op hetzelfde antwoord uitkomt.
   c. (3p) Bepaal de activiteit op tijdstip t = 30 s met behulp van een raaklijn.
   d. (3p) Bepaal de activiteit op tijdstip t = 30 s met behulp van $A_t = A_0(1/2)^n$. Gebruik hiervoor het antwoord van vraag a of b.

6. In het onderstaande figuur is het proces van kernsplijting weergegeven dat zich in een kerncentrale afspeelt.



   a. (3p) Welke atoomkern of welk deeltje is ontstaan bij de (1), de (2) en de (3) in de afbeelding?
   b. (1p) Bij een moderne kerncentrale vervult het koelwater onder meer de functie van moderator. Leg uit wat een moderator doet.
   c. (2p) Aan de moderator wordt soms ook boorzuur toegevoegd. Dit heeft als gevolg dat een deel van de neutronen door boor-10-kernen ingevangen wordt. Bij deze reactie ontstaat tritium (H-3) en helium. Noteer de bijbehorende kernvervalvergelijking.
   d. (6p) Tritium is zelf ook weer radioactief. Op t = 0 zitten er $1{,}8 \times 10^{22}$ deeltjes tritium in de moderator. Teken een (N,t)-diagram en bepaal hiermee de activiteit op tijdstip t = 0 s.
   e. (VWO, 3p) Vind nogmaals de activiteit, maar nu met een berekening.

   (bron: examen VWO 2015-2)

7. Voor een onderzoek naar β^--straling, heeft een leerling een radioactieve bron met P-32 laten maken. Hierbij is 1,0 gram P-32 gebruikt. Ten tijde van het onderzoek heeft de bron nog een activiteit van $2{,}5 \times 10^{12}$ Bq.

   a. (VWO, 8p) Bereken de tijd tussen het maken van de bron en het onderzoek.
   b. (HAVO, 3p) Bereken hoeveel deeltjes er aan het begin in de radioactieve bron zitten.
   c. (HAVO, 4p) Ten tijde van het maken van de bron heeft de stof een activiteit van $1{,}6 \times 10^{14}$ Bq. Bereken de tijd tussen het maken van de bron en het onderzoek.

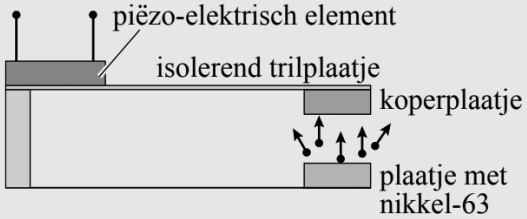
   (bron: examen VWO 2014-1)

TEST VERSIE

8. Nucleaire batterijen zijn spanningsbronnen die β^--straling gebruiken om elektrische energie op te wekken. Door hun zeer kleine afmetingen zijn ze bijzonder geschikt voor microprocessoren in computers en in pacemakers. De β^--straling komt uit een radioactieve bron die bestaat uit een plaatje met nikkel-63.

   a. (2p) Geef de vervalvergelijking van nikkel-63.

   b. (3p) Het principe van een nucleaire batterij wordt toegelicht met behulp van de onderstaande afbeelding. Een aantal β^--deeltjes uit het plaatje met nikkel-63 treft een koperplaatje en wordt daar geabsorbeerd. Het koperplaatje is bevestigd aan een isolerend trilplaatje dat goed kan buigen. Aan het isolerend trilplaatje is ook een piëzo-elektrisch element bevestigd. Dit element geeft bij vervorming een elektrische spanning af. Leg uit dat het trilplaatje gaat trillen.



   c. (HAVO, 2p) Op een gegeven moment zitten er $2{,}27 \times 10^{20}$ deeltjes nikkel-63 in het plaatje. Bereken de massa van de nikkel-63 in het plaatje, uitgedrukt in kg.

   d. (VWO, 4p) De activiteit van het nikkel-63 in het plaatje is op een gegeven moment $5{,}0 \times 10^{10}$ Bq. Bereken de massa van het nikkel-63 in het plaatje, uitgedrukt in kg.

   e. (3p) Bij het verval van een nikkel-63-kern komt per vervalreactie 62 keV aan kernenergie vrij. Het rendement van de omzetting van kernenergie naar elektrische energie is bij dit proces 4,0%. Bereken het elektrisch vermogen van de batterij op dat moment.

   f. (VWO, 4p) Een nucleaire batterij wordt gebruikt in een pacemaker. De pacemaker kan gebruikt worden zolang het vermogen van de nucleaire batterij meer dan 90% is van het vermogen bij de productie. Bereken hoe lang na de productie de nucleaire batterij vervangen moet worden. Ga er van uit dat het rendement bij het teruglopen van het vermogen gelijk blijft.

(bron: examen VWO 2010-1)

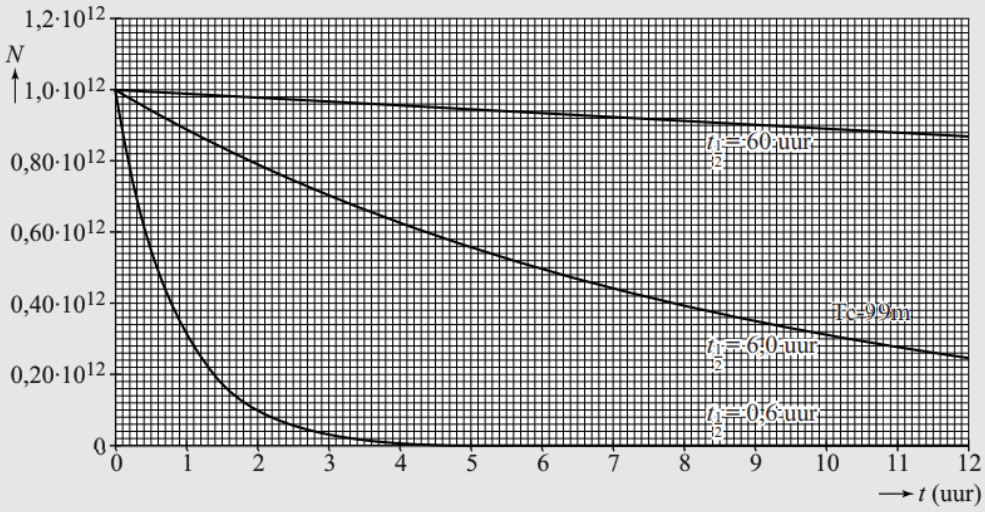
9. In Petten staat een kerncentrale waar isotopen voor medische toepassingen worden geproduceerd. Eén van de belangrijkste producten is molybdeen-99 (Mo-99). Mo-99 wordt naar ziekenhuizen getransporteerd. Ondertussen vervalt een deel tot technetium-99m, dat gebruikt wordt voor medische behandelingen. Iedere keer als men Tc-99m nodig heeft voor een behandeling, wordt dit afgescheiden van het molybdeen. In ziekenhuizen wordt wekelijks een nieuwe voorraad Mo-99 aangevoerd.

   a. (4p) Bereken hoeveel procent van de oorspronkelijke hoeveelheid Mo-99 er na een week vervallen is.

   b. (4p) Tc-99m is metastabiel. Dit betekent dat de protonen en neutronen in de kern van een Tc-99m atoom zich kunnen herschikken tot een toestand met een lagere energie. Bij het verval van Tc-99m naar Tc-99 komt een foton vrij. Door deze fotonen is Tc-99m geschikt als tracer. Een tracer is een radioactieve stof die in het lichaam gebruikt kan worden om bijvoorbeeld de locatie van tumoren te achterhalen.

   Een voorwaarde voor een radioactieve tracer is dat de totale activiteit voor de patiënt zo laag mogelijk blijft. Een arts kan voor een behandeling kiezen uit tracers met verschillende halveringstijden (zie de volgende afbeelding). Voor Tc-99m geldt een halveringstijd van 6,0 uur.

TESTVERSIE

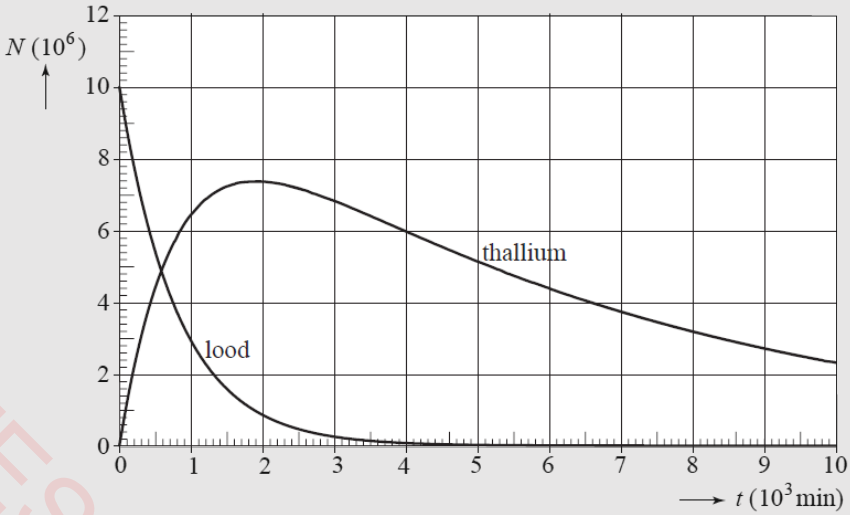


Voor een bepaalde diagnose is 3,0 uur na het toedienen van de radioactieve tracer een activiteit nodig van minimaal $2{,}0 \times 10^7$ Bq. Bepaal met behulp van de afbeelding of Tc-99m aan deze eis voldoet.

c. (2p) Leg met behulp van de afbeelding uit waarom er meer tracer toegediend moet worden bij stoffen met halveringstijden van 60 uur en 0,6 uur om tot dezelfde activiteit te komen 3,0 uur na het toedienen.

(bron: examen HAVO 2017-1)

10. (VWO) Een isotoop van lood wordt gebruikt in de nucleaire geneeskunde, onder andere bij de diagnose van problemen aan het hart. Dit isotoop vervalt in thallium en thallium vervalt op zijn beurt weer verder onder uitzending van γ-straling. In de onderstaande afbeelding wordt het verval van lood en thallium uitgezet als functie van de tijd.



a. (1p) In het diagram is te zien dat de hoeveelheid thallium even constant blijft op het tijdstip dat het aantal thalliumdeeltjes maximaal is. De activiteit van het thallium is hier ook maximaal. Leg uit hoe het dan toch mogelijk is dat het aantal deeltjes even constant blijft.

b. (4p) Bepaal met behulp van het diagram de grootte van de activiteit van het thalliumisotoop op dat tijdstip.

(bron: examen VWO 2008-1)

TESTVERSIE

§4 Stralingsgevaar

In deze paragraaf bestuderen we de gevaren van straling voor de mens.

Als radioactieve straling met genoeg kinetische energie een atoomkern verlaat, dan kan het andere atomen **ioniseren** (dit betekent dat er elektronen uit deze atomen getrokken worden). De mate waarin straling in staat is andere atomen te ioniseren noemen we het **ioniserend vermogen**. Ioniserende straling kan schadelijk zijn voor de gezondheid. Het kan bijvoorbeeld het DNA beschadigen en dit kan het begin zijn van een tumor. Het is dus belangrijk dat we in omgang met radioactieve bronnen goede voorzorgsmaatregelen treffen.

Er zijn twee manieren waarop je schade kan ondervinden van straling. De eerste is **bestraling**. Bij bestraling bevindt de radioactieve bron zich buiten het lichaam en ondervindt het lichaam schade door de straling die uit deze bron schiet. Als deze deeltjes echter hun impact gemaakt hebben, dan zijn ze verder onschadelijk. Als je dus van de bron wegloopt, dan neemt de schade niet toe. De straling zelf is immers niet radioactief. Bij **besmetting** komt de radioactieve bron **in het lichaam** terecht. Het is dus niet mogelijk om van deze bron weg te lopen. Besmetting is daarom over het algemeen gevaarlijker dan bestraling.

De schadelijke gevolgen van straling zijn afhankelijk van de energie van de straling en de massa van het lichaamsdeel dat de straling ontvangt. In formuletaal schrijven we dit als volgt op:

$$D = \frac{E_{straling}}{m}$$

Stralingsdosis (D)	gray (Gy)
De totale stralingsenergie ($E_{straling}$)	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)

De totale stralingsenergie die het lichaamsdeel ontvangt is gelijk aan de energie van één deeltje maal de hoeveelheid vervallen deeltjes:

$$E_{straling} = \Delta N \times E_{deeltje}$$

De totale stralingsenergie ($E_{straling}$)	joule (J)
Aantal vervallen deeltjes (ΔN)	-
Energie per deeltjes ($E_{deeltje}$)	joule (J)

De stralingsenergie per deeltje is voor veel isotopen te vinden in BINAS. Er wordt hier de eenheid **elektronvolt** (**eV**) gebruikt. Er geldt:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Ook wordt vaak **mega-elektronvolt** (**MeV**) gebruikt. Hier geldt:

$$1 \text{ MeV} = 10^{6} \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Ook het type straling heeft invloed op het ioniserend vermogen. Door de relatieve grote massa en lading van alfastraling is het grofweg 20x schadelijker dan bèta- of gammastraling. We corrigeren voor dit effect door de stralingsdosis te vermenigvuldigen met de zogenaamde **stralingsweegfactor** (**w_R**). Deze factor is gelijk aan **1** voor gamma- en bètastraling en gelijk aan **20** voor alfastraling. Het resultaat noemen we de **equivalente dosis** (**H**), gemeten in **sievert** (**Sv**):

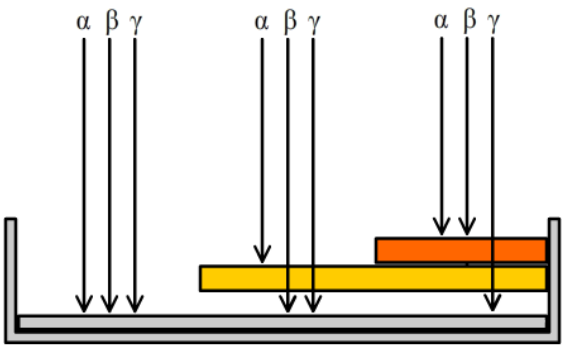
TESTVERSIE

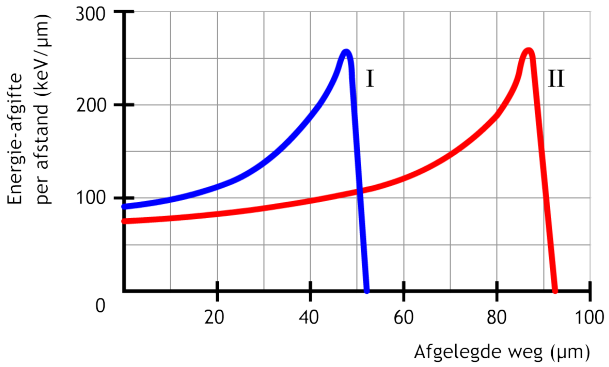
$$H = w_R D$$

Equivalente dosis (H)	sievert (Sv)
Stralingsweegfactor (w_R)	-
Stralingsdosis (D)	gray (Gy)

Voor de veiligheid zijn er **stralingsbeschermingsnormen** opgesteld. Dit is de **maximale effectieve dosis** in **millisievert per jaar** die is toegestaan. Deze normen zijn te vinden in BINAS.

Mensen die werken met radioactieve stoffen dragen vaak een **badge**. Een badge maakt gebruik van het verschil in **doordringend vermogen** van de verschillende typen straling. Hoe hoger het doordringend vermogen, hoe gemakkelijker de straling door materialen heendringt. De daadwerkelijke afstand die straling aflegt als het een stof binnendringt, noemen we de **dracht**. **Alfastraling** heeft een **klein doordringend vermogen** en dus ook de **kleine dracht**. Zelfs door lucht kan alfastraling slechts enkele centimeters voortbewegen. **Bètastraling** heeft een **groter doordringend vermogen** en dat van **gammastraling** is het **grootst**. In de onderstaande linker afbeelding zien we een doorsnede van de badge. Het linker deel van de badge laat alle soorten straling door. Het middelste deel laat bèta- en gammastraling door en het rechter deel alleen gammastraling. De straling die doorgelaten wordt komt tegen een film aan die verkleurt door straling. Door de verkleuring op de drie plekken te vergelijken, kan je voor elk type straling achterhalen aan hoeveel straling de badge (en dus de persoon) heeft blootgestaan.





Het doordringend vermogen van alfa- en bèta-straling is ook afhankelijk van de **beginsnelheid** waarmee deze deeltjes een materiaal inschieten. In het bovenstaande diagram is voor alfadeeltjes met twee verschillende beginsnelheden weergegeven hoever ze doordringen in water. Op de horizontale as staat de afgelegde weg van de deeltjes. Op de verticale as staat de hoeveelheid energie die elk deeltje per eenheid van afgelegde weg heeft afgegeven door botsing met de deeltjes in het materiaal. Merk op dat beide deeltjes aan het begin weinig energie afgeven. Aan het begin bewegen de deeltjes namelijk het **snelst**, waardoor ze maar **kort in de buurt blijven van de deeltjes in het materiaal**, wat de **kans op botsing verlaagd**. Dit effect zien we ook aan de hoogte waarmee de grafiek start. Deeltje II moet een grotere beginsnelheid hebben gehad, omdat het deeltje verder doordringd in het water, maar start wel met een lagere uitgave van energie. Dit komt door de grotere beginsnelheid.

EXPERIMENT DOORDRINGEND VERMOGEN

INSTRUCTIEVIDEO STRALINGSDOSIS

PROEFDRUK

Zorg dat je kan redeneren met de begrippen uit de paragraaf

1. (1p) Wat wordt er bedoeld met het ioniserend vermogen van straling.
2. (2p) Wat is het verschil tussen besmetting en bestraling.

3. (2p) Schrijf op hoe je elektronvolt (eV) en mega-elektronvolt (MeV) kan omrekenen naar joule (J).

4. In het bovenstaande diagram in de theorie is voor alfadeeltjes met twee verschillende beginsnelheden weergegeven hoever ze doordringen in water.

   a. (2p) Beide grafieken gaan in eerste instantie omhoog. Leg uit waarom de deeltjes meer energie afgeven als ze verder in het materiaal doorgedrongen zijn.
   b. (2p) Noem twee manieren waaraan je kan zien dat deeltje II met een grotere energie het water in is geschoten.

Zorg dat je kan rekenen met D = E/m en H = wD en de stralingsbeschermingsnormen uit BINAS

5. (2p) Zoek in BINAS de stralingsbeschermingsnorm op voor een persoon werkende met radioactief materiaal en voor een individueel lid van de bevolking. In welke eenheid staat de norm gegeven?

6. (5p) Een werknemer heeft in een jaar 600 uur in een opslaghal gewerkt waar met radioactief materiaal wordt gewerkt. Daarbij heeft zijn gehele lichaam een gemiddelde dosis van $7{,}5 \times 10^{-7}$ Gy per uur aan alfastraling ontvangen. Ga na of voor deze werknemer de stralingsbeschermingsnorm is overschreden.

7. (6p) Een persoon met een massa van 85 kg werkt in een kerncentrale waarin zijn hele lichaam is blootgesteld aan straling afkomstig van U-235. Hoeveel deeltjes mag deze werknemer per jaar ontvangen voordat de stralingsnormen overschreden worden.

8. In sommige granaten is uranium verwerkt. Als een granaat op het slagveld ontploft, zal het aanwezige uranium verpulveren of verdampen en in de lucht terecht komen. Een soldaat ademt een stofdeeltje in dat U-236 bevat. Dit stofdeeltje nestelt zich in een longblaasje.

   a. (2p) Leg uit dat de activiteit van het U-236 tijdens een mensenleven nauwelijks afneemt.
   b. (5p) Een stofdeeltje dat door de soldaat wordt ingeademd heeft een activiteit van $2{,}2 \times 10^{-6}$ Bq. Bij het verval van één uraniumkern komt een energie van $6{,}7 \times 10^{-13}$ J vrij. Deze vrijkomende energie wordt in 0,18 µg omringend weefsel geabsorbeerd. Bereken de equivalente dosis die het bestraalde weefsel in een jaar ontvangt. Ga ervan uit dat U-236 een alfastraler is.

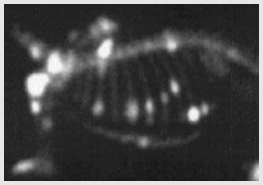
(bron: examen VWO 2003-2)

9. (VWO, 4p) Een persoon wordt in het ziekenhuis behandeld met een iridiumpreparaat. De behandeling met een bepaalde bron duurt 3,5 uur. De activiteit van het iridium-192 daalt in de loop van de tijd. Met hetzelfde iridiumpreparaat wordt de behandeling precies vier weken later herhaald. Men wil dan dezelfde stralingsdosis toedienen aan hetzelfde stukje weefsel. Bereken hoe lang de behandeling dan moet duren.

10. (5p) Per splijting van een uranium-235-kern in een kerncentrale komt gemiddeld een hoeveelheid energie vrij van 190 MeV. Deze energie wordt met een rendement van 35% omgezet in elektrische energie. In één jaar vinden $2{,}93 \times 10^{27}$ splijtingen in de kerncentrale plaats. Bereken het gemiddeld elektrisch vermogen in gigawatt dat de kerncentrale levert in dat jaar.

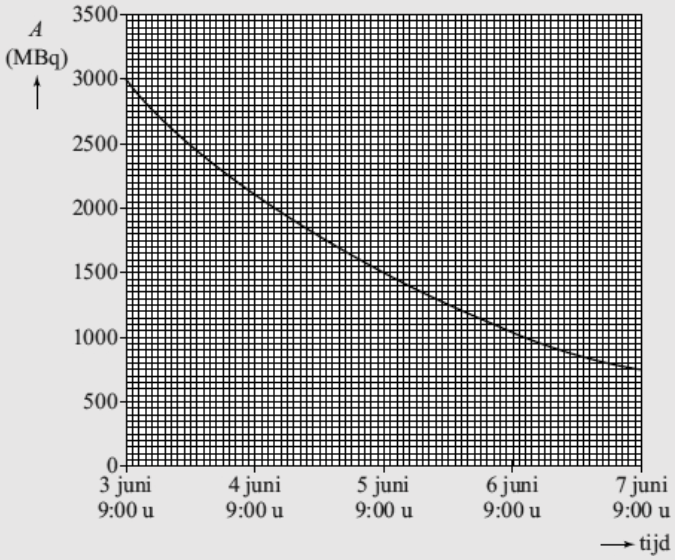
11. Cassie, een acht jaar oude hond met een tumor in een bot, is onlangs als eerste hond ter wereld succesvol behandeld met samarium-153.

   a. (2p) Samarium-153 komt niet in de vrije natuur voor. Het wordt gemaakt door samarium-152-kernen te beschieten met een bepaald soort deeltjes. Leg uit met welk deeltje een samarium-152-kern beschoten moet worden om samarium-153 te vormen.
   b. (2p) Samarium-153 zendt zowel β^--straling als γ-straling uit. Het kan daarom zowel voor een behandeling tegen tumoren gebruikt worden als voor een scan. Geef de vervalreactie van samarium-153.
   c. (1p) Samarium hecht zich beter aan geïnfecteerd botweefsel dan aan gezond botweefsel. Daarom kan er tijdens de behandeling ook een scan gemaakt worden van de hond waarin zieke botdelen als lichte vlekken te zien zijn (zie de onderstaande foto). Leg uit of men β^--straling of γ-straling gebruikt bij het maken van de foto. Van welke eigenschap van die straling wordt dan gebruikgemaakt?



TESTVERSIE

d. (2p) Het medicijn, met productiedatum 3 juni 9.00 uur, wordt aangeleverd in een flesje met een inhoud van 15 mL. De activiteit van het geleverde samarium-153 is hiernaast weergegeven. Bepaal met behulp van dit figuur de halveringstijd van samarium-153.



e. (4p) Cassie is op 4 juni om 9.00 uur 's ochtends ingespoten met het medicijn. Volgens de arts moet er 37 MBq per kg lichaamsgewicht geïnjecteerd worden. Cassie heeft een massa van 30 kg. Bepaal hoeveel milliliter van het medicijn ingespoten moet worden.

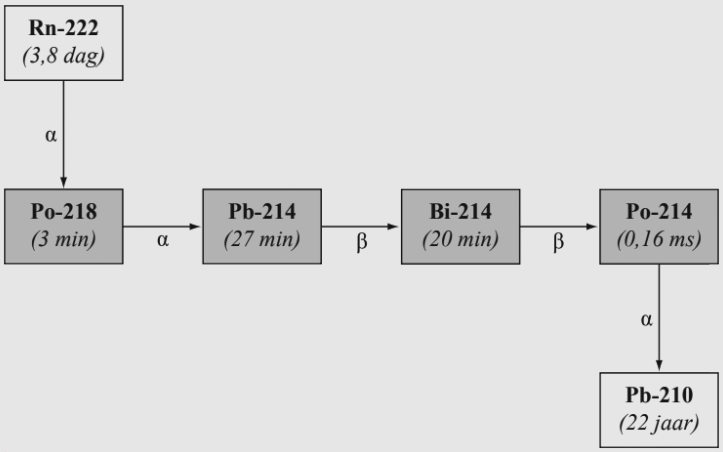
(bron: examen HAVO 2015-1)

12. (VWO) Radon is een radioactief edelgas dat uit de bodem en uit bouwmaterialen kan ontsnappen en terecht kan komen in kelders en kruipruimtes die slecht geventileerd worden. De meest voorkomende isotoop van radon is radon-222.

Radioactieve isotopen met atoomnummers tussen 82 en 90 komen in de natuur voor omdat ze voortdurend aangemaakt worden. Er bestaan in de natuur twee zogenoemde “radioactieve reeksen”. De ene reeks begint bij thorium-232, de andere bij uraan-238.

a. (3p) Beredeneer of radon-222 ontstaat uit thorium-232 of uit uraan-238. Beschouw daartoe het aantal nucleonen van de kernen.

b. (2p) In de volgende afbeelding zijn het verval van radon-222 en de daarop volgende vervalstappen weergegeven. Bij elke isotoop is de halfwaardetijd gegeven.



De vier grijze isotopen worden radondochters genoemd. Zij hebben een betrekkelijk kleine halveringstijd. De radondochters hechten zich aan microscopische stofdeeltjes en blijven in de lucht zweven.

Ook als er per seconde steeds dezelfde hoeveelheid radon ontsnapt, gaat het ophopen van radon in een gesloten kelderruimte niet eindeloos door. Als er niet geventileerd wordt, bereikt de activiteit van het radon op een gegeven moment een constante waarde. Leg uit waarom dit het geval is.

TESTVERSIE

c. (2p) Leg uit dat elk van de radondochters ook dezelfde constante activiteit krijgt als radon-222.

d. (6p) Een persoon die een tijdje in zo'n kelderruimte verblijft, ademt lucht in met de daarin aanwezige isotopen. Stel dat een persoon tijdens zijn verblijf in de kelderruimte 1,0 m^3 lucht inademt. De persoon ademt het radon weer uit omdat het een edelgas is. De microscopische stofdeeltjes met de radondochters blijven echter achter in de longen. Bij het verval hiervan worden de longen bestraald. In de onderstaande tabel staat het aantal kernen in 1,0 m^3 lucht van elk van de radondochters in de kelderruimte:

Po-218	Pb-214	Bi-214	Po-214
$2,6 \times 10^4$	$2,3 \times 10^5$	$1,7 \times 10^5$	≈ 0

Bereken de stralingsdosis die de longen ontvangen ten gevolge van alfastraling. Neem voor de longen een totale massa van 2,5 kg.
(bron: examen VWO 2011-2)

§5 E = mc^2 (VWO)

In deze paragraaf gaan we begrijpen hoe radioactieve stoffen als een bron van energie kunnen dienen. We bestuderen hiervoor de beroemde formule E = mc^2.

In deze paragraaf gaan we begrijpen waar de energie vandaan komt die bij vervalreacties ontstaat. We bestuderen hiervoor de volgende kernreactie:

$$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{32}_{16}S$$

Als we de massa's van de kerndeeltjes voor en na de reactie vergelijken, dan blijkt er **massa verdwenen** te zijn. De massa's van verschillende isotopen zijn te vinden in BINAS. Deze massa's zijn echter niet de massa's van de atoomkern, maar van het gehele atoom. Om de massa van de kern te vinden moeten we hier de massa's van de elektronen nog vanaf halen. Ook de massa van het elektron kunnen we in BINAS vinden (m_e = 0,00054858 u). In het geval van de bovenstaande vervalvergelijking vinden we de volgende massa's:

$$m_{P-32} = 31,97362 \text{ u} - 15 \times 0,00054858 \text{ u} = 31,96539 \text{ u}$$

$$m_e = 0,00054858 \text{ u}$$

$$m_{S-32} = 31,97207 \text{ u} - 16 \times 0,00054858 \text{ u} = 31,96329 \text{ u}$$

Als we nu de totale massa voor de reactie vergelijken met de massa na de reactie, dan vinden we:

$$\Delta m = m_{eind} - m_{begin}$$

$$\Delta m = m_e + m_{S-32} - m_{P-32}$$

$$\Delta m = 0,00054858 + 31,96329 - 31,96539 = -0,00155 \text{ u}$$

Nu rekenen we de massa om naar kilogram (1 u = $1,6605389 \times 10^{27}$ kg):

$$\Delta m = 0,00155 \times 1,6605389 \times 10^{-27} = 2,57 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

TESTVERSIE

We kunnen hieruit concluderen dat er inderdaad massa verdwenen is tijdens de kernvervalreactie. We noemen de verdwenen massa het **massadefect**. Deze **massa** is **omgezet in energie** volgens de bekende formule van Einstein:

$$E = mc^2$$

Energie (E)	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)
Lichtsnelheid (c)	2,99792458 × 10^8 m/s

Voor het bovenstaande voorbeeld vinden we:

$$E = 2,57 \times 10^{-30} \times (2,997925 \times 10^8)^2 = 2,31 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Als we deze energie omschrijven van joule naar MeV, dan vinden we:

$$E = \frac{2,31 \times 10^{-13}}{10^6 \times 1,602177 \times 10^{-19}} = 1,44 \text{ MeV}$$

Dit komt redelijk overeen met de waarde 1,72 MeV die we in BINAS vinden bij P-32. We zien hier dus dat bijna alle energie die ontstaat bij het verval gaat zitten in de kinetische energie van het uitgestraalde elektron. De rest van de energie zorgt voor een kleine snelheid van het overgebleven zwaveldeeltje.
Een ander voorbeeld waarbij massa wordt omgezet in energie is als een elektron en een positron botsen. Beide deeltjes worden dan geheel omgezet in energie. We noemen dit **annihilatie**. De energie komt in dit geval vrij in de vorm van twee fotonen:

$$e^- + e^+ \quad \rightarrow \quad \gamma + \gamma$$

De frequentie van deze fotonen kan worden berekend met de formule uit de eerste paragraaf:

$$E_f = hf$$

Zorg dat je kan rekenen met massadefect

1. Een uranium-235-kern vervalt door middel van alfaverval.
   a. (2p) Laat met behulp van een kernvervalvergelijking zien welke kern bij deze reactie ontstaat.
   b. (4p) Bereken hoeveel energie er bij het verval vrijkomt.
   c. (2p) Bereken de snelheid waarmee het alfadeeltje uit de kern schiet. Ga ervan uit dat alle kinetische energie is meegegeven aan het alfadeeltje.
2. Bereken de frequentie van de fotonen die vrijkomen bij de annihilatie van een proton en een elektron. Je mag aannemen dat bij deze reactie twee dezelfde fotonen vrijkomen. Je mag aannemen dat het elektron en het positron tijdens de annihilatie zo goed als stil stonden.
3. Bij kalium-40 isotopen kan K-vangst plaatsvinden. Dit is een kernreactie waarbij een elektron uit de binnenste schil de kern in valt en hier een reactie aangaat met een proton.
   a. Laat met behulp van een kernvervalvergelijking zien welk kern bij deze reactie ontstaat.
   b. Bij K-vangst ontstaat een hoeveelheid energie. Deze energie verlaat de kern in de vorm van een foton. Bereken de golflengte van het foton dat hierbij vrijkomt.

TESTVERSIE

§6 Medische beeldvorming

Radioactieve stoffen worden o.a. gebruikt in ziekenhuizen bij het maken van scans van de binnenkant van het menselijk lichaam. Denk bijvoorbeeld aan de PET-scan. In deze paragraaf bespreken we ook een aantal andere typen scans, waaronder de MRI-scan, de röntgenscan en de echo.

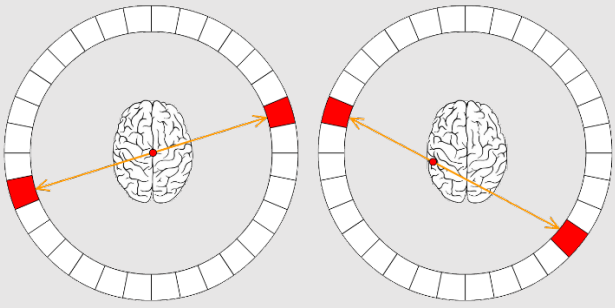
Radioactieve stoffen worden veel gebruikt in het ziekenhuis om goede diagnoses te kunnen maken. Een bekende techniek is **scintigrafie**. Bij deze techniek wordt er een radioactieve stof, genaamd een **tracer**, in het lichaam gespoten. Deze stof hoopt zich op bepaalde plekken in het lichaam op en zendt hier gammastraling uit. Een deel van deze straling zal het lichaam verlaten, waar het in een detector terecht komt. Met behulp van deze straling kan dan een foto van de binnenkant van het lichaam gemaakt worden.

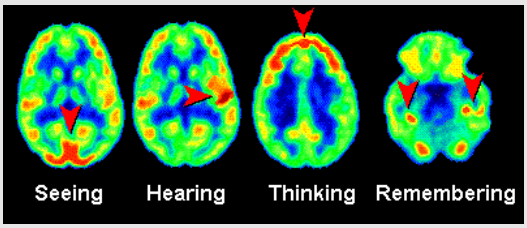
VWO STOF

Een bekend voorbeeld hiervan is de **PET-scan**. De tracer bij een PET-scan zendt **positronen** uit. Als een positron tegen een elektron in het lichaam botst, dan worden beide deeltjes omgezet in twee fotonen die in tegengestelde richting wegschieten. We noemen deze reactie **annihilatie**:

$$e^- + e^+ \quad \rightarrow \quad \gamma + \gamma$$

Een deel van deze fotonen zal het lichaam verlaten en worden gedetecteerd door een cirkelvormige detector, zoals in de volgende afbeelding is weergegeven. Door het verschil in tijd te meten tussen de aankomst van beide fotonen, kan met de formule $\Delta x = c\Delta t$ de positie van de annihilatie bepaald worden.





(Afbeelding: … / Phelps & Mazziotta, UCLA)

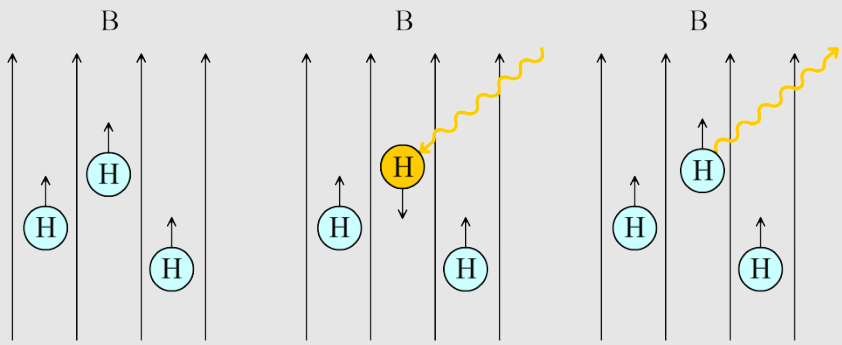
Aan de rechter zijde zien we PET-scans van de hersenen. Er is in dit geval als tracer radioactief glucose gebruikt. Hersendelen die meer actief zijn nemen meer glucose op en als gevolg lichten deze delen meer op in de PET-scan. Op deze manier kunnen we dus een idee krijgen van hersenactiviteit. Dezelfde methode kan ook gebruikt worden bij het opsporen van tumoren. Tumoren gebruiken namelijk relatief veel glucose en lichten daarom duidelijk op in de scan. Een ander bekend voorbeeld is het gebruik van een jood-tracer voor het onderzoek naar de schildklier. De schildklier neemt relatief veel jood op en als gevolg maakt dit de schildklier goed zichtbaar met een PET-scan.

Een ander type scan die vaak gebruikt wordt om het lichaam in kaart te brengen is de **MRI-scan**. Bij het maken van een MRI-scan wordt een persoon in een **magneetveld** gelegd. Als gevolg gaan veel atomen in het lichaam in de richting van dit veld wijzen (zie de onderstaande linker afbeelding). Daarna wordt het lichaam bestraald met fotonen. De frequentie van deze fotonen wordt zo gekozen dat ze precies genoeg energie hebben om **waterstofatomen** in een hogere energietoestand te brengen. De waterstofatomen komen hierbij tegen de richting van het magneetveld in te liggen (zie de tweede afbeelding). We noemen de frequentie waarbij dit gebeurt de **resonantiefrequentie**. De grootte van deze frequentie hangt af van de sterkte van het magneetveld.

Na een korte tijd zal het waterstofatoom weer terugvallen naar zijn grondtoestand en hierbij wordt hetzelfde foton weer uitgezonden (zie de derde afbeelding). Een deel van deze fotonen wordt buiten het lichaam gedetecteerd en hiermee wordt de foto gemaakt.

Herfirst

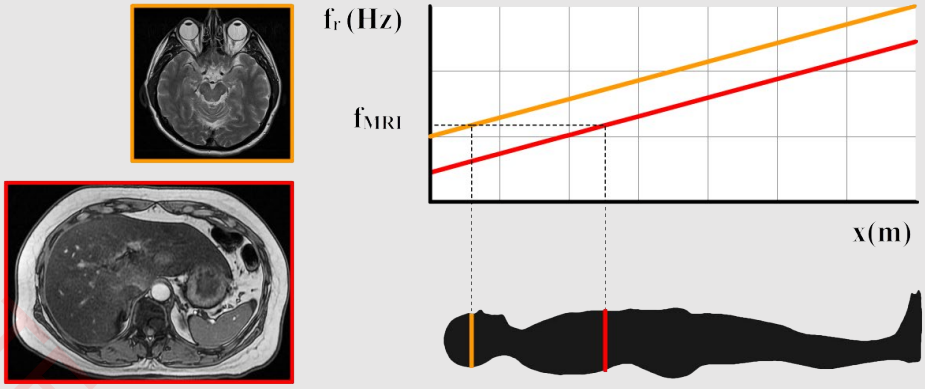
Waterstof atomen komen o.a. voor in water. Hoe meer water dus in een deel van het lichaam zit, hoe meer fotonen hier dus vandaan zullen komen. Met behulp van verschillen in de waterstofdichtheid kan het lichaam hiermee nauwkeurig in kaart worden gebracht (zie de rechter afbeelding).



(Afbeelding: Zutroy81; PD)

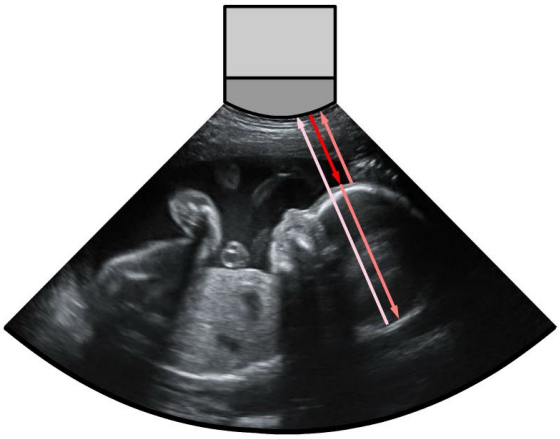
Voor het maken van goede scans kan ook gebruik worden gemaakt van het verschil in **relaxatietijd** van de waterstofkernen in verschillende soorten weefsel. Hier wordt verwezen naar de tijd die het een waterstofkern kost om terug te vallen naar zijn grondtoestand. Ook dit kan zorgen voor extra contrast, waardoor het menselijk lichaam duidelijker zichtbaar wordt.

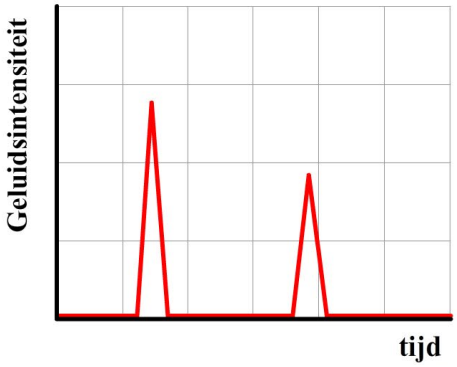
Om een goede MRI-scan te maken willen we alleen fotonen ontvangen afkomstig van een tweedimensionale "slice" van het menselijk lichaam. Dit wordt gedaan door de sterkte van het **magneetveld te variëren** langs het menselijk lichaam. Als gevolg krijgt elk deel van het menselijk lichaam ook zijn **eigen resonantiefrequentie**. Waterstofatomen zullen nu alleen aangeslagen worden op de plek waar de frequentie van de gebruikte fotonen (f_{MRI}) gelijk is aan de resonantiefrequentie van het magneetveld (f_r). In het onderstaande diagram zien we dat f_{MRI} bij de rode grafiek gelijk is aan f_r op een positie ter hoogte van de maag van het lichaam. Bij de oranje grafiek is het magneetveld versterkt, waardoor f_{MRI} nu gelijk is aan f_r op een andere positie (in dit geval ter hoogte van de ogen).



TESTVERSIE

Bij **echoscopie** wordt gebruik gemaakt van geluidsgolven. Hieronder zien we bijvoorbeeld een echo van een foetus. Deze foto is gemaakt door korte **ultrasone geluidspulsen** de buik van een zwangere vrouw in te sturen. Een deel van deze geluidsgolven **reflecteert** op het moment dat een golf overgaat naar een materiaal met een **andere geluidssnelheid**. Doordat de golven vaak door meerdere lagen weefsel trekken, krijg je ook meerdere pulsen terug. Door te meten **hoe lang** het duurt voordat de verschillende pulsen terugkomen, kan een beeld gemaakt worden van de foetus.



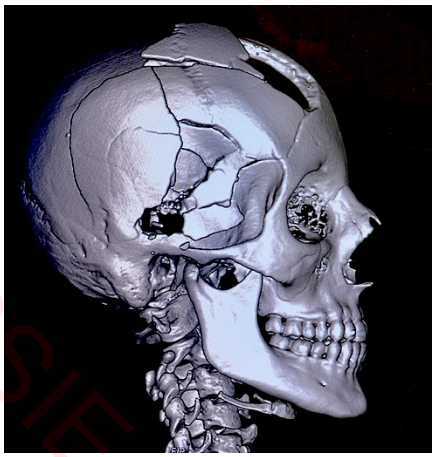


Voor het maken van een echo kan geen geluid gebruikt worden dat met het menselijk oor hoorbaar is. Hoorbaar geluid heeft namelijk een golflengte die veel groter is dan de details die we met een echo willen zien. Als gevolg **buigen** deze golven om deze details heen en kan er geen scherp beeld gemaakt worden. In plaats daarvan gebruiken we geluid met een frequentie hoger dan we met het oor kunnen waarnemen. We noemen dit **ultrasoon geluid**. Neem bijvoorbeeld een geluidsgolf van 5,0 MHz. Bij een temperatuur van ongeveer 40 graden Celsius is de geluidsnelheid in water gelijk aan $1{,}5 \times 10^3$ m/s. De bijbehorende golflengte is dan:

$$\lambda = \frac{v}{f} \qquad \lambda = \frac{1{,}5 \times 10^3}{5{,}0 \times 10^6} = 0{,}30 \text{ mm}$$

Met deze frequentie kunnen we dus details waarnemen tot ongeveer 0,30 mm groot. Dit levert het “pixel-achtige” beeld op dat in de bovenstaande afbeelding te zien is.

Een andere methode om het menselijk lichaam in kaart te brengen is de **röntgenscan** (zie de onderstaande linker afbeelding). Hierbij wordt röntgenstraling het lichaam in geschenen. Een deel van deze straling zal worden **geabsorbeerd** en de rest zal worden **doorgelaten**. Hoeveel er wordt geabsorbeerd hangt af van het **soort stof** waar de straling doorheen gaat en van de **dikte** van deze stof. Door de doorgelaten straling te detecteren, kan een röntgenfoto worden gemaakt. Doordat spierweefsel bijvoorbeeld meer röntgenstraling doorlaat dan bot, kunnen we de botten in het menselijk lichaam hiermee duidelijk in kaart brengen. Naast de tweedimensionale röntgenscans staat tegenwoordig ook driedimensionale versies. Dit worden **CT-scans** genoemd (zie de rechter afbeelding).



(Afbeelding: OpenStax; CC BY 4.0 / Michael Tsokos; GNU Free Documentation License, version 1.2)

Hoeveel straling er wordt doorgelaten bij het maken van een röntgenfoto hangt af van de **halveringsdikte** van verschillende materialen. De halveringsdikte staat voor de afstand die straling kan afleggen door een materiaal totdat de helft van de straling geabsorbeerd is. De intensiteit van de straling neemt dus elke halveringsdikte met 50% af. In formuletaal wordt dit:

$$I_d = I_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \qquad \text{met:} \quad n = \frac{d}{d_{1/2}}$$

Intensiteit op positie x = 0 (I_0)	watt per vierkante meter (W/m^2)
Intensiteit op positie x = d (I_d)	watt per vierkante meter (W/m^2)
Dikte (d)	meter (m)
Halveringsdikte ($d_{1/2}$)	meter (m)
Aantal halveringen (n)	-

De halveringsdikte hangt niet alleen af van het **soort stof**, maar ook van de **energie** van de straling. Een aantal halveringsdiktes zijn te vinden in BINAS voor verschillende hoeveelheden energie. Let erop dat de halveringsdikte hier wordt gemeten in **centimeter**.

INSTRUCTIEVIDEO MEDISCHE BEELDVORMING

De eenheid van de **intensiteit** is **joule per seconde per vierkante meter**. Het vertelt ons hoeveel joule er per seconde op een vierkante meter valt.

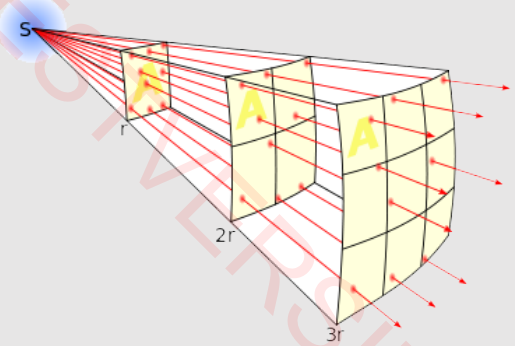
VWO STOF

Als een bron straling uitzendt in alle richtingen, dan neemt de intensiteit van deze straling af met de afstand volgende zogenaamde **kwadratenwet**:

$$I = \frac{P_{bron}}{4\pi r^2}$$

Intensiteit op positie x = 0 m (I_0)	watt per vierkante meter (W/m^2)
Vermogen van de bron (P_{bron})	watt (W)
Afstand vanaf de bron (r)	meter (m)

In de onderstaande afbeelding is goed te zien waarom de intensiteit van een divergerende bron afneemt met afstand. Hoe verder de straling komt, over hoe groter oppervlak de straling verdeeld wordt.



(Afbeelding: Borb; CC BY-SA 3.0)

TEST VERSIE

Zorg dat je kan rekenen met de halveringsdikte (en met de kwadratenwet voor VWO)

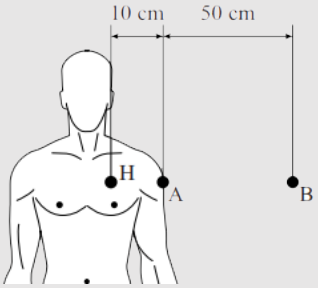
1. (1p) Zoek de halveringsdikte van water op als het wordt beschenen met röntgenstraling met een energie van 0,1 MeV. Noteer ook in welke eenheid de halveringsdikte wordt gegeven.

2. (3p) In een nachtclub worden laserstralen zichtbaar gemaakt met behulp van een rookmachine. De rook heeft een gemiddelde halveringsdikte van 8,0 meter. Bereken hoeveel procent van de lichtintensiteit geabsorbeerd wordt als de laserstraal door 30 meter rook schijnt.

3. Thalliumscintigrafie is een techniek die gebruikt wordt om de doorbloeding van de hartspier te onderzoeken. In het onderzoek wordt thallium-201 gebruikt. In een folder over thalliumscintigrafie staat: "Na afloop van het onderzoek blijft de radioactieve stof nog enige tijd in uw lichaam, waardoor u een minimale hoeveelheid straling uitzendt. Om personen in uw omgeving niet onnodig aan straling bloot te stellen, is het belangrijk dat u op de dag van het onderzoek een armlengte afstand tot andere mensen bewaart".

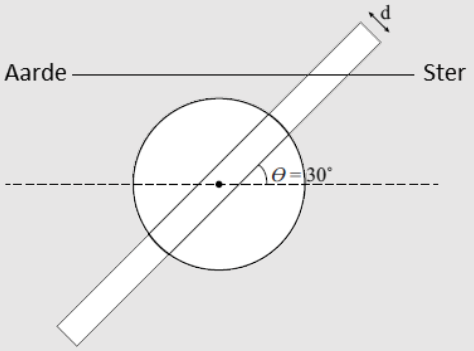
   a. (4p) In de rechter afbeelding geeft H het hart aan. De fotonen die bij het verval van thallium-201 vrijkomen hebben een energie van 0,10 MeV. Toon met een berekening aan dat de absorptie van deze γ-straling tussen de punten A en B in de lucht verwaarloosbaar is.

   b. (VWO, 3p) De stralingsintensiteit neemt wel substantieel af dankzij de kwadratenwet. Bereken met welke factor de stralingsintensiteit in punt B is afgenomen in vergelijking met punt A.



   (bron: examen VWO 2016-2)

4. (3p) Hieronder zien we een schematische afbeelding van het zijaanzicht van de planeet Saturnus met zijn ringen. Zoals je kunt zien bevinden de ringen zich gezien vanaf de aarde op dit moment onder een hoek van 30 graden.

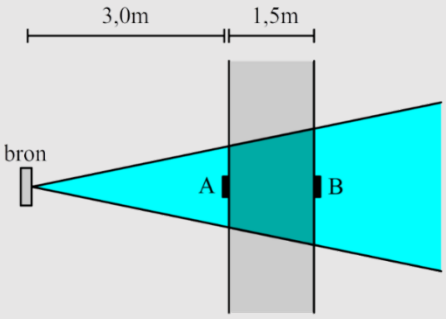


   Als de ringen van Saturnus voor een ster langs trekken, constateert een waarnemer op aarde dat de straling verzwakt wordt tot 12,5% van de oorspronkelijke hoeveelheid. De halveringsdikte van Saturnus is $d_{1/2}$= 59 m. Bereken de dikte d van de ringen die hieruit volgt.
   (bron: examen VWO 2012-pilot)

5. (VWO) In een behandelkamer waarin röntgenstraling wordt gebruikt, is het de bedoeling dat zo weinig mogelijk van deze straling doordringt tot buiten de kamer. De kamer is daarom voorzien van betonnen wanden van 1,5 m dikte. Als een evenwijdige bundel röntgenstraling op deze wand valt, dan is de straling aan de andere kant van de wand met een factor $1{,}0 \times 10^4$ afgenomen.

   a. (4p) Bereken de halveringsdikte van het beton voor deze straling.

   b. (4p) Uit de röntgenbron komt echter geen evenwijdige, maar een divergerende bundel (zie de rechter afbeelding). De bron staat op 3,0 m afstand van de muur. Bereken de verhouding van de stralingssterkte voor en achter de muur zoals deze gemeten wordt door detectoren op plaats A en B (zie de afbeelding). Houd hier rekening met de absorptie van het beton en met de afname van de intensiteit van de straling door het divergeren van de bundel.
   (bron: examen VWO 1992-2)



TESTVERSIE

6. (VWO, 6p) Bij een patiënt worden de botten in zijn benen onderzocht. Hierbij gebruikt men calcium, omdat dit door het lichaam getransporteerd wordt naar de botten. De patiënt krijgt een hoeveelheid van de instabiele isotoop calcium-47 toegediend. Deze isotoop zendt gammastraling uit dat buiten het lichaam gedetecteerd kan worden. De arts kan zo zien of er met de botten iets bijzonders aan de hand is. De benen van de patiënt worden onder een apparaat gelegd dat de gammastraling meet. Als deze gammastraling van het bot naar de detector beweegt, moet het ook door een stuk weefsel en een stuk lucht heen. Ook hier wordt straling geabsorbeerd. Hiervoor moet worden gecorrigeerd met een correctiefactor. Op een bepaald punt in het bot moet de straling eerst door 4,5 cm spierweefsel en dan nog door 10 cm lucht. De absorptie in spierweefsel is gelijk aan die in water. Ga uit van een gamma-foton met een energie van 1,0 MeV. Bereken de grootte van de correctiefactor voor deze detector.
(bron: examen VWO 2016-1)

Zorg dat je kan redeneren over een PET-scan

7. (VWO, 3p) Bij onderzoek naar de ziekte van Alzheimer wordt de PET-scan gebruikt. Daarbij spuit men bij de patiënt een speciale stof in die het C-11-isotoop bevat. Deze stof bindt aan plaatsen in de hersenen waar de ziekte van Alzheimer zit. Het C-11-isotoop vervalt onder uitzending van een positron. Het positron dat ontstaat remt in het hersenweefsel af tot (bijna) stilstand, en annihileert dan met een elektron. Daarbij ontstaan twee gamma-fotonen met dezelfde frequentie die in tegengestelde richting worden uitgezonden. Als twee gammafotonen binnen een tijdsverschil Δt de ringvormige detector bereiken, neemt men aan dat ze afkomstig zijn van dezelfde annihilatie. Een computer verwerkt de gegevens daarna tot een plaatje. Een patiënt heeft hersenen met een diameter van 20 cm. Bereken het maximale tijdverschil Δt dat gemeten zal worden.
(bron: examen VWO 2016 voorbeeldopgaven)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
5	Elektronvolt
7	Massa van proton, neutron en elektron
7	Atomaire massa-eenheid (u)
25	Isotopen (halveringstijd, type straling en stralingsenergie per deeltje)
27D2	Stralingsnormen
28F	Halveringsdiktes
29	Beknopte beschrijving methoden medische beeldvorming
5	Elektronvolt

TESTVERSIE

Hoofdstuk 4
Zonnestelsel (HAVO)

§1 Het zonnestelsel

In dit hoofdstuk bestuderen we het zonnestelsel. In deze eerste paragraaf bespreken we de bewijzen die zijn gevonden voor het heliocentrische model (waarbij de aarde om de zon draait). Ook gaan we de maanfasen, de zons- en maansverduistering en de seizoenen begrijpen.

Vroeger werd geloofd dat de aarde zich in het centrum van het heelal bevindt en dat alle hemellichamen om dit centrum heen draaien. Dit wordt het **geocentrische wereldbeeld** genoemd. In de 16de eeuw vond **Copernicus** voor het eerst bewijs dat de aarde om de zon heen draait. Dit wordt het **heliocentrische wereldbeeld** genoemd. Hij bewees dit als volgt. Al eeuwen was bekend dat de planeten vanaf de aarde gezien niet in nette cirkels bewegen. Om de zoveel tijd lijken de planeten voor een korte tijd even achteruit te bewegen (zie de onderstaande afbeelding). Dit fenomeen wordt **retrograde beweging** genoemd.

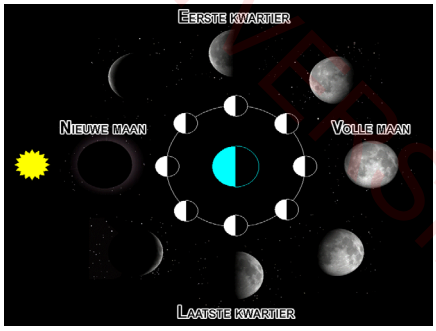
ANIMATIE RETROGRADE

PROGRAMMA HELIO- VERSUS GEOCENTRISCH

Copernicus liet zien dat deze beweging verklaard kon worden doordat wij de planeten bekijken **vanaf een aarde die zelf ook beweegt**. Als we de beweging van deze planeet vanaf de zon zouden bekijken, dan zouden we zien dat de planeten simpele cirkelbewegingen maken. In de animatie op de website (zie de bovenstaande rechter QR-code) is goed te zien hoe het vanaf de aarde gezien kan lijken dat een planeet soms even terugbeweegt. Het blauwe rondje is hier de aarde en het oranje rondje een andere planeet.

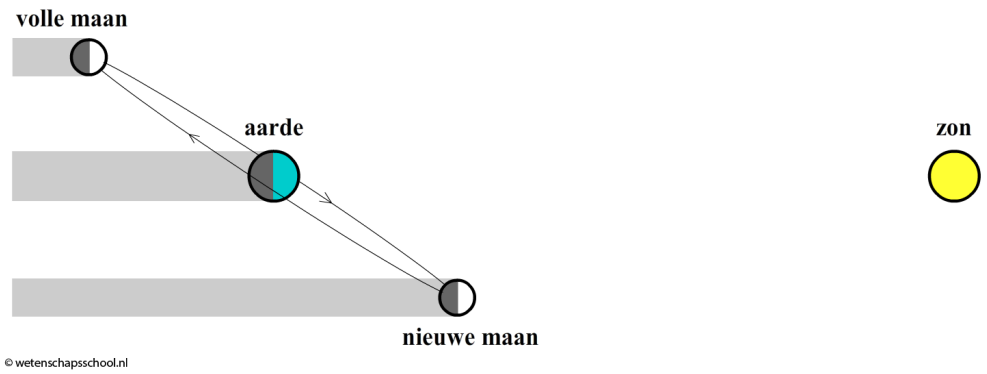
Galileo vond nog meer bewijs. Een van zijn belangrijkste ontdekkingen waren de vier manen die om Jupiter draaien (zie de onderstaande afbeelding). Met deze ontdekking bewees hij nogmaals dat niet alles om de aarde draait, zoals in het geocentrische model werd beweerd.

De **fasen** van de maan kunnen ook goed met het heliocentrische model verklaard worden. In de onderstaande afbeelding zien we de maan in zijn baan om de aarde. Ook zien we de zon die zowel de aarde als de maan verlicht. Aan de donkere kant van de aarde is het nacht en aan de lichte kant is het dag. Doordat de aarde **om zijn eigen as** draait, wisselen dag en nacht elkaar elke 24 uur af. De maan wordt in zijn baan om de aarde telkens vanaf dezelfde kant verlicht, maar vanaf de aarde gezien is telkens een wisselende hoeveelheid van de donkere en lichte kant te zien.

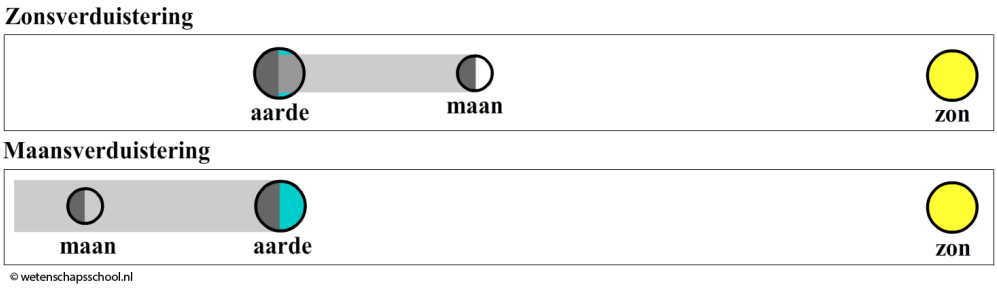


PROEFVERSIE

Wellicht dat je je afvraagt hoe we ooit een volle maan zien. Het lijkt in de vorige afbeelding immers dat bij volle maan het licht van de zon geblokkeerd zal worden door de aarde en de maan dus helemaal niet zou bereiken. Dat dit niet het geval is, kunnen we goed zien door de vorige afbeelding eens van de zijkant te bekijken (zie de onderstaande afbeelding). We zien hier dat de baan van de maan onder een hoek staat. Als gevolg kan de volle maan het zonlicht toch bereiken.



Af en toe staat de maan echter wel precies achter de aarde of tussen de zon en de aarde. Als de maan zich precies tussen de zon en de aarde bevindt, dan vindt een zogenaamde **zonsverduistering** plaats. Het licht van de zon wordt hier geblokkeerd door de maan. De maan kan ook door de schaduw van de aarde trekken. In dat geval spreken we van een **maansverduistering**.

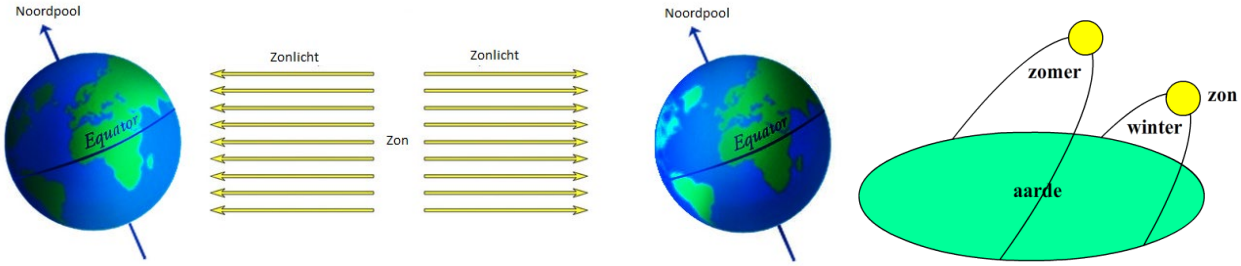


In de onderstaande foto zien we een maansverduistering.

In de onderstaande foto's zien we links een zonsverduistering en rechts zien we de schaduw die de maan door de zonsverduistering op de aarde werpt.

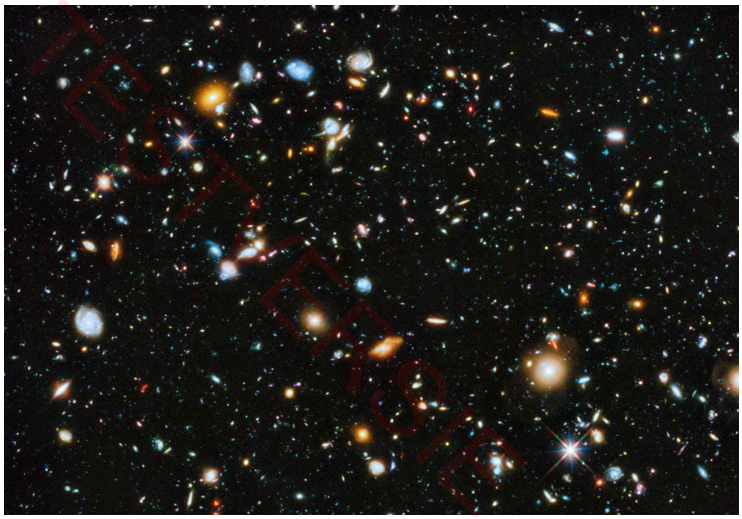
TESTVERSIE

Ook de **seizoenen** zijn goed te begrijpen in het heliocentrische model. De seizoenen ontstaan doordat de as van de aarde onder een hoek staat. Dit is goed te zien in de onderstaande linker afbeelding. Als de aarde in deze afbeelding links van de zon staat, dan wordt de onderkant van de aarde iets beter verlicht dan de bovenkant. Het is nu in het zuidelijk halfrond zomer en in het noordelijk halfrond winter. Als de aarde rechts van de zon staat, dan wordt de bovenkant iets beter verlicht dan de onderkant. Nu is het juist in het noordelijk halfrond zomer. Vanaf de aarde zien we ditzelfde effect doordat de baan van de zon in de zomer hoger boven de horizon staat. In de rechter afbeelding is dit te zien.



Ons zonnestelsel is zelf ook weer onderdeel van een groter geheel. Onze zon is slechts één ster in een gigantisch **melkwegstelsel** bestaande uit miljarden sterren. Hieronder is een foto van zo'n melkwegstelsel te zien. Veel van deze sterren hebben zelf ook weer planeten. We noemen planeten buiten ons eigen zonnestelsel **exoplaneten**.

In de onderstaande afbeelding zien we een enorme hoeveelheid melkwegstelsels, elk bestaande uit miljarden sterren. Melkwegstelsels die ver van elkaar af staan, bewegen langzaam uit elkaar. Hieruit blijkt dat het heelal steeds groter aan het worden is. We noemen dit ook wel het **uitdijen van het heelal**. Omdat het heelal steeds groter aan het worden is, moet het dus in het verleden kleiner geweest zijn. Door de snelheid van het uitzetten te achterhalen, is het wetenschappers gelukt om uit te rekenen wanneer het hele heelal zich in één punt bevond. Uit dit punt is het hele heelal ontstaan. We noemen dit de **oerknal**.



In de opdrachten bij deze paragraaf zal je een aantal eenheden voor afstanden tegenkomen die je in BINAS kan vinden. Afstanden in het zonnestelsel worden vaak gemeten in **astronomische eenheden** (**AE**). 1 AE is gelijk aan de afstand van de aarde tot de zon, oftewel $1{,}49598 \times 10^{11}$ m. Afstanden tussen sterren worden vaak gemeten in **lichtjaar**. Dit is de afstand die licht in een jaar aflegt. Deze afstand is gelijk aan $9{,}461 \times 10^{15}$ m. Ook deze waarde is te vinden in BINAS.

INSTRUCTIEVIDEO ZONNESTELSEL

Redeneren met het heliocentrische model, met seizoenen en zon- en maansverduisteringen

1. Copernicus kwam als eerste met bewijs voor het heliocentrische model.
   a. (1p) Wat is het heliocentrische model.
   b. (2p) Welk bewijs vond hij? Gebruik in je antwoord in ieder geval het woord retrograde beweging.
2. (1p) Galileo vond bewijs tegen het geocentrische model. Welk bewijs vond hij en waarom verwierp dit het geocentrische model.
3. Wetenschappers in de late middeleeuwen ontdekten dat beweging niet altijd voelbaar is. Ze concludeerden hieruit dat het mogelijk was dat de aarde beweegt, zonder dat we hier iets van merken.
   a. (1p) Hoe noemen we dit principe?
   b. (6p) Er werkt wel een middelpuntzoekende kracht op personen op aarde door de draaiing van de aarde om de zon en door de draaiing van de aarde om zijn eigen as. Laat in beide gevallen met een berekening zien dat we hier in het dagelijks leven weinig van merken.
4. Vroeger dacht men dat de sterren elke 24 uur een rondje om de aarde maakten.
   a. (2p) Leg uit waarom men dit dacht en geef hiervoor een verklaring.
   b. (3p) De dichtstbijzijnde ster is Promixa Centauri. Bereken de baansnelheid van deze ster als deze elke 24 uur om de aarde zou draaien.
   c. (2p) Leg uit waarom het resultaat bij vraag b bewijst dat de aarde om zijn eigen as moet draaien.
5. De maan draait in iets meer dan 27 dagen in een baan om de aarde.
   a. (2p) Leg uit wanneer zons- en maansverduisteringen plaatsvinden tijdens deze beweging.
   b. (1p) Leg uit waarom niet elke 27 dagen een zons- en een maansverduistering plaatsvindt.
   c. (1p) Leg uit of er in de middag een volle maan zichtbaar kan zijn.
6. (1p) Leg uit hoe de seizoenen ontstaan.

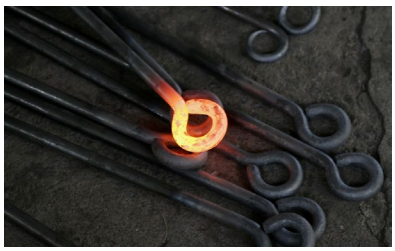
§2 De planckkromme

Als atomen in een voorwerp trillen, dan zenden ze een heel spectrum aan straling uit. We noemen dit het planckspectrum. In deze paragraaf gaan we leren hoe we met behulp van dit spectrum de temperatuur van de zon en van andere sterren kunnen bepalen.

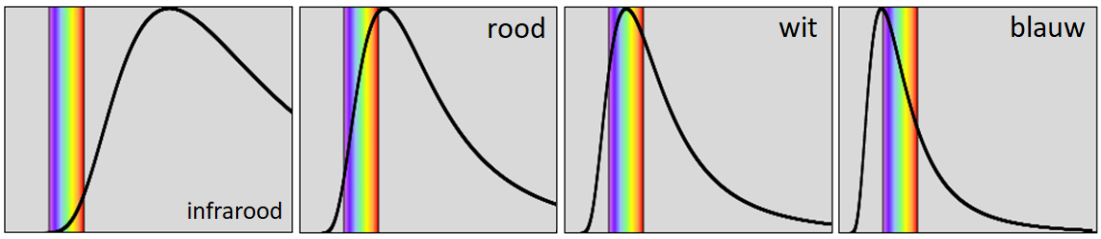
In het hoofdstuk 'warmte' hebben we geleerd dat atomen in een materiaal met een temperatuur boven de 0 kelvin continu aan het trillen zijn. In dat hoofdstuk hebben we echter niet besproken dat trillende atomen **straling** uitzenden. Omdat zo goed als elk materiaal een temperatuur heeft boven de 0 K, kunnen we dus stellen dat zo goed als elk materiaal in het universum straling uitzendt. Meestal zit deze straling echter buiten het zichtbare spectrum en kunnen we dit dus niet zien. De aarde en ook wijzelf zenden bijvoorbeeld voornamelijk infraroodstraling uit.

Als de temperatuur van een voorwerp hoog genoeg wordt, dan komt er een moment dat de straling wel zichtbaar wordt. Dit zien we bijvoorbeeld in de onderstaande afbeelding. Een stuk metaal is hier sterk verwarmd en begint hierdoor te gloeien in het rode deel van het spectrum.

Testversie



Het licht dat op deze manier ontstaat heeft een karakteristiek **stralingsspectrum**, genaamd de **planckkromme** of het **planckspectrum**. Hieronder is dit spectrum voor een aantal temperaturen weergegeven (op de website wordt dit duidelijker weergegeven met behulp van een animatie). Op de horizontale as staat de **golflengte** van de straling en op de verticale as de **intensiteit** van deze straling. De regenboog in de grafiek stelt het zichtbare deel van het spectrum voor.



PROGRAMMA PLANCKSPECTRUM

Bij een lage temperatuur zit de straling bijna volledig in het infrarode deel van het spectrum. Als gevolg kunnen we deze straling niet waarnemen met onze ogen. Als de temperatuur hoger wordt, dan komt er een moment dat er genoeg **rood licht** wordt geproduceerd, zodat we dit met onze ogen kunnen zien. Als we de temperatuur nog meer verhogen, dan komt er een moment dat er in het hele zichtbare spectrum veel licht wordt uitgezonden. Als we alle kleuren licht tegelijk in onze ogen krijgen, dan zien we dit als **wit licht**. Als de temperatuur nog hoger wordt, dan gaat op een gegeven moment het **blauwe licht** domineren.

De **golflengte van de piek** van de planckkromme hangt af van de **temperatuur** volgens de zogenaamde **wet van Wien**:

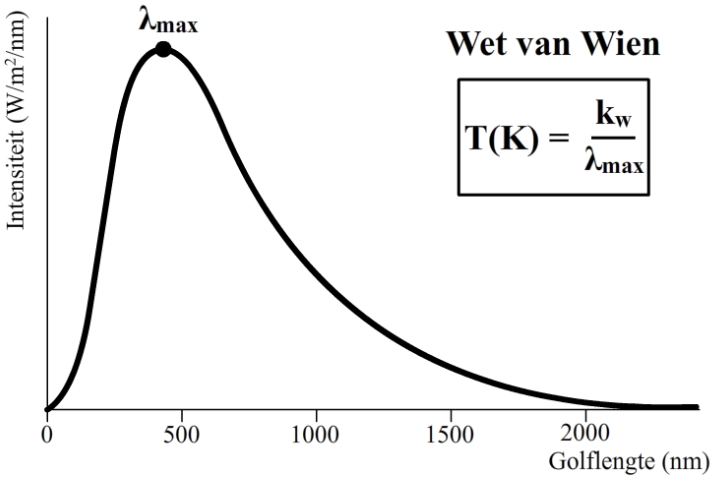
$$\lambda_{max} = \frac{k_w}{T}$$

Golflengte van piek (λ_{max})	meter (m)
Constante van Wien (k_w)	2,8977721 x 10^{-3} Km
Oppervlaktetemperatuur (T)	kelvin (K)

We zien aan deze formule dat hoe meer de piek naar links verplaatst, hoe hoger de temperatuur van het gloeiende voorwerp is. Een blauwe ster heeft dus een hogere temperatuur dan een witte ster en een witter ster heeft een hogere temperatuur dan een rode ster.

De temperatuur moet bij gebruik van de wet van Wien altijd worden gegeven in **kelvin**. Er geldt:

$$T(K) = T(^\circ C) + 273$$



TESTVERSIE

Met deze formule kunnen we bijvoorbeeld de oppervlaktetemperatuur van de zon berekenen. De piek van het stralingsspectrum van onze zon ligt bij de 500 nm. De oppervlaktetemperatuur is dus:

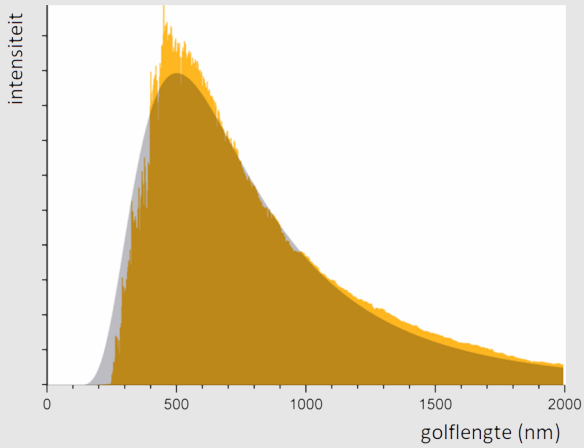
$$T = \frac{k_w}{\lambda_{max}}$$

$$T = \frac{2,8978 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}} = 5,80 \times 10^{3}\ \text{K}$$

INSTRUCTIEVIDEO PLANCKSPECTRUM

Rekenen met de wet van Wien

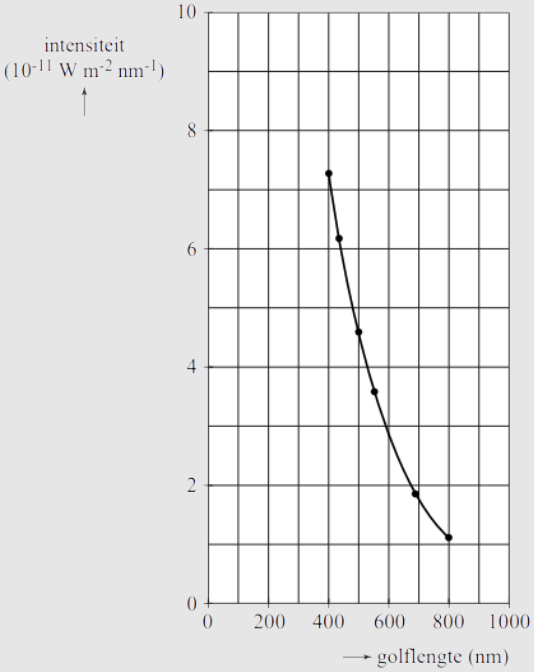
1. (3p) Hieronder zien we het spectrum van onze zon. Bepaal hieruit de oppervlaktetemperatuur van de zon in graden Celsius.



2. (5p) Bij een brandende gloeilamp heeft de gloeidraad een temperatuur van 2,5 × 10^3 K. Leg met een berekening uit waarom het rendement van een gloeilamp zo laag is.

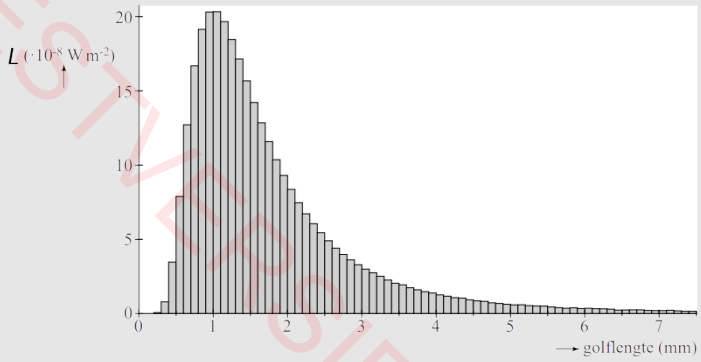
3. (3p) Het menselijk lichaam zendt infraroodstraling uit. Laat met behulp van een schatting en een berekening zien dat dit het geval is.

4. (4p) Van de ster Wega is de stralingsintensiteit in het zichtbare gebied als functie van de golflengte bepaald (zie de onderstaande afbeelding). Toon met behulp van het diagram aan dat de temperatuur van Wega hoger is dan 7000 K



(bron: examen VWO 2011-pilot)

5. (3p) De WMAP doet metingen aan de zogenaamde kosmische achtergrondstraling. Dit is straling die kort na het ontstaan van het heelal gevormd is en nu overal in het universum te meten is. Hieronder zijn de metingen in een diagram weergegeven. Bepaal de temperatuur behorend bij de achtergrondstraling.



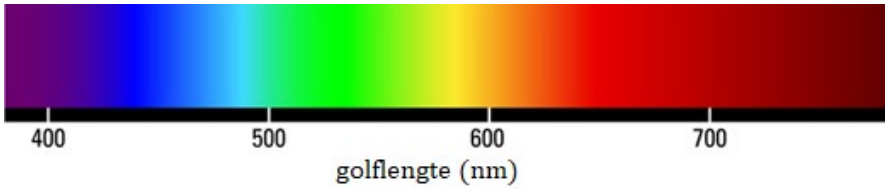
(bron: examen VWO 2015-pilot)

TESTVERSIE

§3 Spectraalanalyse

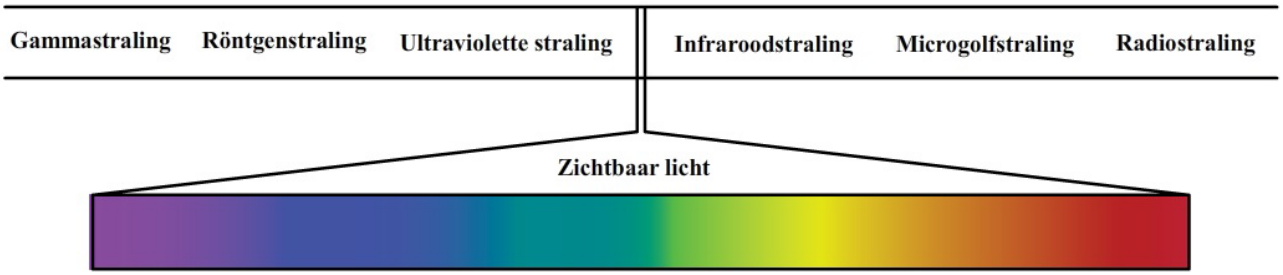
In deze paragraaf bestuderen we het licht van de zon en van andere sterren. We kunnen hiermee o.a. achterhalen uit welke stoffen de zon bestaat.

Als we licht van een gloeilamp door een **prisma** schijnen, dan krijgen we een volledige 'regenboog' aan kleuren te zien. We noemen dit een **continu spectrum** (zie de onderstaande afbeelding).



AFBEELDINGEN IN KLEUR

Naast het **zichtbare** deel van het spectrum, is er ook straling die we met onze ogen niet kunnen zien. Links van het paarse deel van het spectrum bevindt zich bijvoorbeeld **ultravioletstraling**, **röntgenstraling** en **gammastraling**. Rechts van het rode deel van het spectrum hebben we **infrarode straling**, **microgolfstraling** en **radiostraling**. Zoals je in de onderstaande afbeelding kan zien is het zichtbare deel van het spectrum maar een klein deel van het gehele spectrum.



Licht bestaat uit kleine deeltjes die we **fotonen** noemen. Het verschil tussen verschillende kleuren licht zit hem in de **frequentie** (**f**) van de fotonen. Elk foton met een bepaalde frequentie heeft ook zijn eigen **fotonenergie** (**E_f**). Deze energie kan als volgt berekend worden:

$$E_f = hf$$

Energie (E_f)	joule (J)
Constante van Planck (h)	$6{,}62606957 \times 10^{-34}$ Js
Frequentie van foton (f)	hertz (Hz)

In het hoofdstuk 'trillingen' hebben we gezien dat **f = v/λ**. Deze formule kunnen we ook toepassen op het foton. Als we voor de snelheid de **lichtsnelheid** (**c**) invullen, dan vinden we:

$$E_f = h\frac{c}{\lambda}$$

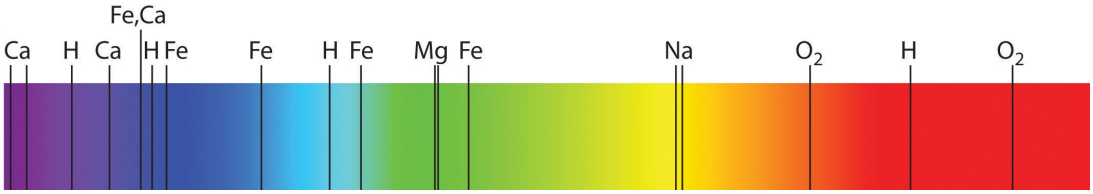
Energie (E_f)	joule (J)
Constante van Planck (h)	$6{,}62606957 \times 10^{-34}$ Js
Lichtsnelheid (c)	$2{,}99792458 \times 10^{8}$ m/s
Golflengte van foton (λ)	meter (m)

TEST VERSIE

Als we licht van een gloeilamp op waterstof laten schijnen, dan zal het meeste licht hier dwars doorheen schijnen. Alleen licht met specifieke frequenties zal worden **geabsorbeerd**. Als gevolg worden er in het spectrum van het licht een aantal zwarte lijnen zichtbaar (zie de onderstaande afbeelding). We noemen dit **absorptielijnen** en het bijbehorende spectrum noemen we een **absorptiespectrum**.

Het geabsorbeerd licht wordt later in willekeurige richting weer worden uitgezonden door het waterstofgas. Het spectrum van dit licht is hieronder afgebeeld. We noemen dit een **emissiespectrum** en de lijnen worden **spectraallijnen** genoemd. Zoals verwacht vinden we in dit spectrum alleen de frequenties die eerder geabsorbeerd waren.

Elke stof heeft zijn eigen unieke spectrum van spectraallijnen. Als gevolg kunnen we aan de hand van het spectrum achterhalen met welke stoffen we te maken hebben. Deze techniek wordt bijvoorbeeld gebruikt om te achterhalen uit welke stof de zon of de sterren bestaan. In de kern van de zon wordt met behulp van kernfusie een continu spectrum aan licht geproduceerd. Als dit licht zich echter door de zon naar buiten werkt, worden een aantal frequenties geabsorbeerd. Hierdoor ontstaan spectraallijnen in het zonnespectrum. We noemen deze lijnen de **Fraunhoferlijnen**. Hieronder zien we de meest prominente absorptielijnen in het visuele gedeelte van het spectrum van de zon.



INSTRUCTIEVIDEO FOTONENERGIE

Rekenen met percentages en halveringstijd

1. (2p) Welke gegevens van een ster kan je achterhalen met een absorptiespectrum?
2. (4p) Bereken hoeveel minuten het duurt voordat zonlicht de aarde bereikt.
3. (4p) Bij een ruimtereis naar de maan is een reflector geplaatst op het maanoppervlak. Door een laser vanaf de aarde naar deze reflector te schieten, kan de afstand tot de maan gemeten worden. Het laserlicht doet er 2560 ms over totdat het terug is op aarde. Bereken hiermee de afstand tot de maan.
4. (1p) Telefonie werkt met behulp van radiosignalen. Wat is de snelheid van deze radiosignalen.
5. Sommige schepen hebben een radarinstallatie om de afstand tot andere schepen of voorwerpen in de omgeving te meten. Een radarinstallatie zendt hiervoor elektromagnetische signalen uit die weerkaatst worden door een voorwerp. Door de tijd tussen het uitzenden en het ontvangen van een signaal te meten, kan de afstand tot het voorwerp bepaald worden, ook als dat voorwerp zich op grote afstand van het schip bevindt. Een veelgebruikt type radar is de pulsradar. Dit type radar zendt een kort elektromagnetisch signaal uit en ontvangt even later de echo van dit signaal. Op een bepaald moment wordt er 0,26 ms gemeten tussen het uitzenden en het ontvangen van een signaal.
   a. (3p) Bereken de afstand tot het voorwerp.
   b. (3p) Het signaal is een puls die bestaat uit een aantal opeenvolgende elektromagnetische golven. Deze golven worden gemaakt met een vaste frequentie van 9,38 GHz. Eén puls duurt 0,100 µs. Bereken uit hoeveel golven één puls bestaat.
   c. (3p) Details met afmetingen van 10% van de golflengte zijn door de pulsradar net waar te nemen. Bereken de minimale afmeting van een voorwerp dat met deze pulsradar waar te nemen is. (bron: examen HAVO 2018-1)

TEGENKOPE

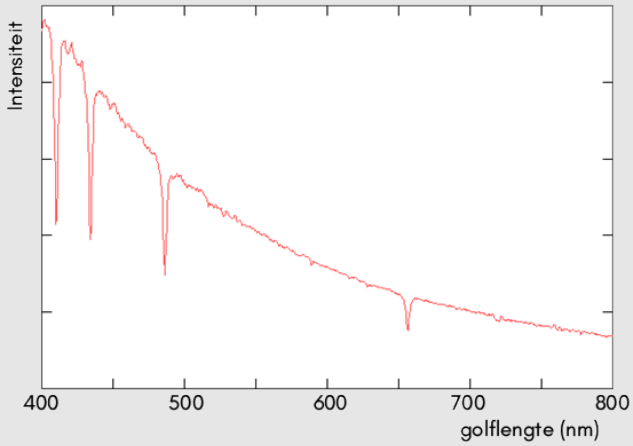
6. Twee satellieten Grace A en B draaien achter elkaar aan om de aarde. Ze zijn een afstand van 220 km van elkaar verwijderd.

   a. (3p) Bereken hoe lang het duurt om een radiosignaal van de ene naar de andere satelliet te sturen.

   b. (3p) Grace A ontvangt continu een signaal van Grace B. De frequentie van de gebruikte radiosignalen bedraagt 32,7 GHz. Bereken de golflengte van het signaal.
   (bron: examen VWO 2013-pilot)

7. (1p) In het spectrum van natrium zijn twee duidelijke absorptielijnen te zien. De eerste lijn wordt veroorzaakt door fotonen met een golflengte van 589,0 nm en de andere door fotonen met een golflengte van 589,6 nm. Laat met behulp van BINAS zien welke kleur deze fotonen hebben.

8. In de onderstaande afbeelding is het spectrum van een ster weergegeven:

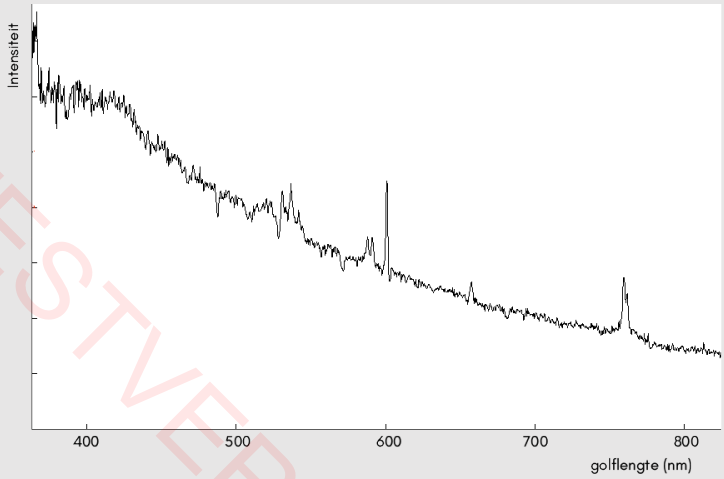


   a. (1p) Leg uit of het hier gaat om een absorptie- of een emissiespectrum.

   b. (1p) Leg uit hoe de spectraallijnen in deze ster ontstaan zijn.

   c. (1p) De vier zichtbare spectraallijnen worden allemaal veroorzaakt door hetzelfde element. Ga met behulp van BINAS na om welk element het hier gaat.

9. In de onderstaande afbeelding is het spectrum van een nevel weergegeven waaruit sterren zich kunnen vormen:



   a. (1p) Leg uit of het hier gaat om een absorptie- of een emissiespectrum.

   b. (1p) Leg uit hoe de spectraallijnen in deze nevel ontstaan zijn.

   c. (1p) Leg uit hoe je kan zien dat in deze nevel geen waterstof aanwezig is.

TESTVERSIE

10. Een stilstaand elektron absorbeert een foton met een golflengte van 500 nm.
    a. (3p) Bereken de energie van het foton.
    b. (2p) Bereken de snelheid die het elektron hierdoor zal krijgen.
11. (4p) Elk deeltje heeft zijn eigen antideeltje. Het antideeltje van het elektron is bijvoorbeeld het positron. Dit deeltje heeft exact dezelfde eigenschappen als het elektron, maar dan met een positieve lading. Als een elektron tegen een positron botst, dan worden beide deeltjes omgezet in twee dezelfde fotonen. De energie van deze fotonen is te berekenen met:

    $E = mc^2$

    Bereken de frequentie van deze fotonen.
12. (3p) Als geleidingselektronen door een LED stromen, zenden ze blauw licht uit met een golflengte van 470 nm. Het totale vermogen aan uitgezonden licht gelijk is aan 0,075 W. Bereken hoeveel fotonen er per seconde door de LED worden uitgezonden. (bron: examen VWO 2016-1)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
7	Constante van Planck, constante van Wien en lichtsnelheid
19A	Het zichtbare spectrum in kleur
19B	Het volledige spectrum
23	Planck-krommen
31	Gegevens planeten
32B	Gegevens sterren
32C	Gegevens zon (inclusief astronomische eenheid (AE), vermogen en zonneconstante)

TESTVERSIE

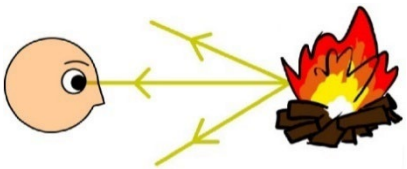
Hoofdstuk 5
Optica (keuzemodule HAVO)

§1 Reflectie

In dit hoofdstuk bestuderen we de optica, de studie naar het gedrag van licht. We gaan o.a. bestuderen hoe licht reflecteert en hoe licht van richting verandert als het van de ene naar de andere stof beweegt—dit laatste noemen we breking. Met deze theorie gaan we o.a. de werking van lenzen begrijpen. In de eerste paragraaf beginnen we met reflectie.

Als we een voorwerp zien, dan komt dat doordat licht vanaf dit voorwerp in onze ogen schijnt. Er zijn twee manieren waarop dit kan gebeuren:

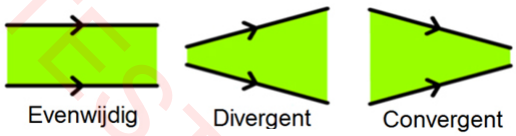
- Licht kan rechtstreeks vanuit een **lichtbron** in onze ogen schijnen.



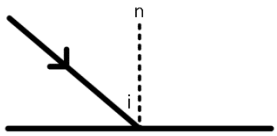
- Er zijn ook voorwerpen die we wel kunnen zien, maar die zelf geen licht geven. Deze voorwerpen kunnen we alleen zien als licht op deze voorwerpen **reflecteert** en daarna in onze ogen terecht komt. De maan zien we bijvoorbeeld op deze manier. De maan geeft zelf geen licht, maar reflecteert het licht van de zon.

Een collectie van lichtstralen wordt een **lichtbundel** genoemd. Er zijn drie soorten lichtbundels:

- Een **evenwijdige lichtbundel** is een bundel waarbij alle lichtstralen in dezelfde richting schijnen. Een voorbeeld is de lichtbundel van een laser.
- Een **divergente lichtbundel** is een bundel waarbij de lichtstralen uit elkaar bewegen. Een voorbeeld is de lichtbundel van een zaklamp.
- Een **convergente lichtbundel** is een bundel waarbij de lichtstralen steeds dichter naar elkaar toe gaan. We kunnen dit type lichtbundel bijvoorbeeld produceren met een vergrootglas.

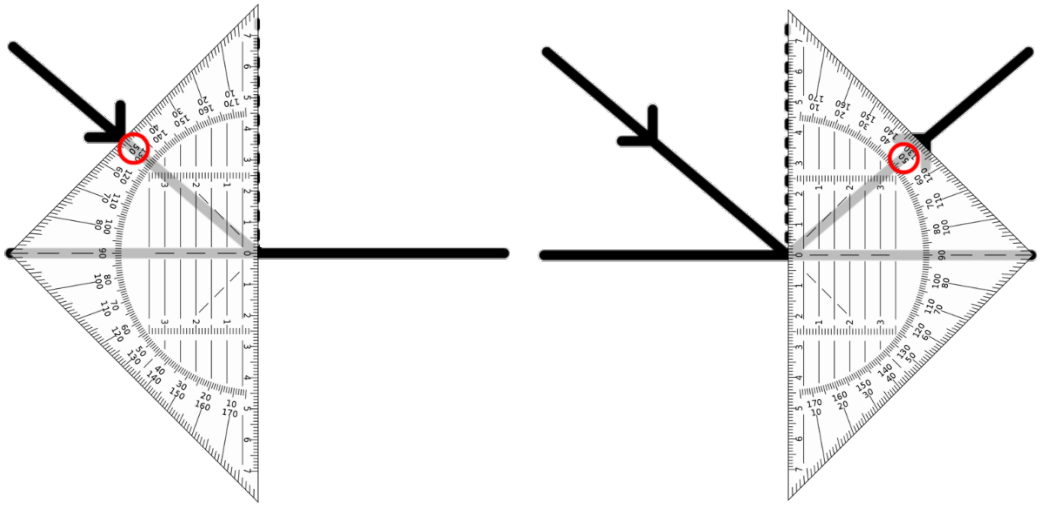


Hieronder zien we een schematische afbeelding van een lichtstraal die op een **spiegel** valt. Op de plek waar de lichtstraal de spiegel raakt, hebben we een stippellijn getekend. Deze hulplijn wordt de **normaal** (**n**) genoemd en staat altijd **loodrecht** op de spiegel. We kunnen deze hulplijn gebruiken om uit te vinden hoe de lichtstraal zal **reflecteren**.



TESTVERSIE

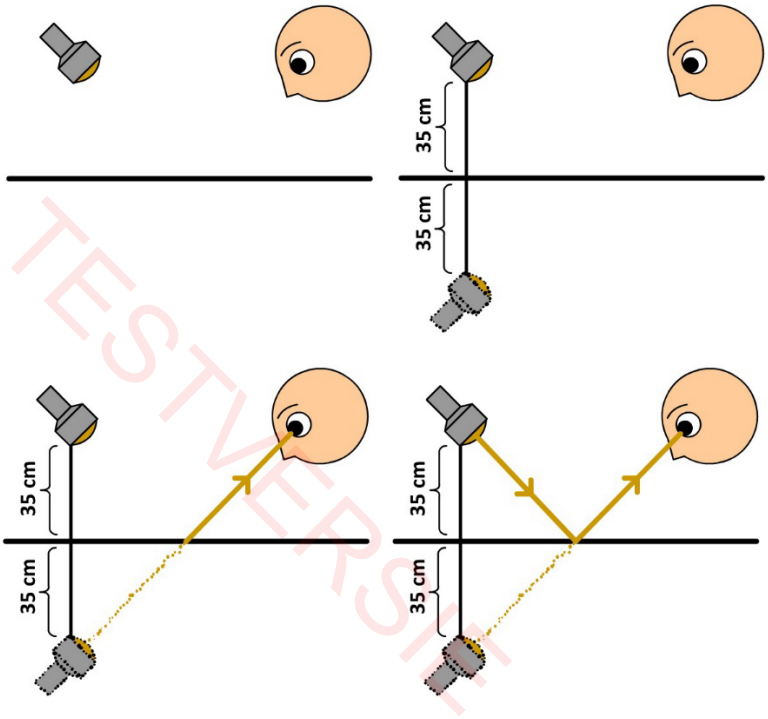
In de onderstaande linker afbeelding meten we de hoek tussen de normaal en de invallende lichtstraal. Dit wordt de **hoek van inval** (**i**) genoemd. Zorg dat het nulpunt van de geodriehoek precies op het punt ligt waar de lichtstraal invalt en meet dan de hoek. Zorg dat je op de gradenboog van de geodriehoek de hoek afleest die kleiner is dan 90°. In dit voorbeeld lezen we dat de hoek 50 graden is. Daarna draaien we de geodriehoek en tekenen we de gereflecteerde lichtstraal onder **dezelfde hoek** (zie de rechter afbeelding). Dit wordt de **hoek van terugkaatsing** (**t**) genoemd.



Omdat de hoek van inval en de hoek van terugkaatsing even groot zijn, vatten we de regel voor het tekenen van reflecties als volgt samen:

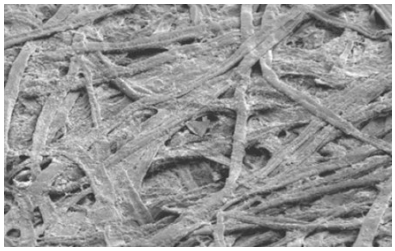
$$\angle i = \angle t$$

Zoals je weet zorgen spiegels voor een **spiegelbeeld**. Ook hiermee kunnen we reflecties tekenen. In de linker onderstaande afbeelding zijn we op zoek naar een lichtstraal die vanaf een zaklamp via een spiegel in het oog van de persoon terecht komt. We tekenen hiervoor eerst het spiegelbeeld van de zaklamp aan de andere kant van de spiegel (zie de tweede afbeelding). Voor de persoon lijkt het alsof het licht uit het spiegelbeeld van de zaklamp komt (zie de derde afbeelding). In het echt komt het licht natuurlijk uit de echte zaklamp. Dit hebben we getekend in de laatste afbeelding. We hebben nu de correcte reflectie getekend.

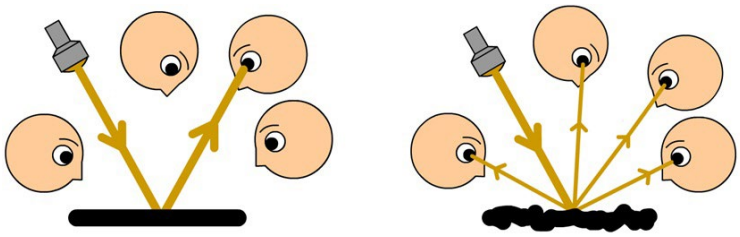


TESTVERSIE

Niet alle voorwerpen reflecteren net zo netjes als een spiegel. Neem bijvoorbeeld een stuk papier. Papier lijkt voor ons oog erg glad, maar als we papier door een microscoop bekijken, dan zien we dat papier helemaal niet zo glad is (zie de onderstaande foto).

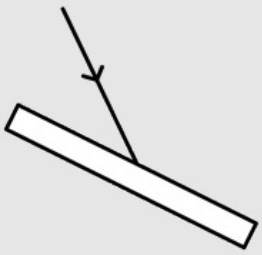


Door het ruwe oppervlak reflecteren lichtstralen alle richtingen op. We noemen dit **diffuse reflectie**. In de onderstaande afbeelding zien we links reflectie op een spiegel. In dit geval wordt de lichtstraal maar één kant op gereflecteerd. Alleen de persoon die deze lichtstraal in zijn ogen krijgt, kan het licht zien. De rest niet. Rechts zien we diffuse reflectie. Doordat het licht nu alle kanten op gaat, kunnen nu alle omstanders het licht zien, maar het licht is nu wel minder fel.

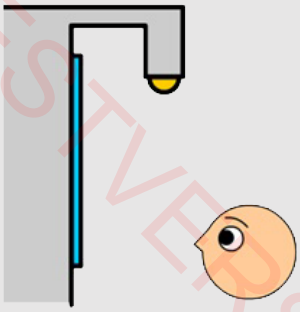


Zorg dat je reflecties kan tekenen met behulp van i = t en het spiegelbeeld

1. (2p) Een lichtstraal valt op een spiegel (zie de onderstaande afbeelding). Teken de reflectie van deze lichtstraal (noteer de hoek van inval en de hoek van terugkaatsing op de juiste plaats).

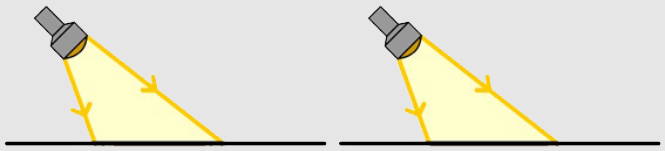


2. (2p) Een jongen kijkt in een spiegel (zie de onderstaande afbeelding). Boven de spiegel hangt een lamp en de jongen ziet de weerspiegeling van deze lamp. Teken de lichtstraal die ervoor zorgt dat de jongen de weerspiegeling van de lamp kan zien.



TESTVERSIE

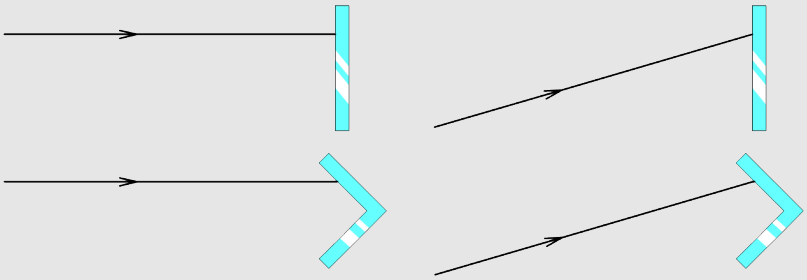
3. Hieronder zie je twee keer dezelfde lichtbundel die op een spiegel schijnt.



   a. (2p) Teken hoe de lichtbundel reflecteert met behulp van de hoek van inval en terugkaatsing.
   b. (2p) Teken hoe de lichtbundel reflecteert met behulp van het spiegelbeeld.

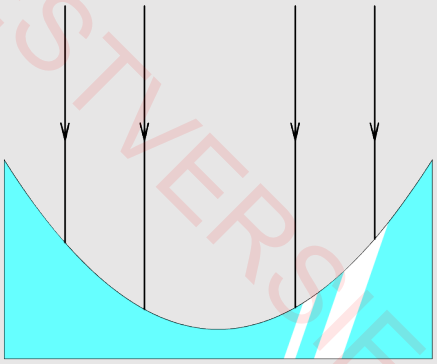
4. In deze opdracht bestuderen we de werking van een reflector op de achterkant van een fiets. Een reflector bestaat uit een aantal spiegelende oppervlakken die loodrecht op elkaar staan. Als een auto achter de fietser rijdt en met zijn lampen op de reflector schijnt, dan moet dit licht naar hem terug reflecteren, zodat hij de fietser kan zien.

   a. (3p) In de linkerhelft van de onderstaande afbeelding zien we een lichtstraal die loodrecht op een spiegel valt en een lichtstraal die vanuit dezelfde richting op een reflector valt. Laat zien dat de spiegel en de reflector in dit geval even goed werken om de fietser zichtbaar te maken voor de automobilist.
   b. (3p) In de rechterhelft van de onderstaande afbeelding zien we een lichtstraal die onder een hoek op een spiegel valt en een lichtstraal die vanuit dezelfde richting op een reflector valt. Laat zien dat de spiegel in dit geval niet werkt en de reflector wel.



5. Hieronder zien we een aantal lichtstralen die op een parabolisch oppervlak reflecteren. Een satellietschotel heeft dezelfde vorm. Een satellietschotel ontvangt radiogolven om televisie te kunnen ontvangen.

   a. (2p) Teken hoe de lichtstralen reflecteren.
   b. (2p) Wat valt je op? Waarom wordt deze opzet gebruikt voor een satellietschotel?

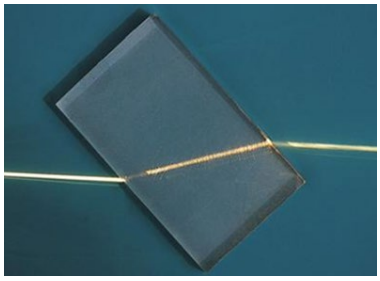


TESTVERSIE

§2 Breking

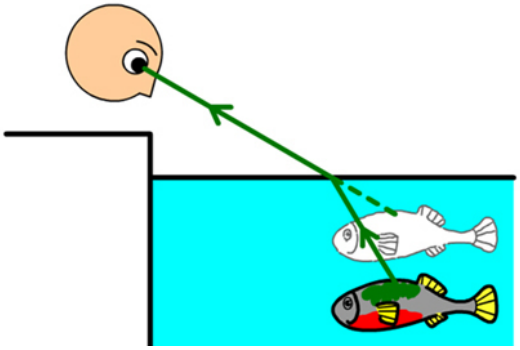
Als licht van de ene naar de andere stof beweegt, dan verandert het van richting. We noemen dit breking. In deze paragraaf gaan we leren gebroken lichtstralen te tekenen.

Als licht van de ene naar de andere stof beweegt, dan blijft het licht niet gewoon in een rechte lijn doorbewegen. Op het punt dat het licht overgaat naar een **ander materiaal**, **verandert** het van **richting**. We noemen dit effect **breking**. In de onderstaande foto is dit effect te zien. Een lichtbundel schijnt een stukje plastic in en daarna weer uit. Merk op dat het licht alleen op de overgangen van de ene naar de andere stof van richting verandert. Op de andere plekken beweegt het licht gewoon in een rechte lijn.

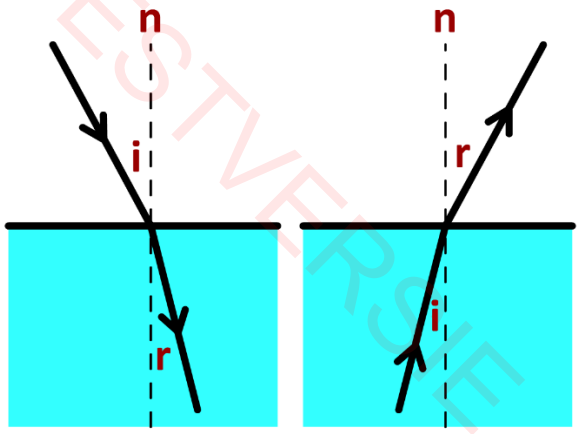


(Afbeelding: ajizai; PD)

Breking is duidelijk te zien als we naar voorwerpen kijken die zich onder water bevinden. Hieronder is een persoon afgebeeld die naar een vis kijkt. We zien een lichtstraal die vanaf de vis in het oog van een persoon valt. Doordat het licht van richting verandert op het punt dat het licht het water verlaat, lijkt het voor de persoon alsof de vis zich op een andere plek bevindt dan in werkelijkheid het geval is. Zoals je ziet lijkt de vis zich **dichter bij het wateroppervlak** te bevinden dan in werkelijkheid het geval is.



Laten we nu uitrekenen onder welke hoek lichtstralen breken. Zoals je in de onderstaande afbeelding kunt zien, tekenen we de **normaal** (**n**) op het punt waar de lichtstraal invalt op het materiaal. De normaal tekenen we in dit geval aan beide kanten van het oppervlak. De hoek tussen de invallende lichtstraal en de normaal noemen we wederom de **hoek van inval** (**i**). De hoek tussen de normaal en de gebroken lichtstraal noemen we de **brekingshoek** (**r**).



TESTVERSIE

De relatie tussen i en r wordt beschreven met de zogenaamde **wet van Snellius**:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_r}{n_i}$$

Hoek van inval (i)	graden
Brekingshoek (r)	graden
Brekingindex aan kant invallende lichtstraal (n_i)	-
Brekingindex aan kant gebroken lichtstraal (n_r)	-

De **brekingsindex** (**n**) is een materiaaleigenschap die invloed heeft op de breking. De brekingsindex voor verschillende materialen kan je vinden in BINAS. Voor lucht en het vacuüm geldt een brekingsindex van 1,00. $\mathbf{n_i}$ staat voor de **brekingsindex** van het materiaal aan de kant van de invalshoek. $\mathbf{n_r}$ staat voor de brekingsindex van het materiaal aan de kant van de brekingshoek.

Voorbeeld

Opdracht:
Een lichtstraal raakt een wateroppervlak onder een invalshoek van 20°. Bereken de brekingshoek.

Antwoord:
Volgens BINAS is de brekingsindex van lucht 1,0 en van water 1,3. De formule wordt hiermee:

$$\frac{\sin 20°}{\sin r} = \frac{1,3}{1}$$

Dit kunnen we omschrijven tot:

$$\sin r = \frac{\sin 20°}{1,3}$$

Met de **inverse sinus** vinden we dan:

$$r = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 20°}{1,3}\right) = 15°$$

Zoals je kan zien is de **brekingshoek** in dit geval **kleiner** dan de **hoek van inval**. Dit blijkt altijd het geval te zijn als licht beweegt naar een stof met een **hogere brekingsindex**.

TESTVERSIE

Voorbeeld

Opdracht:
Een lichtstraal begint onder water en raakt het wateroppervlak onder een invalshoek van 20°. Bereken de brekingshoek waaronder de lichtstraal de lucht in schijnt.

Antwoord:
Volgens BINAS is de brekingsindex van lucht 1,0 en van water 1,3. De formule wordt hiermee:

$$\frac{\sin 20°}{\sin r} = \frac{1}{1,3}$$

Dit kunnen we omschrijven tot:

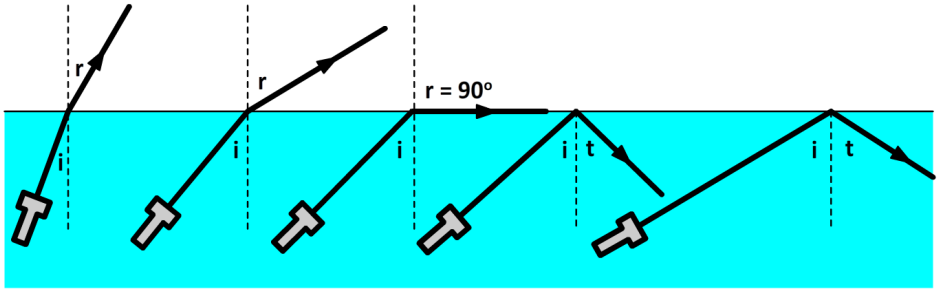
$$\sin r = \sin 20^\circ \times 1,3$$

Met de **inverse sinus** vinden we dan:

$$r = \sin^{-1}(\sin 20^\circ \times 1,3) = 26^\circ$$

Zoals je kan zien is de **brekingshoek** in dit geval **groter** dan de **hoek van inval**. Dit blijkt altijd het geval te zijn als licht beweegt naar een stof met een **lagere brekingsindex**.

Het resultaat van het bovenstaande voorbeeld levert in sommige gevallen problemen op. Als we de hoek van inval steeds groter maken, dan komt er een moment dat de **brekingshoek groter** zou moeten worden dan **90°** (zie de onderstaande afbeelding). Als je de wet van Snellius in deze gevallen probeert op te lossen, dan geeft de rekenmachine een **error**. In dat geval vindt er **geen breking** plaats. Wat er in plaats hiervan gebeurt, is dat de lichtstraal reflecteert. We spreken hier ook wel van **totale reflectie** (zie de laatste twee zaklampen in de onderstaande afbeelding). Ook bij dit type reflectie geldt ∠i = ∠t.



Zoals je in de bovenstaande afbeelding kan zien, vindt er breking plaats tot de brekingshoek **90 graden** is. De specifieke hoek van inval waarbij dit gebeurt noemen we de **grenshoek** (**g**). Deze hoek kunnen we vinden met de wet van Snellius:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_r}{n_i}$$

Voor de brekingshoek (r) vullen we nu 90 graden in en voor de invalshoek i vullen we de grenshoek (g) in:

$$\frac{\sin g}{\sin 90^\circ} = \frac{n_r}{n_i}$$

Omdat sin(90°) = 1, kunnen we dit herschrijven tot:

$$\sin g = \frac{n_r}{n_i}$$

Grenshoek (g) _____ graden

Deze formule kan je gebruiken om de grenshoek te vinden.

In het programma op de website (zie de rechter QR-code) is het moment te zien waarop totale reflectie plaatsvindt.

PROGRAMMA BREKING

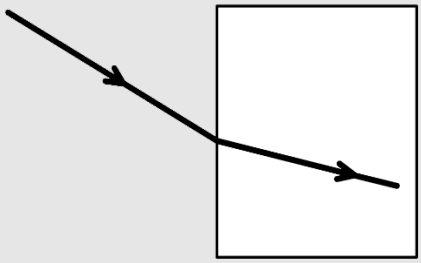
TESTVERSIE

Zorg dat je kan redeneren met breking

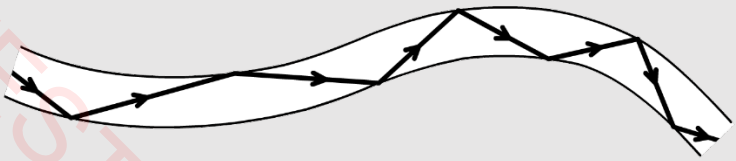
1. (2p) Wat is breking en wanneer treedt het op?
2. Als je wit licht op een prisma schijnt, dan splitst het witte licht op in een spectrum van kleuren.
   a. (1p) Laat met behulp van BINAS zien dat dit gebeurt. Gebruik hiervoor de tabel met brekingsindices.
   b. (2p) Bij welke kleur licht vindt de sterkte breking plaats.
3. (3p) Op de bodem van een zwembad ligt een munt. Leg met behulp van een tekening uit waarom deze munt zich in werkelijkheid dieper bevindt dan je op het oog zou denken.

Zorg dat je kan rekenen met de wet van Snellius

4. Licht valt in een sloot onder een invalshoek van 30 graden.
   a. (1p) Noteer de brekingsindex van water.
   b. (6p) Teken op de graad nauwkeurig hoe deze lichtstraal breekt. Bereken hiervoor eerst de brekingshoek.
   c. (1p) Leg uit of de lichtstraal naar de normaal toe of van de normaal af is gebroken.
   d. (2p) Leg uit of het mogelijk is dat totale reflectie optreedt als licht van lucht naar water beweegt.
5. (4p) Een lichtstraal verlaat gewoon glas met een invalshoek van 40 graden. Bereken de brekingshoek.
6. (5p) In de onderstaande afbeelding zien we een lichtstraal die vanuit lucht een onbekend voorwerp in schijnt. Bepaal van welk materiaal dit voorwerp gemaakt is.

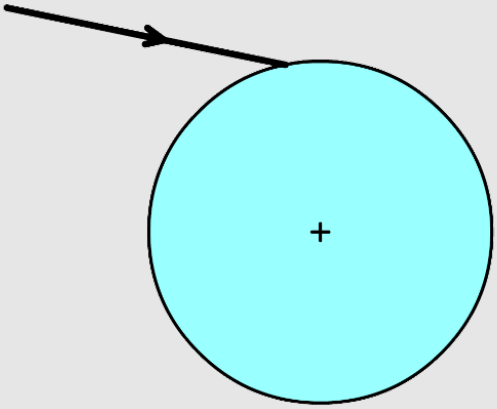


7. (5p) Glasvezelkabels zijn dunne draadjes die gebruikt worden om licht naar een gewenste plaats te geleiden. Deze technologie wordt o.a. gebruikt voor internet, waarbij data in de vorm van lichtpulsjes door de kabels wordt geleid. Glasvezel bestaat uit een transparante stof waaruit het licht niet kan ontsnappen dankzij totale reflectie (mits je de kabel niet te veel buigt). Laat met behulp van de grenshoek van glasvezel zien dat de lichtstraal in de onderstaande afbeelding inderdaad telkens totaal reflecteert. Ga uit van een brekingsindex van glasvezel van 1,71.



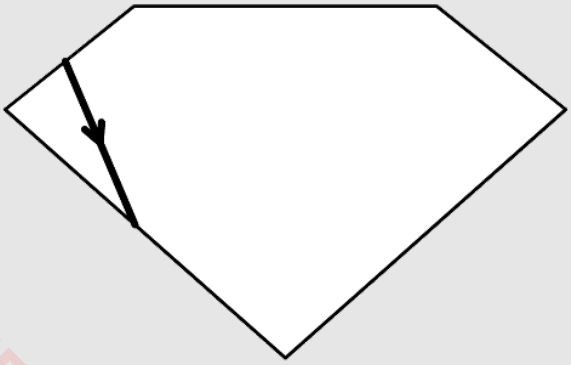
TESTVERSIE

8. Een regenboog ontstaat als zonlicht onder een bepaalde hoek druppels binnenschijnt. Binnen de druppels vindt dan breking en totale reflectie plaats. In de onderstaande afbeelding is één van deze druppels weergegeven.



   a. (6p) Teken hoe de lichtstraal de druppel instraalt (TIP: een gemakkelijke manier om de normaal te tekenen is door een lijn te trekken vanaf het midden van de druppel. Deze lijn staat automatisch loodrecht op het oppervlak van de druppel).
   b. (5p) Ga met behulp van de grenshoek na of de lichtstraal tegen de achterzijde van de druppel zal breken of totaal zal reflecteren.
   c. (4p) Teken hoe de lichtstraal de druppel uitstraalt.
   d. (1p) Leg met behulp van de brekingsindici in BINAS uit dat wit licht in de druppel wordt opgedeelt in de kleuren van de regenboog.

9. (9p) In de onderstaande afbeelding zien we een diamant waar een lichtstraal naar binnen is geschenen. Teken hoe de lichtstraal binnen de diamant voortbeweegt en uiteindelijk de diamant uitstraalt.



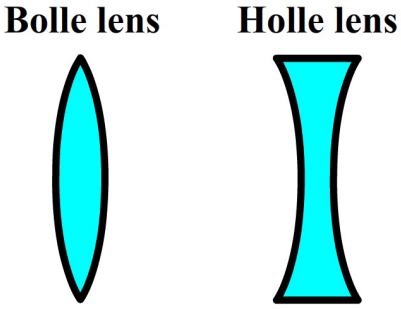
TESTVERSIE

§3 Het beeld

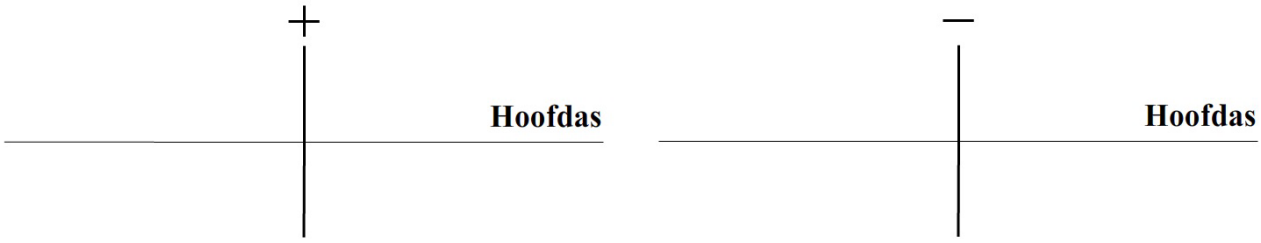
In deze paragraaf gaan we beginnen met het bestuderen van lenzen. Een lens werkt met behulp van breking en hiermee kunnen we een beeld van de werkelijkheid projecteren op een scherm. In deze paragraaf gaan we leren hoe dit werkt.

Lenzen komen we in het dagelijks leven veel tegen. Ze zitten in brillen, camera's, microscopen, telescopen en ook het oog zelf bevat een lens. Lenzen werken doordat ze licht op een speciale manier breken. Er bestaan twee typen lenzen. Een **bolle lens**, ook wel een **positieve lens** genoemd, is in het midden dikker dan aan de rand. Een **holle lens**, ook wel een **negatieve lens** genoemd, is in het midden dunner dan aan de rand (zie de onderstaande rechter afbeelding). Als een evenwijdige bundel op een **bolle lens** valt, dan convergeert de bundel **naar één punt**. Dit zien we bijvoorbeeld bij een vergrootglas (zie de onderstaande linker afbeelding). Bij de **holle lens** convergeren de lichtstralen juist **weg van één punt**.

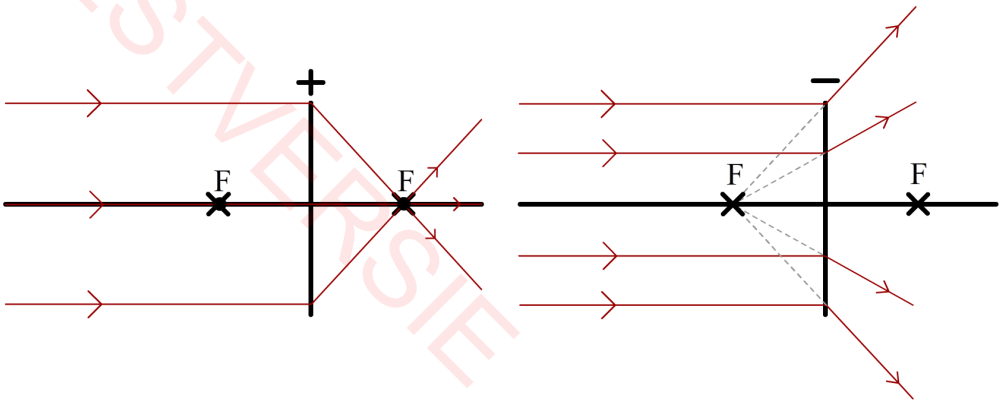
(Afbeelding: Landon; CC BY-ND 2.0)



Positieve lenzen tekenen we meestal als een verticale lijn met daarboven een plus. Een negatieve lens tekenen we als een verticale lijn met daarboven een min. Ook tekenen we door het midden van de lens een horizontale lijn. Dit is een hulplijn die we de **hoofdas** noemen.



Als lichtstralen **evenwijdig aan de hoofdas** op een **positieve lens** vallen, dan kruisen ze elkaar in een punt op de hoofdas dat we het **brandpunt** noemen (zie de onderstaande linker afbeelding). Het brandpunt duiden we aan met de letter **F** (van het Engelse woord "focus"). Let op dat **alleen** deze evenwijdige lichtstralen in het brandpunt terecht komen. Alle andere lichtstralen komen **nooit** in het brandpunt terecht. Als lichtstralen evenwijdig aan de hoofdas op een **negatieve lens** vallen, dan bewegen ze juist **weg van het brandpunt** dat zich aan de andere zijde van de lens bevindt (zie de rechter afbeelding).



TESTVERSIE

De afstand van het midden van de lens tot het brandpunt wordt de **brandpuntsafstand** (**f**) genoemd. Hoe **boller** (of **holler**) de lens, hoe **kleiner** de **brandpuntsafstand**. Opticiens gebruiken in plaats van de brandpuntsafstand (f) liever de **lenssterkte** (**S**). De lenssterkte wordt gemeten in **dioptrie** (**dpt**) en kan je als volgt uitrekenen:

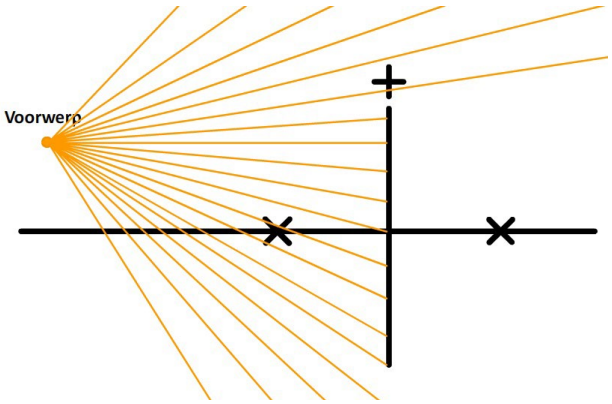
$$S = \frac{1}{f}$$

Brandpuntsafstand (f)	meter (m)
Lenssterkte (S)	dioptrie (dpt)

Let op dat je bij gebruik van deze formule de brandpuntsafstand altijd invult in de SI-eenheid **meter.**

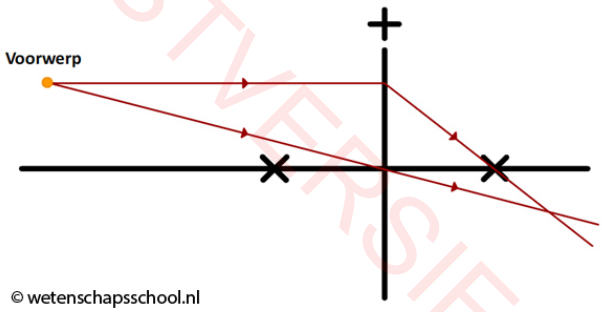
In de onderstaande foto zien we dat er met een lens aan de linkerzijde een **beeld** is gemaakt van een kaarsje. Zoals je kan zien staat dit beeld "**op z'n kop**". In de rest van deze paragraaf gaan we begrijpen wat er hier gebeurt.

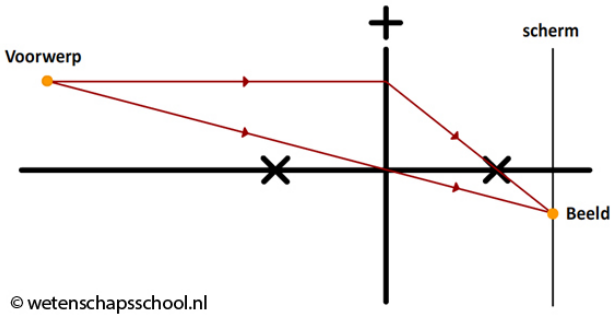
In de onderstaande rechter afbeelding is een klein lampje schematisch weergegeven. Dit lampje straalt licht uit in alle richtingen. Slechts een deel van deze lichtstralen komt op de lens terecht.



Van al de lichtstralen die op de lens vallen, gaan we er slechts twee bestuderen (zie de onderstaande linker afbeelding). De bovenste lichtstraal loopt **evenwijdig** aan de hoofdas. We weten dus dat deze lichtstraal door het **brandpunt** gaat. De onderste lichtstraal gaat door het midden van de lens. Lichtstralen door het **midden** van de lens gaan gewoon **rechtdoor**.

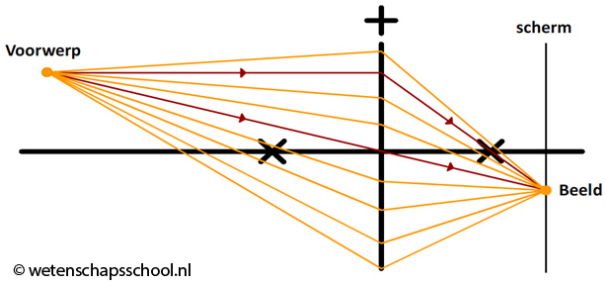
Nu plaatsen we een scherm (zie de rechter afbeelding). Als we het scherm precies op de plek plaatsen waar het licht samenkomt, dan krijgen we een **scherp beeld** van dit lampje te zien op het scherm.



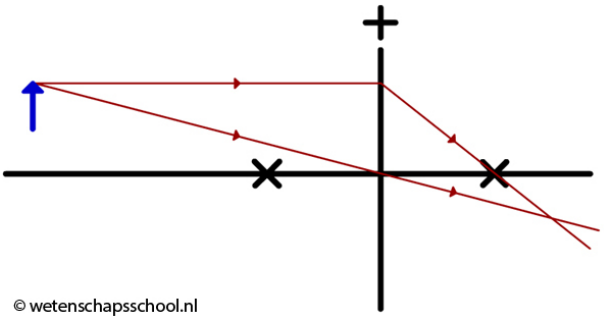


TESTVERSIE

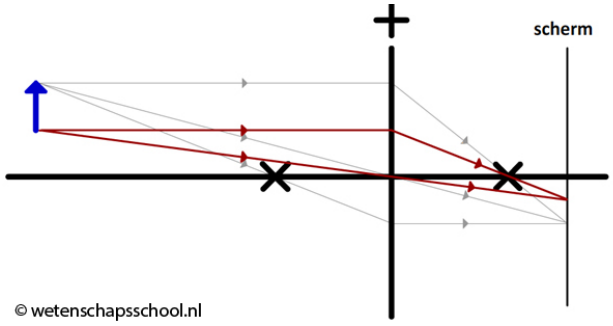
Nu kunnen we ook andere lichtstralen tekenen die op de lens terecht komen. Ook deze lichtstralen komen namelijk samen op hetzelfde punt op het scherm. Merk op dat de plek waar de lichtstralen samenkomen **niet** het brandpunt is. Dit is logisch, want niet alle lichtstralen lopen evenwijdig aan de hoofdas.



Nu gaan we een beeld maken van een voorwerp, in dit geval in de vorm van een pijltje. In de onderstaande afbeelding hebben we de twee bijzondere lichtstralen getekend die uit het puntje van de pijl komen.

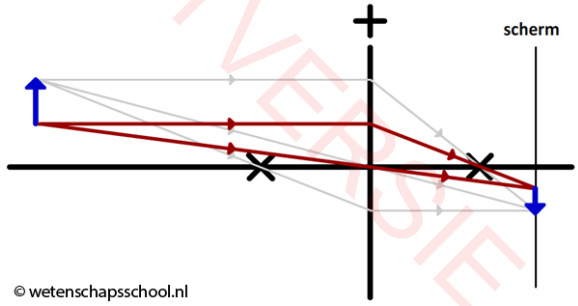


In de onderstaande afbeelding zien we ook de lichtstralen die van de onderkant van de pijl komen. In deze afbeelding is ook een scherm geplaatst op de plekken waar de lichtstralen samenkomen.



Merk op dat het licht afkomstig v

an het puntje van de pijl **lager** op het scherm terecht komt dan het licht van de onderkant van de pijl. Het beeld van de pijl staat dus inderdaad "**op z'n kop**". In de onderstaande afbeelding hebben we het beeld getekend dat op het scherm zichtbaar zal zijn.



TESTVERSIE

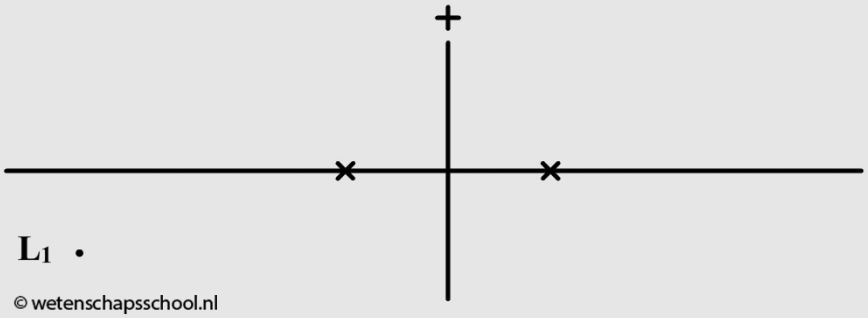
PROGRAMMA HET BEELD

Zorg dat je lichtstralen kan construeren die in het brandpunt terecht komen en dat je kan rekenen met de formule S= 1/f

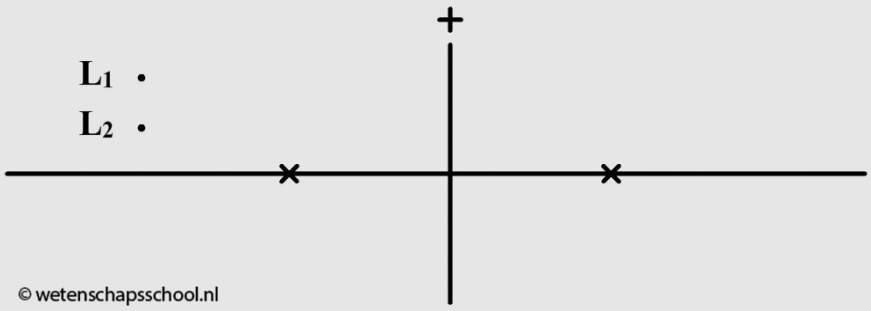
1. (1p) Noem, behalve een vergrootglas en een bril, nog twee andere instrumenten waarbij men gebruik maakt van lenzen.
2. (3p) Je krijgt een lens met een onbekend brandpunt. Beschrijf een experiment waarmee je zelf het brandpunt kan bepalen.
3. (2p) Teken een bolle lens met een brandpuntsafstand van 0,05 m en geef aan hoe een evenwijdige lichtbundel door deze lens gebroken wordt.
4. (3p) Bereken de sterkte van een lens met een brandpuntsafstand van 4,0 cm.
5. (3p) Bereken de brandpuntsafstand in centimeter van een lens met een sterkte van 4,0 dpt.
6. Lens 1 heeft een sterkte van 3,5 dpt. Lens 2 heeft een sterkte van 1,5 dpt.
   a. (1p) Welke lens is het sterkst?
   b. (3p) Welke lens heeft de grootste brandpuntsafstand?

Zorg dat je het beeld van een voorwerp kan construeren

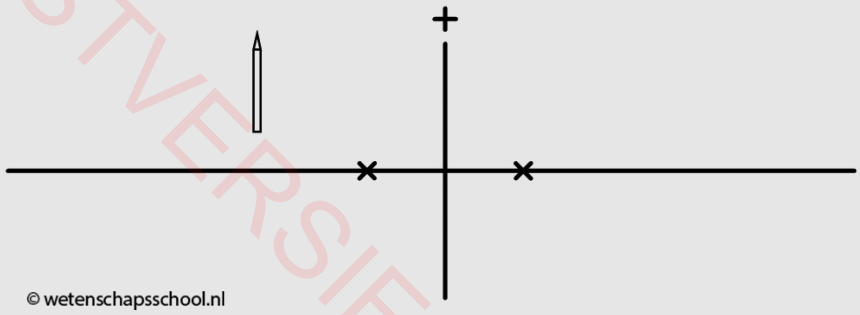
7. (2p) Teken het beeld van lamp L_1:



8. (4p) Teken het beeld van lamp L_1 en lamp L_2:



9. (5p) Teken het beeld van het potlood. Geef ook duidelijk aan waar het scherm zich bevindt.



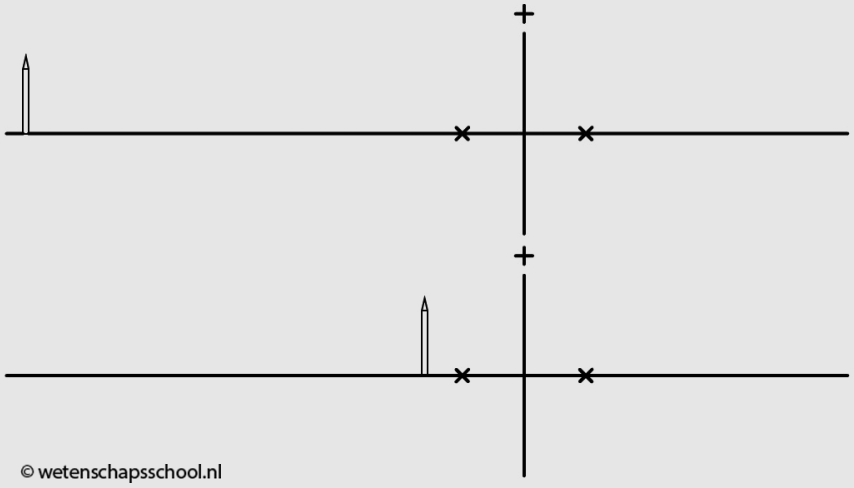
TESTVERSIE

10. Een potlood wordt eerst ver van een lens geplaatst en daarna dichterbij de lens geschoven. Beide situaties zijn hieronder getekend.

    a. (6p) Teken in beide gevallen het beeld.

    b. (1p) Hoeveel centimeter heb je het scherm moeten verschuiven om het beeld scherp te houden?

    c. (2p) Geef voor beide tekeningen aan of het beeld een vergroting of een verkleining is.

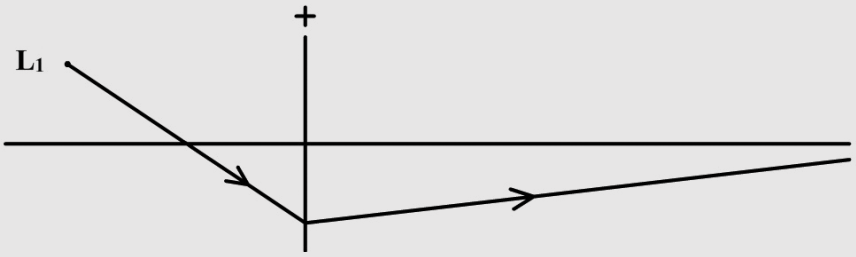


11. Een bolle lens maakt een beeld van een rechtopstaande pijl. Dit beeld wordt weergegeven op een scherm. De lens staat op 4,0 cm van de pijl. De brandpuntsafstand is 2,0 cm.

    a. (4p) Teken deze situatie en bepaal waar het scherm moet staan.

    b. (3p) Leg uit wat er met de plaats van het beeld gebeurt als je de pijl dichter naar de lens toeschuift.

12. (3p) Lamp L_1 schijnt op een lens. Vind de locatie van het brandpunt van de lens. Leg met behulp van een tekening uit hoe je op je antwoord komt.

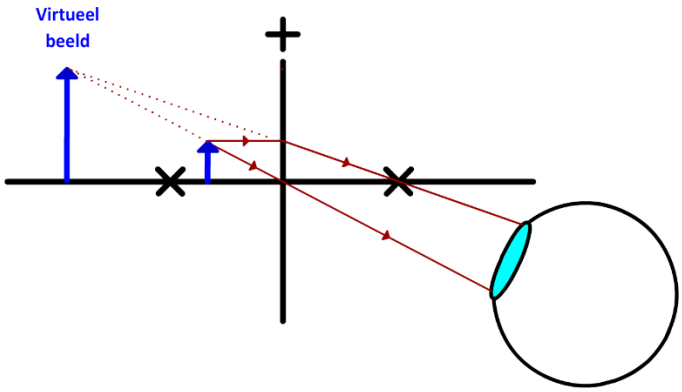


TESTVERSIE

§4 Het virtuele beeld

Als we een voorwerp dichter bij de lens plaatsen dan het brandpunt, dan ontstaat een zogenaamd virtueel beeld. In deze paragraaf gaan we bestuderen wat dit is.

Als we het voorwerp **dichter bij de lens** plaatsen dan het **brandpunt**, dan kunnen we op de gebruikelijke manier de constructiestralen tekenen. De lichtstraal door het midden gaat rechtdoor. De lichtstraal evenwijdig aan de hoofdas gaat door het rechter brandpunt. Probleem is echter dat de lichtstralen nu **nergens samenkomen** (zie de onderstaande afbeelding). We kunnen dus **nergens** een **scherm plaatsen** waarop het beeld geprojecteerd wordt. We kunnen wel het volgende doen. Als we de lichtstralen opvangen met bijvoorbeeld ons oog, dan **lijkt** het of de lichtstralen uit een ander punt komen dan in werkelijkheid het geval is. We spreken hier van een **virtueel beeld** (in tegenstelling tot een **reëel beeld**). Dit beeld wordt virtueel genoemd, omdat er niet werkelijk licht op dit beeld samenkomt. Het licht **lijkt** er alleen vandaan te komen.

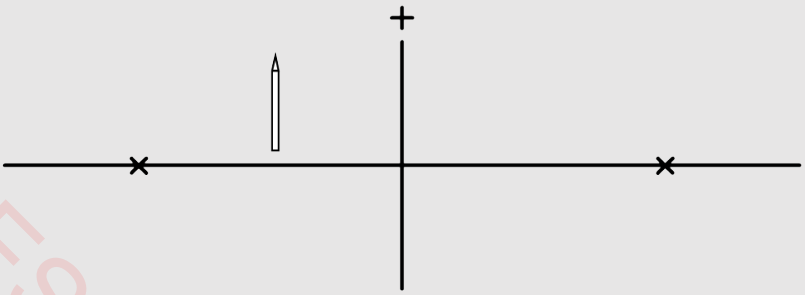


PROGRAMMA
HET BEELD

Merk ook op dat het virtuele beeld aan **dezelfde kant** staat als het voorwerp en dat het virtuele beeld **niet** "**op z'n kop**" staat.

Zorg dat je virtuele beelden kan construeren bij de bolle lens

1. In de onderstaande afbeelding is een potlood afgebeeld dicht bij een lens.



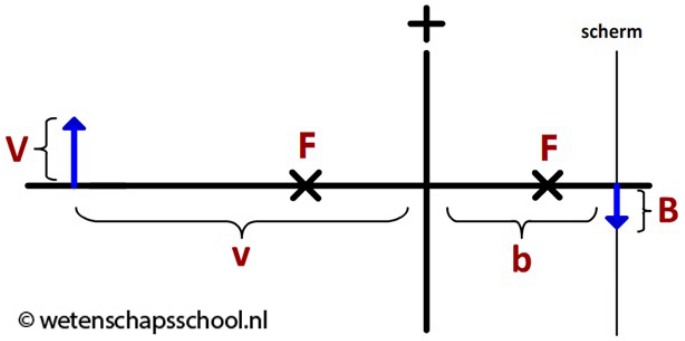
   a. (1p) Leg uit hoe je weet dat er in dit geval een virtueel beeld zal ontstaan van het potlood.
   b. (5p) Teken het virtuele beeld.
   c. (1p) Leg aan de hand van je tekening uit waarom we het virtuele beeld "virtueel" noemen.

TESTVERSIE

§5 De lenzenformule

In deze paragraaf gaan we leren rekenen met de lenzenformule.

In de onderstaande afbeelding is links een voorwerp getekend (een blauwe pijl) en rechts zien we het beeld van dit voorwerp afgebeeld op een scherm. De afstand van de lens tot het voorwerp noemen we de **voorwerpafstand** (**v**) en de afstand van de lens tot het beeld noemen we de **beeldafstand** (**b**). De hoogte van het voorwerp noemen we **V** en de hoogte van het beeld noemen we **B**.



Met deze afstanden kunnen we de **vergroting** (**N**) berekenen. Dit kunnen we doen met de volgende twee formules:

$$N = \frac{B}{V} \qquad N = \frac{b}{v}$$

Vergroting N	-
Beeldafstand (b)	meter (m)
Voorwerpafstand (v)	meter (m)
Hoogte van beeld (B)	meter (m)
Hoogte van voorwerp (V)	meter (m)

Als de vergroting (N) bijvoorbeeld gelijk is aan 2, dan is het beeld twee keer zo groot als het voorwerp. Als N = 0,5 dan is het beeld twee keer zo klein als het voorwerp. De formule werkt ook als de afstanden in andere eenheden gegeven worden, bijvoorbeeld in centimeters.

Met de voorwerpsafstand en de beeldafstand kunnen we ook de **brandpuntsafstand** (**f**) berekenen. We doen dit met de zogenaamde **lenzenformule**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v}$$

Brandpuntsafstand (f)	meter (m)
Beeldafstand (b)	meter (m)
Voorwerpsafstand (v)	meter (m)

TESTVERSIE

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Een persoon wilt een scherpe foto maken van een potlood. De voorwerpsafstand is 50,0 cm en de beeldafstand is 5,0 cm. Bereken de brandpuntsafstand van de lens die je nodig hebt.

Antwoord:
Eerst vullen we de formule in en rekenen de rechter zijde uit:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{5,0} + \frac{1}{50,0}$$

$$\frac{1}{f} = 0,22$$

Als we deze formule omschrijven, dan vinden we:

$$f = \frac{1}{0,22} = 4,5 \text{ cm}$$

De brandpuntsafstand is dus 4,5 cm.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Met een lens van 30 dpt maken we een beeld van een voorwerp dat zich 8,0 cm van de lens bevindt. Bereken hoe ver je het scherm van de lens moet zetten om een scherp beeld te krijgen.

Antwoord:
Eerst rekenen we met de lenssterkte de brandpuntsafstand uit:

$$f = \frac{1}{S}$$

$$f = \frac{1}{30} = 0,03333 \text{ m}$$

Let erop dat bij deze formule het antwoord altijd in meter wordt gegeven.

Met de brandpuntsafstand kunnen we met de lenzenformule de beeldafstand uitrekenen. Eerst vullen we de formule in:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{0,03333} = \frac{1}{b} + \frac{1}{0,080}$$

$$30 = \frac{1}{b} + 12,5$$

We zien hier dat 1/b gelijk moet zijn aan 30 – 12,5 = 17,5. Er geldt dus:

$$17,5 = \frac{1}{b}$$

TESTVERSIE

Deze formule kunnen we omschrijven en oplossen:

$$b = \frac{1}{17,5} = 0,057 \text{ m}$$

De beeldafstand is dus 0,057 m, oftewel 5,7 cm.

Zorg dat je kan rekenen met N = b/v en N = B/V

1. (2p) Een leerling maakt een foto van de Eiffeltoren met haar mobiel. De toren is 300 m hoog en past precies op de foto. De beeldchip in de camera is 10 mm groot. Bereken de vergroting.
2. Een leerling leest een boek. De afstand tussen het boek en haar oog is 30 cm. De afstand tussen de ooglens en het netvlies is 1,7 cm.
   a. (3p) Bereken de vergroting
   b. (3p) In het boek staat een afbeelding van 3,8 cm groot. Bereken hoe groot het beeld van deze afbeelding op haar netvlies is.
3. (4p) Een fotocamera heeft een beeldchip met een grootte van 35 mm. Je fotografeert een wolkenkrabber van 821 m hoog. De wolkenkrabber past precies op de foto als je op een afstand van 121 m gaat staan. Bereken de beeldafstand.
4. (4p) Een projector heeft een LCD-dia met een grootte van 35 mm. Op het scherm, dat op een afstand staat van 400,0 cm van de lens, verschijnt een beeld met een grootte van 250,0 cm. Bereken de voorwerpafstand.

Zorg dat je kan rekenen met de lenzenformule

5. Een leerling houdt een paperclip van 3,0 cm op een afstand van 10 cm voor zijn ogen. Hij kan de paperclip dan nog net scherp zien. De afstand tussen de ooglens en het netvlies is 1,7 cm.
   a. (2p) Vind met behulp van een tekening de brandpuntsafstand.
   b. (3p) Vind met behulp van de lenzenformule de brandpuntsafstand.
6. (6p) Een voorwerp staat op 30 cm van een lens. Er wordt een beeld gevormd op 800 mm van de lens. Bereken de lenssterkte.
7. (2p) Leg uit waarom het maken van een constructietekening bij een telescoop of microscoop zo goed als onmogelijk is en je dus wel moet gaan rekenen.
8. (5p) Een leerling heeft een digitaal fototoestel gekocht. In de gebruiksaanwijzing staat vermeld dat de camera een brandpuntsafstand heeft van 70 mm. Om een scherp beeld te krijgen wordt de afstand van de lens tot de CCD (de lichtgevoelige plaat) op 71 mm ingesteld. Wat is de vergroting van het voorwerp.
9. Een voorwerp van 2,0 cm hoog staat 5,0 cm voor een bolle lens met een sterkte van 40 dpt.
   a. (5p) Bereken de vergroting.
   b. (3p) Ga met een tekening na dat je antwoord klopt.
10. (6p) Met een verrekijker wordt naar een voorwerp op 200 meter afstand gekeken. De lenssterkte van de lens is 15 dpt. Wat is de vergroting van het voorwerp.

TESTVERSIE

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
15A	Brekingsindex

Hoofdstuk 6
Relativiteitstheorie (keuzemodule VWO)

§1 Tijddilatatie

In dit hoofdstuk gaan we het hebben over de speciale relativiteitstheorie van Einstein. In 1905 ontdekte Einstein dat de ruimte en de tijd anders werken dan eerder gedacht werd. In deze paragraaf gaan we leren dat de tijd trager loopt voor voorwerpen die snel voortbewegen. We noemen dit effect tijddilatatie.

In 1905 ontdekte Albert Einstein dat de **ruimte** en de **tijd** onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn. Voor deze ontdekking dacht men vrij simplistisch over de ruimte en de tijd. Newton zag de ruimte als een gigantische 3-dimensionale diagram waarin objecten geplaatst kunnen worden en de tijd als een universeel tikkende "klok". De waarheid is echter niet zo simpel.

De moderne visie op tijd en ruimte wordt beschreven door de zogenaamde **speciale relativiteitstheorie**. Deze theorie is gebaseerd op twee aannames. De eerste aanname is het **relativiteitsprincipe** dat al door Galileo opgesteld is. Galileo had ontdekt dat de natuurwetten in een **stilstaande** ruimte gelijk waren aan de natuurwetten in een ruimte die **rechtlijnig** en met een **constante snelheid** beweegt (we noemen dit ook wel een **eenparige beweging**). Dit idee is later opgenomen in de **eerste wet van Newton**. Neem als voorbeeld het vliegtuig. In een eenparig bewegend vliegtuig met gesloten ramen (en zonder turbulentie), is het onmogelijk om te detecteren dat je beweegt. Er is geen enkel experiment dat je binnen dit vliegtuig kan doen waarmee je kan aantonen dat je beweegt. Eenparige beweging en stilstand zijn dus **relatieve** begrippen.

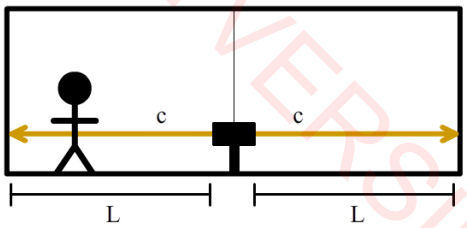
Einstein voegde aan het relativiteitsprincipe van Galileo nog een tweede aanname toe. In de 19de eeuw ontdekte wetenschappers dat de snelheid van licht voor alle waarnemers **dezelfde waarde** heeft. De snelheid van het licht is dus een constante en wordt altijd gegeven door:

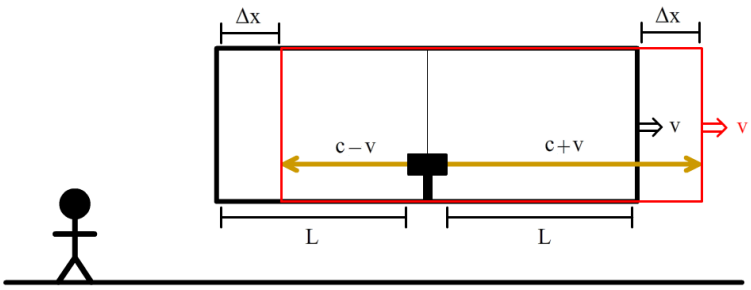
$$c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Dit ogenschijnlijk simpele feit heeft grote gevolgen. Laten we een voorbeeld bespreken. In de onderstaande linker afbeelding zien we een persoon **in een ruimteschip**. De persoon beweegt mee met het ruimteschip en we zeggen daarom ook wel dat de persoon zich in het **referentiestelsel** van het ruimteschip bevindt. In het midden van het schip bevindt zich een laser die een lichtdeeltje (een foton) afschiet naar de voor- en achterkant van het schip. Omdat de laser precies in het midden van het schip staat, ziet de persoon in het schip dat de fotonen tegelijk aankomen bij de wanden van het schip.

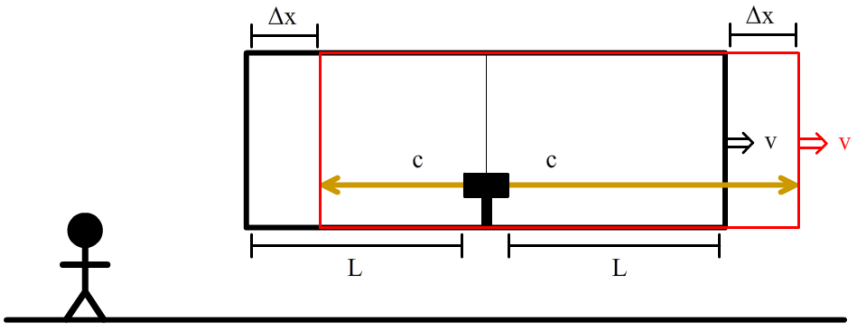
Nu bekijken we dezelfde situatie door de ogen van een waarnemer die **op aarde** staat. Terwijl het rechter foton door het ruimteschip beweegt, beweegt het ruimteschip een stukje Δx naar rechts (zie de onderstaande rechter afbeelding). Als gevolg moet het licht een iets langere weg afleggen om de rechter wand te bereiken. In de Newtoniaanse natuurkunde wordt hiervoor gecorrigeerd, doordat een persoon op aarde meet dat het foton met de snelheid van het licht plus de snelheid van het ruimteschip naar rechts beweegt. Het foton legt dus een iets langere afstand af volgens de persoon op aarde, maar doet dit met een iets grotere snelheid, waardoor beide waarnemers het foton op hetzelfde tijdstip tegen de wand zien komen. Eenzelfde soort argument geldt voor het linker foton.

TESTVERSIE





Einstein was het hier niet mee eens, omdat de lichtsnelheid constant is voor alle waarnemers. Ook de persoon op aarde ziet de fotonen dus gewoon met snelheid c voortbewegen (zie de onderstaande afbeelding). Maar als het rechter foton een grotere afstand moet afleggen met dezelfde snelheid, dan duurt het dus langer voordat het foton is aangekomen! Andersom geldt ook dat het linker foton juist eerder aankomt! De persoon **in het schip** meet dus dat de fotonen **tegelijk** aankomen, terwijl de persoon **op aarde** het **linker foton eerst** ziet aankomen en **dan pas het rechter foton**. Einstein noemde dit de **relativiteit van gelijktijdigheid**.

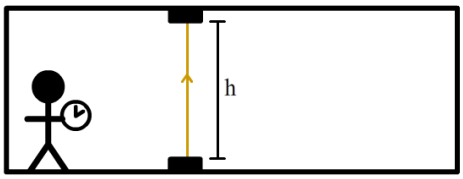


Veel mensen die dit voor het eerst horen, denken dat dit komt doordat de persoon op aarde het schip moeilijker kan meten omdat het in beweging is. Dit is niet wat hier bedoeld wordt. Zelfs met perfecte meetinstrumenten blijft het bovenstaande argument gelden en geldt dus de relativiteit van gelijktijdigheid.

Laten we nog een voorbeeld bestuderen. Een persoon **in een ruimteschip** kijkt naar een laser die een foton omhoog schiet (zie de onderstaande afbeelding). Het foton komt uiteindelijk terecht in een detector. De afstand tussen de laser en de detector noemen we h. Met de algemene formule Δx = vΔt, vinden we dat voor het foton geldt dat:

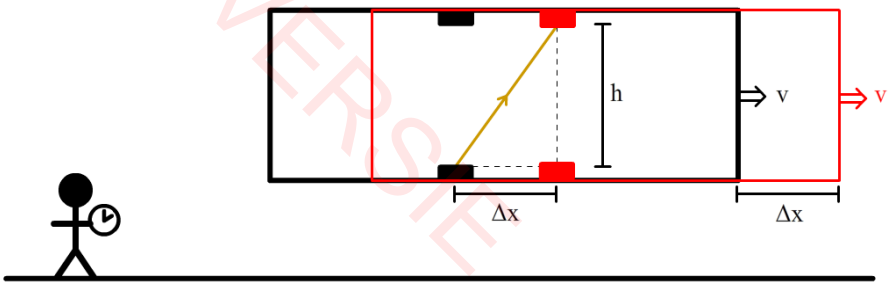
$$h = c\Delta t_{eigen}$$

Omdat verschillende waarnemers de tijd verschillend meten, moeten we goed bijhouden welke persoon welke gebeurtenis meet. In dit geval bevinden de **persoon die de meting verricht** en de **gebeurtenis die gemeten wordt** allebei in **hetzelfde stelsel**. De gebeurtenis vindt dus plaats in het **eigen stelsel** van de waarnemer. We spreken bij deze meting daarom van de **eigentijd** (**t_{eigen}**).



Een tweede persoon bekijkt hetzelfde foton **vanaf de aarde**. Hij ziet het foton meebewegen met het ruimteschip (zie de volgende afbeelding). Als we de afstand die het licht aflegt Δl noemen, dan vinden we met de stelling van Pythagoras:

$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + h^2$$



TESTVERSIE

Met de algemene formule Δx = vΔt vinden we dat voor het foton geldt dat Δl = cΔt. Als we dit invullen in de voorgaande formule, dan vinden we:

$$c^2\Delta t^2 = \Delta x^2 + h^2$$

Het ruimteschip is tijdens het bewegen van het foton Δx = vΔt verplaatst. Als we dit in de bovenstaande formule substitueren, dan vinden we dat:

$$c^2\Delta t^2 = v^2\Delta t^2 + h^2$$

Merk op dat we het hier hebben over de tijd (t) en niet over de eigentijd (t_{eigen}). In dit geval meet de waarnemer namelijk de tijd van een fenomeen dat zich in een **ander stelsel** bevindt. De persoon **op aarde** meet namelijk de tijd van de bewegende lichtstraal **in het ruimteschip**.

Eerder hadden we gevonden dat $c\Delta t_{eigen} = h$. Als we dit in de vorige formule substitueren, dan vinden we:

$$c^2\Delta t^2 = v^2\Delta t^2 + c^2\Delta t_{eigen}^2$$

We kunnen deze vergelijking herschrijven tot:

$$c^2\Delta t^2 - v^2\Delta t^2 = c^2\Delta t_{eigen}^2$$

Als we de Δt^2 buiten haakjes halen, dan wordt dit:

$$\Delta t^2(c^2 - v^2) = c^2\Delta t_{eigen}^2$$

Als we delen door c^2, dan vinden we:

$$\Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta t_{eigen}^2$$

Het eindresultaat wordt:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_{eigen}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Eigentijdsduur (Δt_{eigen})	seconde (s)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Snelheid van stelsel (v)	meter per seconde (m/s)
Lichtsnelheid (c)	$2{,}99792458 \times 10^8$ m/s

TESTVERSIE

Deze formule korten we als volgt af:

$$\Delta t = \gamma\Delta t_{eigen}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Omdat γ geen eenheid heeft, is het niet nodig de tijdsduren in seconden te meten. De formule geeft ook de juiste antwoorden als je bijvoorbeeld werkt in uren of jaren.

De γ in de formule heeft altijd een waarde groter of gelijk aan 1 en als gevolg vinden we dat Δt_{eigen} altijd **kleiner** is dan Δt. Voor de persoon in het ruimteschip is er dus minder tijd voorbij gegaan tijdens de beweging van het foton. De tijd in het ruimteschip loopt dus **slomer**. We noemen dit **tijddilatatie**. Ook tijd is dus relatief!

In het dagelijks leven merken we weinig van tijdsdilatatie. Dit komt omdat de snelheden van voorwerpen in het dagelijks leven veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid (v << c). In dat geval ligt v^2/c^2 erg dicht bij 0 en vinden we:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 \qquad (v << c)$$

De formule voor de tijddilatatie wordt dan simpelweg $\Delta t = \Delta t_{eigen}$. De tijd wordt nu dus door beide waarnemers gelijk gemeten. In deze situatie kunnen we daarom gewoon de traditionele **niet-relativistische** natuurkunde gebruiken om de wereld te beschrijven. Bij grote snelheden wordt de toevoeging van Einstein echter belangrijk.

INSTRUCTIEVIDEO TIJDDILATATIE

Zorg dat je kan rekenen met tijddilatatie. Zorg hiervoor ook dat je onderscheid kan maken tussen de reguliere tijd en de eigentijd

1. (3p) Met snelheden waar we in het dagelijks leven mee te maken hebben, zijn de tijddilatatie-effecten verwaarloosbaar klein. Laat dit zien met behulp van de formule uit de paragraaf.
2. (4p) Een astronaut maakt een ruimtereis met een snelheid van 8/9c. Volgens een astronoom op aarde heeft de reis 20 jaar geduurd. Bereken hoeveel tijd er voor de astronaut voorbij is gegaan tijdens de reis.
3. (3p) Een persoon op aarde vult binnen 10 seconden een glas water. Bereken hoeveel tijd het vullen van het glas heeft gekost volgens een persoon die met een snelheid van 0,90 c langs de aarde beweegt.
4. (4p) Een persoon in een ruimteschip zwaait naar een persoon op aarde. Volgens een persoon op aarde duurt het zwaaien 20 seconden. Volgens de persoon in het ruimteschip lijkt het echter maar 7,5 s te duren. Bereken de snelheid waarmee het schip voortbeweegt.
5. (4p) Voor licht staat de tijd stil. Bewijs dit.

§2 Lengtecontractie

In deze paragraaf gaan we zien dat ook de lengte van voorwerpen verschillend is voor verschillende waarnemers. Dit effect wordt lengtecontractie genoemd.

Tijd is dus relatief. Maar hoe zit het met de ruimte? Om dit te begrijpen, bestuderen we een bekend voorbeeld. Als protonen van de zon op de atmosfeer van de aarde botsen, dan ontstaan deeltjes die we **muonen** noemen. Deze muonen bewegen dan met een gigantische snelheid naar het aardoppervlak (v = 0,999c), waar we ze kunnen meten. We kunnen deze muonen ook zelf maken in het lab. Als we op aarde een stilstaand muon meten, dan blijkt dit deeltje een gemiddelde levensduur van 2,2 µs te hebben. Na deze periode vervalt het muon in andere deeltjes. Met de oude natuurkunde zouden we vinden dat het muon in de atmosfeer de volgende afstand kan afleggen voor het vervalt:

$$\Delta x = v\Delta t = 0,999c \times 2,2 \times 10^{-6} = 0,66 \text{ km}$$

Het muon kan dus slechts 0,66 km bewegen, maar de atmosfeer is ongeveer 15 km dik! Volgens deze berekening zou het muon dus nooit het aardoppervlak kunnen bereiken! Maar hoe kan het dan dat we de muonen toch kunnen meten? Dit komt omdat we geen rekening hebben gehouden met tijddilatatie. De 2,2 µs vervaltijd geldt voor een muon dat stilstaat in het lab. Dit is dus de **eigentijdsduur** (Δt_{eigen}) van het muon. Voor het bewegende muon hebben we echter de tijdsduur (Δt) nodig:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_{eigen}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2,2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1-0,999^2}} = 49\ \mu s$$

HS TVWO SIE

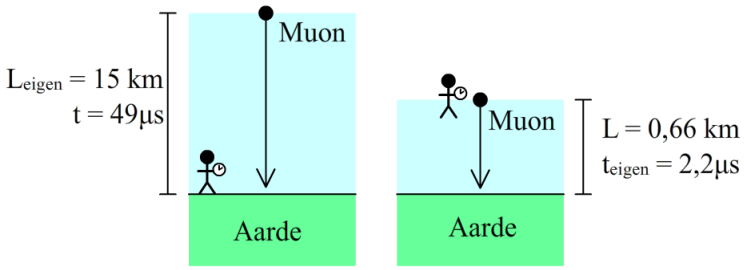
In 49 µs kan het muon de volgende afstand afleggen:

$$0,999c \times 49 \times 10^{-6} = 15 \text{ km}$$

Dit is genoeg om het aardoppervlak te bereiken!

Nu bekijken we dezelfde gebeurtenis meereizend met het muon. Als we meereizen met het muon, dan zitten we in hetzelfde stelsel als het muon. Er geldt in dat geval gewoon Δt_{eigen} = 2,2 µs! We hadden al berekend dat het muon met deze vervaltijd slechts 0,66 km kan afleggen! Toch weten we dat het muon het aardoppervlak kan bereiken. Hoe is dit mogelijk? Einstein zag maar één uitweg. Voor het muon is de atmosfeer veel dunner. Meereizend met het muon is de atmosfeer van 15 km gekrompen tot slechts 0,66 km! We noemen dit **lengtecontractie**.

De persoon op aarde meet dus dat het muon de aarde kan bereiken dankzij tijddilatatie. De persoon meereizend met het muon denkt dat het muon de aarde kan bereiken dankzij lengtecontractie. Wat de een ziet als het verslomen van de tijd, ziet de ander als het krimpen van de ruimte. Ruimte en tijd zijn dus onlosmakelijk met elkaar verweven.



Ook voor de lengtecontractie kunnen we een formule afleiden. Ook hier moeten we verschil maken tussen de **lengte** (**L**) en de **eigenlengte** (**L_{eigen}**). In dit geval is de relevante lengte de atmosfeer en deze staat in het stelsel van de persoon op aarde. Voor de persoon op aarde heeft de atmosfeer dus lengte **L_{eigen}**. Voor de persoon meereizend met het muon heeft de atmosfeer lengte **L**. Er geldt dus:

$\Delta t = L_{eigen}/v$ meting vanaf aarde

$\Delta t_{eigen} = L/v$ meting vanaf muon

Als we beide formules in de tijddilatatieformule ($\Delta t = \gamma \Delta t_{eigen}$) substitueren, dan vinden we:

$$L_{eigen} = \gamma L$$

Eigenlengte (L_{eigen})	meter (m)
Lengte (L)	meter (m)
gammafactor (γ)	-

INSTRUCTIEVIDEO LENGTECONTRACTIE

Omdat γ altijd groter of gelijk is aan 1, vinden we dat bewegende voorwerpen kleiner zijn.

Zorg dat je kan rekenen met lengtecontractie. Zorg hiervoor ook dat je onderscheid kan maken tussen de reguliere lengte en de eigenlengte

1. Een astronaut reist met een snelheid van 0,80 c naar de dichtstbijzijnde ster Proxima Centauri. Deze ster staat $4,0 \times 10^{16}$ m van de aarde. De zus van de astronaut blijft op aarde.
   a. (4p) Zijn zus meet dat de reis 5,3 jaar geduurd heeft. Toon dit aan.
   b. (3p) Bereken hoe groot de afstand tot deze ster is volgens de astronaut.
   c. (2p) Bereken hoe lang de reis duurt volgens de astronaut.

TEstVERSIE

2. Een muon is een instabiel deeltje dat bij stilstand een gemiddelde levensduur van 2,2 µs heeft. Muonen worden boven in de atmosfeer gevormd als protonen van de zon tegen de atmosfeer botsen. De muonen bewegen met 99,9% van de lichtsnelheid. De atmosfeer is 15 km dik. In de newtoniaanse mechanica leeft het muon te kort om het aardoppervlak te kunnen bereiken. In de relativistische mechanica kan het muon de aarde wel bereiken. Dit kan je op twee manieren laten zien.
   a. (2p) Laat met een berekening zien dat het muon het aardoppervlak zal bereiken, volgens een waarnemer op aarde.
   b. (2p) Laat met een berekening zien dat het muon het aardoppervlak zal bereiken, volgens een waarnemer die met het muon meereist.
3. (4p) Een trein rijdt door een tunnel met een lengte van 150 meter. De persoon in de trein meet dat de trein een lengte van 200 m heeft. Vanaf de aarde gezien past de trein op een bepaald moment precies in de tunnel. Bereken de snelheid van de trein.

§3 Minkowski-diagrammen

In deze paragraaf gaan we tijddilatatie en lengtecontractie ook met behulp van diagrammen weergegeven. We noemen deze diagrammen Minkowski-diagrammen.

In de speciale relativiteitstheorie geven we gebeurtenissen grafisch weer met behulp van **ruimtetijd-diagrammen**. Dit worden ook wel **Minkowski-diagrammen** genoemd. Deze diagrammen hebben op de horizontale as de afstand (**x**) staan en op de verticale as de tijd vermenigvuldigd met de lichtsnelheid (**ct**). Het voordeel van dit type diagram is dat voorwerpen die met de lichtsnelheid gaan nu altijd een hoek van **45 graden** maken met de x-as. Dit kunnen we goed zien als we de formule v = Δx/Δt omschrijven door de teller en de noemer met c te vermenigvuldigen:

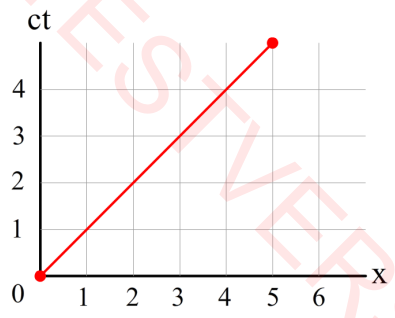
$$v = \frac{c\Delta x}{c\Delta t}$$

Dan tillen we de c in de teller naar de rechterkant:

$$v = \frac{\Delta x}{c\Delta t}c$$

Neem nu de onderstaande grafiek. Er wordt Δx = 5 meter afgelegd in cΔt = 5 meter. Als we dit invullen in de bovenstaande formule, dan vinden we:

$$v = \frac{5}{5}c = c$$



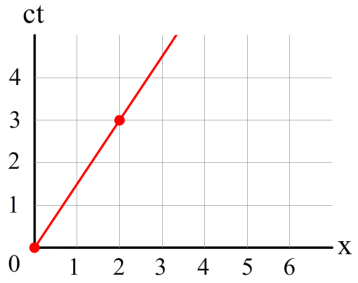
Een grafiek onder een hoek van 45 graden geeft dus inderdaad de lichtsnelheid.

TESTVERSIE

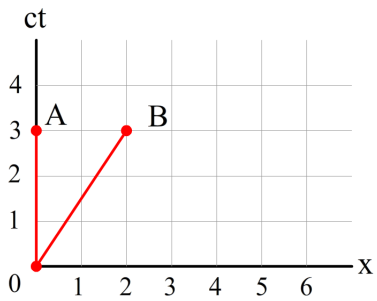
Hieronder zien we een grafiek behorende bij een voorwerp dat niet met de lichtsnelheid beweegt. Ook nu kunnen we de snelheid met dezelfde formule uitrekenen:

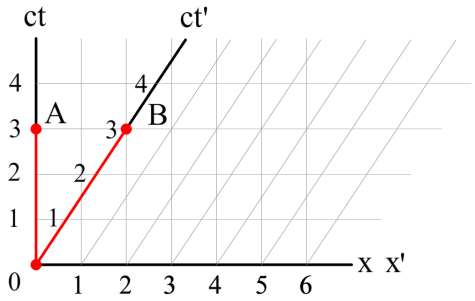
$$v = \frac{\Delta x}{c\Delta t}c = \frac{2}{3}c = 0,67c$$

Dit voorwerp beweegt dus met 67% van de lichtsnelheid.



Nu wordt het tijd om weer verschillende stelsels met elkaar te vergelijken. Wederom beginnen we met de oude natuurkunde. In de linker onderstaande diagram zien we een waarnemer A die stil staat. We zien dat deze waarnemer stil staat omdat zijn positie hetzelfde blijft als de tijd voorbij gaat. In het diagram zien we ook een waarnemer B die met een constante snelheid naar rechts beweegt in een ruimteschip met 0,67c.



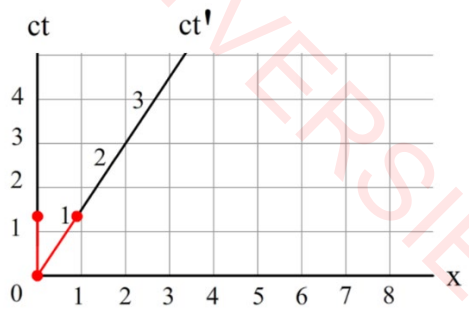


Dankzij het relativiteitsprincipe hadden we echter net zo goed aan kunnen nemen dat juist persoon B stilstaat en persoon A aan het bewegen is. In de rechter afbeelding hebben we het diagram toegevoegd waarin persoon B stilstaat. Om onderscheid te maken tussen het stelsel van A en B, hebben we bij de assen van stelsel B een accent (') gezet. Merk op dat de ct'-as in dit geval schuin loopt. In dit stelsel zien we inderdaad dat de positie x' van persoon B nul blijft als de tijd t' voorbij gaat.

Nu passen we de correctie van Einsteins speciale relativiteitstheorie toe. Een persoon op aarde ziet de tijd in het schip langzamer voorbij gaan dankzij tijddilatatie. We vinden in dit geval de volgende γ-factor:

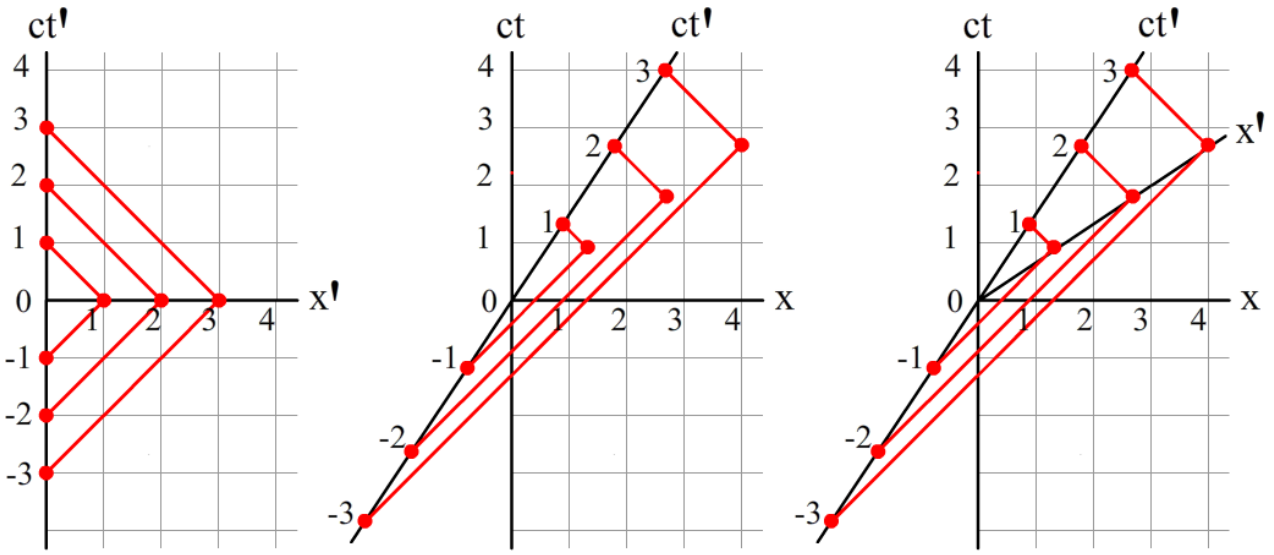
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2/3c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (2/3)^2}} = 1,34$$

Als er één seconde in het schip voorbij is gegaan, dan is er dus 1,34 seconde voorbij gegaan op aarde. In het onderstaande diagram is dit toegevoegd:

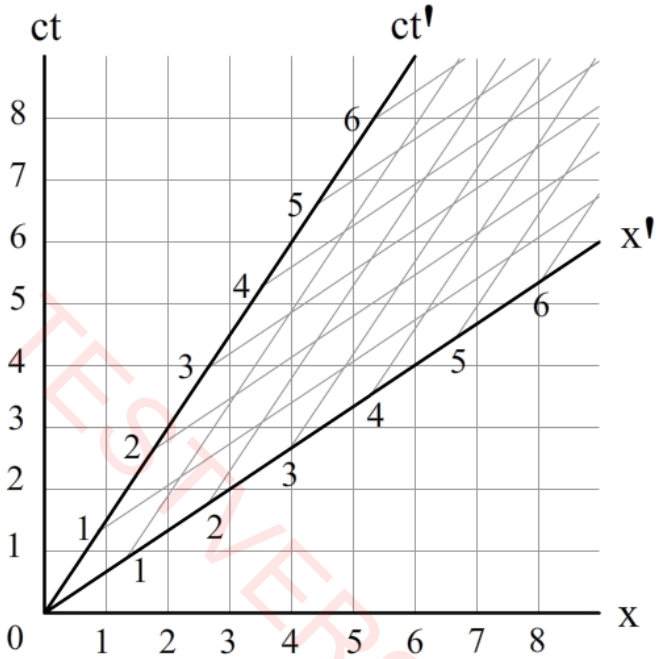


TESTVERSIE

We zijn hiermee echter nog niet klaar. Om het diagram compleet te maken, voeren we het volgende gedachten-experiment uit. Een persoon in het schip schiet op tijdstip ct' = -3 m, -2 m en -1 m een lichtstraal af naar rechts (zie het linker onderstaande diagram). Wederom worden de lichtstralen gekenmerkt door de hoek van 45 graden met de x-as. Op tijdstip ct' = 0 m reflecteert de persoon de lichtstralen met een spiegel, waarna ze weer terug naar links gaan. Zoals je ziet vindt de persoon in het schip dat de lichtstralen zijn gereflecteerd op dat x'-as op afstand 1, 2 en 3 meter.



In het middelste diagram zien we dezelfde situatie gezien vanaf de aarde. Wederom starten de lichtstralen op ct' = -3 m, -2 m en -1 m en komen de lichtstralen terug op tijdstip ct' = 1 m, 2 m en 3 m (zie de middelste afbeelding). Omdat we wederom de lichtstralen onder een hoek van 45 graden moeten tekenen, zien we dat de lichtstralen nu op onverwachte plekken reflecteren. In het linker voorbeeld hadden we al geconcludeerd dat deze punten op de x'-as lagen. Vanaf de aarde gezien staat de x'-as dus ook onder een hoek (zie de rechter afbeelding). In de onderstaande afbeelding zien we het uiteindelijke ruimtetijd-diagram. We noemen dit ook wel een **Minkowski-diagram**. Merk op dat de hoek tussen de ct- en de ct'-as even groot is als de hoek tussen de x- en de x'-as. Ook zijn de stapjes op de x' en de ct' even groot.



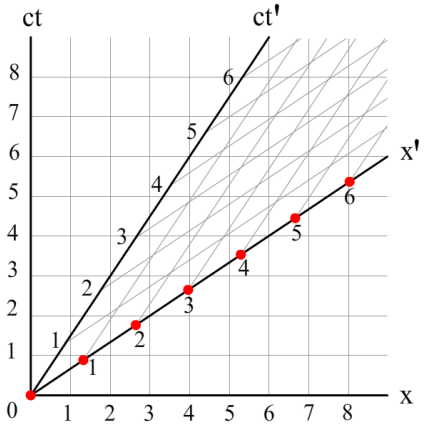
TEST VERSIE

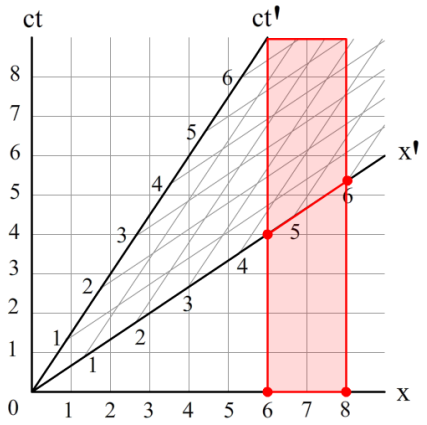
PROGRAMMA MINKOWSKI

Laten we nu oefenen moet het aflezen van Minkowski-diagrammen. In de onderstaande linker afbeelding zien we een zevental gebeurtenissen die zijn aangegeven met rode punten. Volgens de persoon op aarde (x,ct) vinden deze gebeurtenissen na elkaar plaats. Het meest linkse punt gebeurt het eerst en het meest rechtse punt gebeurt het laatst. In het bewegende systeem gebeuren al deze gebeurtenissen echter tegelijk! Al deze gebeurtenissen gebeuren namelijk op tijdstip ct' = 0. Dit is wederom de relativiteit van gelijktijdigheid.

Ook lengtecontractie kunnen we uit het Minkowski-diagram aflezen. In het rechter diagram beschrijven we een voorwerp van 2,0 m dat stil ligt op aarde. Als we de lengte meten in het (x,ct)-stelsel, dan zien we dat de stok inderdaad 2,0 m is. In het bewegende stelsel is de afstand echter gelijk aan 1,5 m! Precies wat we volgens de formule van de lengtecontractie zouden verwachten:

$$L = \frac{L_{eigen}}{\gamma} = \frac{2}{1,34} = 1,5 \text{ m}$$

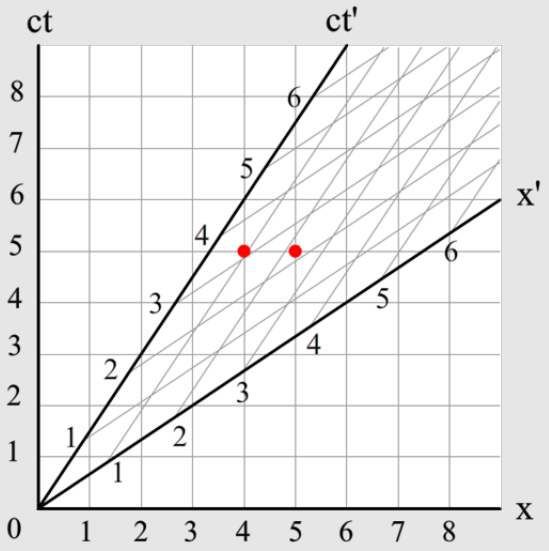




INSTRUCTIEVIDEO MINKOWSKI

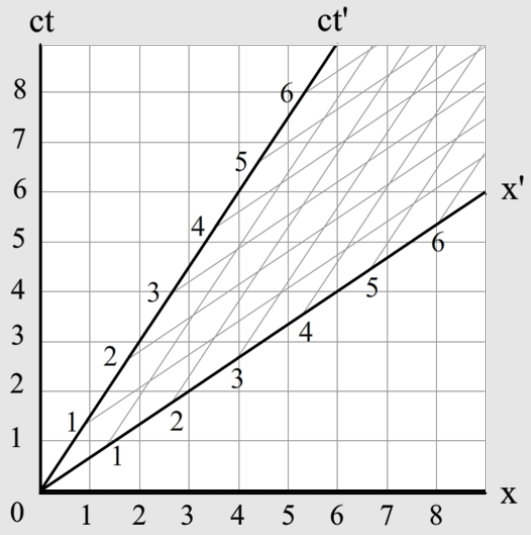
Zorg dat je Minkowski-diagrammen kan maken en aflezen

1. (2p) Teken in een (ct,x)-diagram een grafiek van een ruimteschip dat met een snelheid van 1,0c vanaf de oorsprong naar rechts beweegt.
2. (1p) Teken in hetzelfde diagram een grafiek van een ruimteschip dat met een snelheid van 2/3c vanaf de oorsprong naar rechts beweegt.
3. (1p) Teken in hetzelfde diagram een grafiek van een ruimteschip dat stil staat.
4. (4p) Construeer een minkowski-diagram voor een referentiestelsel dat met een snelheid van 4/5c naar rechts beweegt. Bereken hiervoor o.a. met de tijddilatatieformule hoe groot de stappen op de ct'- en x'-as worden.
5. In het rechter Minkowski-diagram worden met twee stippen twee gebeurtenissen beschreven.
   a. (2p) Leg uit op welk tijdstip de gebeurtenissen plaatsvinden in het stilstaande stelsel. Vinden de gebeurtenissen gelijktijdig plaats?
   b. (2p) Leg uit op welk tijdstip de gebeurtenissen plaatsvinden in het bewegende stelsel. Vinden de gebeurtenissen gelijktijdig plaats?



TESTVERSIE

6. Een persoon maakt een ruimtereis. Zijn raket beweegt mee met het onderstaande bewegende stelsel:

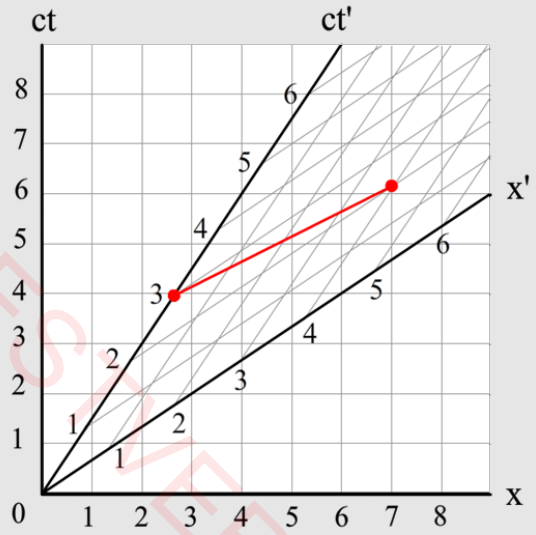


a. (1p) Een persoon op aarde meet dat de ruimtereis 8 jaar geduurd heeft. Lees met behulp van het diagram af hoeveel tijd er volgens de persoon op aarde voorbij is gegaan in het ruimteschip.

b. (1p) De persoon in het ruimteschip meet dat de ruimtereis 6 jaar geduurd heeft. Lees met behulp van het diagram af hoeveel tijd er volgens de persoon in het ruimteschip voorbij is gegaan op aarde.

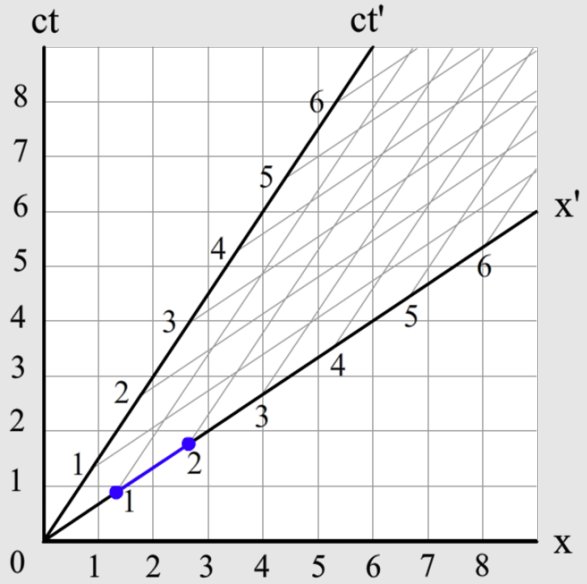
c. (6p) Laat zien dat je dezelfde antwoorden bij vraag a en b vindt als je niet had afgelezen uit de grafiek, maar juist de tijddilatatieformule had gebruikt.

7. (3p) In het stilstaande stelsel ziet een persoon een voorwerp sneller dan het licht van zich af bewegen (zie de onderstaande afbeelding). Volgens de relativiteitstheorie zijn dit soort bewegingen niet mogelijk, omdat bewegende waarnemers dan absurde fenomenen waarnemen. Leg aan de hand van het onderstaande diagram uit om welke absurde waarnemingen het hier gaat.



TESTVERSIE

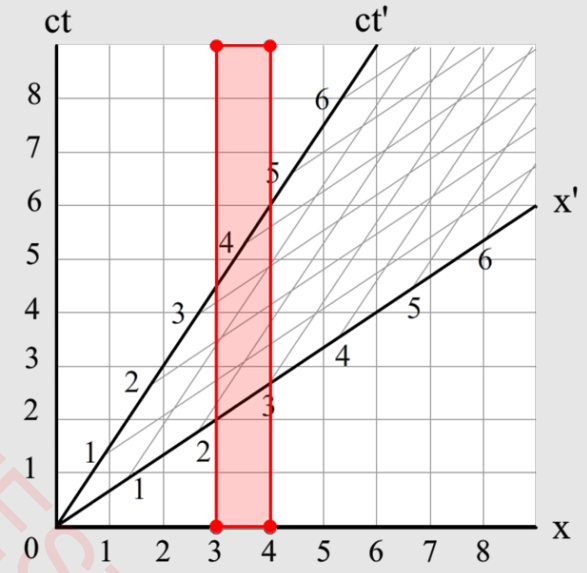
8. Een stok van 1,0 m ligt in het bewegende stelsel (zie de onderstaande afbeelding).



a. (2p) Ga met behulp van het diagram na dat de stok volgens een waarnemer op aarde 0,75 m is.

b. (4p) Vind hetzelfde resultaat met behulp van de lengtecontractieformule.

9. (2p) In de volgende afbeelding zien we een stok van lengte 1,0 m die stil staat in het stilstaande stelsel. Gebruik de grafiek om de lengte van de stok in het bewegende stelsel te vinden. (zie de onderstaande afbeelding).



10. Met behulp van deze opdracht gaan we de tweelingparadox begrijpen.

a. (1p) Een persoon gooit een balletje omhoog op aarde. Een persoon in een snel ruimteschip ziet dat het balletje in slow-motion beweegt. Nu gooit de persoon in het ruimteschip een balletje op. Leg uit of de persoon op aarde het balletje nu versnelt, vertraagt of op normale snelheid ziet bewegen?

b. (1p) Een paradox is een schijnbaar onmogelijk of onlogisch fenomeen. Wat is er paradoxaal aan het antwoord bij vraag a?

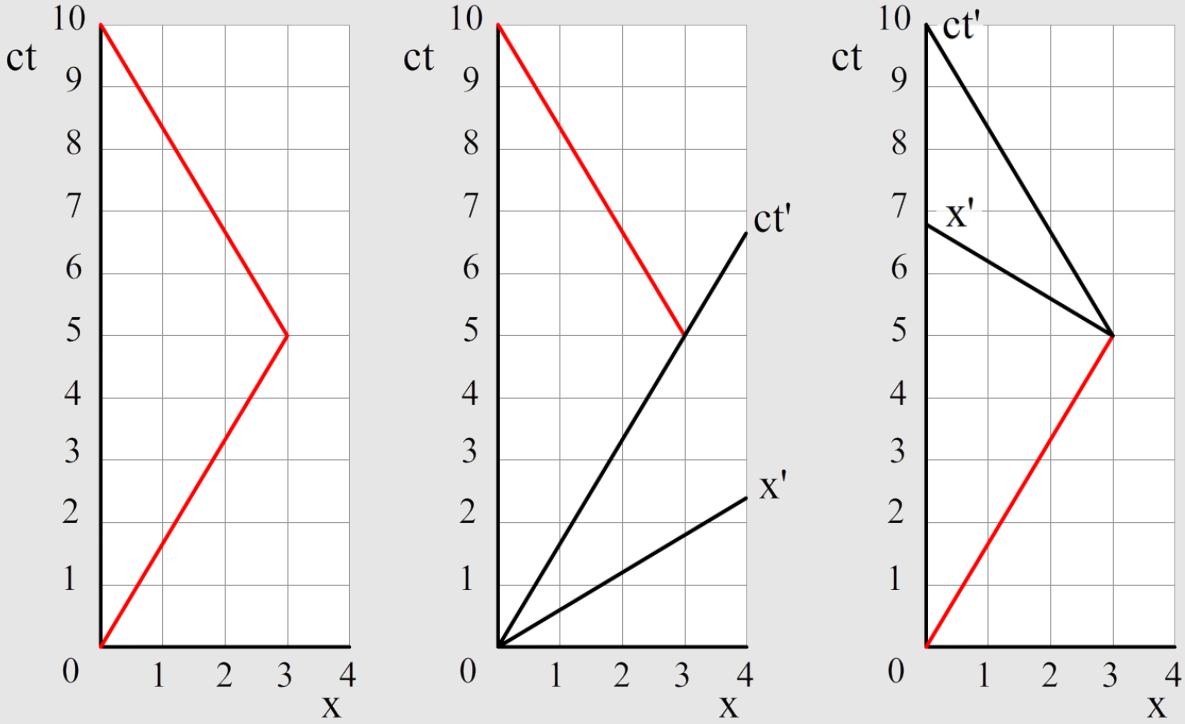
TESTVERSIE

c. (2p) In de rest van de opdracht gaan we begrijpen wat hier aan de hand is. In de onderstaande linker afbeelding beschrijft het (ct,x)-diagram het stelsel van de persoon op aarde. De rode lijn beschrijft zijn tweeling die in een schip wegbeweegt van de aarde en dan omkeert en terugbeweegt naar de aarde. De eenheden zijn zo gekozen dat de cijfers op de horizontale as overeenkomen met het aantal lichtjaren en de cijfers op de horizontale as met het aantal jaren. Bepaal aan de hand van het diagram de gammafactor behorende bij het ruimteschip.

d. (2p) Eerst bekijken we de beweging vanuit het (ct,x)-stelsel. Laat met een berekening zien dat de persoon op aarde denkt dat de reis 10 jaar heeft geduurd en dat de persoon in het schip denkt dat de reis 8 jaar heeft geduurd.

e. (2p) Nu bekijken we dezelfde beweging vanuit het (ct',x')-stelsel. Dit stelsel wordt tijdens de heenreis beschreven in de middelste afbeelding. Laat zien dat volgens de persoon in het schip de persoon op aarde tijdens de heenreis slechts 3,2 jaar ouder is geworden terwijl hij zelf 4 jaar ouder is geworden.

f. (2p) In de rechter afbeelding is het stelsel van de tweeling in het schip getekend tijdens de terugreis. Laat zien dat ook hier volgens de persoon in het schip de persoon op aarde slechts 3,2 jaar ouder is geworden terwijl hij zelf 4 jaar ouder is geworden.



g. (3p) Uit de laatste twee opdrachten zou je kunnen concluderen dat de persoon in het ruimteschip ziet dat de persoon op aarde slechts 3,2 × 2 = 6,4 jaar ouder is geworden terwijl hij zelf 8 jaar ouder is geworden. Maar dat zou betekenen dat de persoon op aarde denkt dat de persoon in het schip minder oud is geworden en dat de persoon in het schip denkt dat de persoon op aarde minder oud is geworden. Dit kan toch niet allebei waar zijn! Als de tweeling in het schip weer land op aarde. Wie is er dan in werkelijkheid ouder geworden? De oplossing van de paradox zit hem in het omdraaien van het schip als het weer terugkeert naar de aarde. Op dit omkeermoment moet het schip vertragen en dan weer versnellen en komt daardoor in een ander stelsel te zitten. Laat zien dat er tijdens dat ene moment van omkeren 3,6 jaar voorbij is gegaan op aarde volgens de persoon in het schip.

h. (2p) Leg uit dat beide waarnemers meten dat de persoon op aarde 10 jaar ouder is geworden en de persoon in het ruimteschip 8 jaar ouder is geworden.

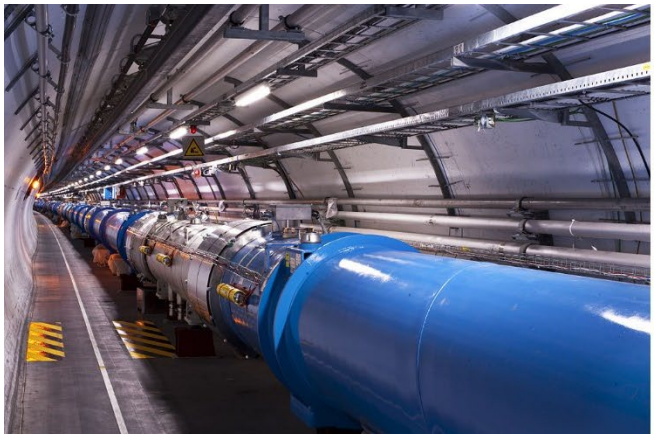
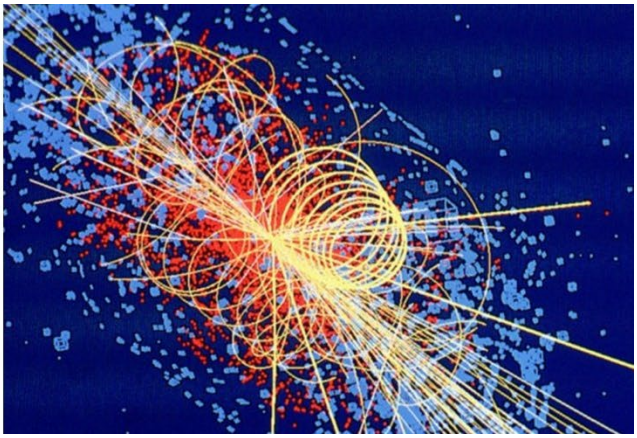
TESTVERSIE

Hoofdstuk 7
Deeltjesfysica (keuzemodule VWO)

§1 Impulsbehoud

In dit hoofdstuk gaan we het hebben over elementaire deeltjes—de fundamentele bouwstenen van ons universum. Onderzoek naar deze deeltjes vindt met name plaats door ze met snelheden in de buurt van de lichtsnelheid tegen elkaar aan te schieten en te kijken wat er bij de botsing gebeurt. Als gevolg hebben we de relativiteitstheorie nodig om deze botsingen goed te beschrijven. In deze paragraaf doen we onderzoek naar botsingen in de klassieke natuurkunde met behulp van het begrip impuls. In de volgende paragraaf gaan we de relativistische versie van de impuls bestuderen en ook de relativistische versie van de energie. We eindigen dit hoofdstuk met een overzicht van de elementaire deeltjes die we tot nu toe hebben gevonden.

Op verschillende plaatsen op aarde zijn grote **deeltjesversnellers** gebouwd. Dit zijn lange buizen, waarin kleine deeltjes met behulp van magnetische en elektrische velden versneld worden tot **bijna de lichtsnelheid**. De bekendste van deze deeltjesversnellers is **CERN**, te vinden in Zwitserland (zie de linker onderstaande afbeelding). Dit is een cirkelvormige versneller met een omtrek van wel 27 km! De versnelde deeltjes worden tegen elkaar aangeschoten. Bij deze botsing ontstaan vaak vele deeltjes, die daarna met detectoren waargenomen kunnen worden (zie de rechter afbeelding). In de detector worden ook **magneetvelden** gebruikt. Magneetvelden hebben de eigenschap dat ze geladen deeltjes doen afbuigen. Aan de hand van de richting en de mate van de afbuiging kunnen we de massa of de lading van het deeltje achterhalen.

(Afbeelding: Maximilien Brice, CERN; CC BY-SA 3.0 / Lucas Taylor; CERN; CC BY-SA 4.0)

Als we het botsen van elementaire relativistische deeltjes willen begrijpen, dan is het handig eerst het botsen van alledaagse voorwerpen te bestuderen. Hierbij kunnen we immers gewoon de **klassieke natuurkunde** gebruiken. In de 17de eeuw kreeg de Franse filosoof René Descartes door dat bij botsingen de zogenaamde **impuls** (**p**) **behouden** blijft. Wat dit betekent gaan we hieronder zien. Laten we beginnen met de definitie van de impuls. Er geldt:

$$p = mv$$

Impuls (p)	kgm/s
Massa (m)	kilogram (kg)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

In een paar stappen kunnen we afleiden dat bij elke botsing de impuls behouden blijft. We beginnen door de **tweede wet van Newton** (F_{res} = ma) in termen van de impuls te schrijven:

TESTVERSIE

$$F_{res} = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

De resulterende kracht is dus gelijk aan de **verandering van de impuls in de tijd**. Dit is trouwens ook hoe Newton zelf de resulterende kracht beschreef. Nu gaan we deze formule toepassen op de **derde wet van Newton**. Volgens de derde wet geldt dat als deeltje A een kracht uitoefent op deeltje B, dat dan deeltje B altijd een even grote kracht uitoefent op deeltje A, maar in tegengestelde richting. In formuletaal schrijven we dit als volgt op:

$$F_{A\to B} = -F_{B\to A}$$

Als we de nieuwe definitie van de tweede wet hierin invullen, dan vinden we:

$$\frac{\Delta p_{A\to B}}{\Delta t} = -\frac{\Delta p_{B\to A}}{\Delta t}$$

Als we beide kanten met Δt vermenigvuldigen, dan vinden we:

$$\Delta p_{A\to B} = -\Delta p_{B\to A}$$

Met $\Delta p = p_{eind} - p_{begin}$ vinden we:

$$p_{A\to B,e} - p_{A\to B,b} = -p_{B\to A,e} + p_{B\to A,b}$$

Als we de begintermen naar links halen en de eindtermen naar rechts, dan vinden we:

$$p_{A\to B,b} + p_{B\to A,b} = p_{A\to B,e} + p_{B\to A,e}$$

Aan de linkerzijde zien we nu de **totale impuls van beide deeltjes aan het begin** en aan de rechterzijde zien we de **totale impuls van beide deeltjes aan het eind**. We kunnen dit dus schrijven als:

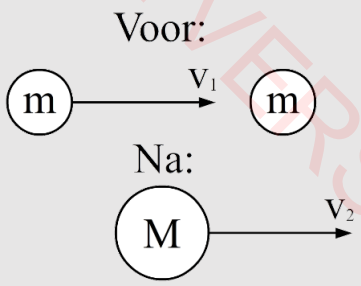
$$p_{tot,b} = p_{tot,e}$$

We zien hier dat de totale impuls **behouden** is in de tijd. We noemen dit de **wet van behoud van impuls**.

Hieronder gaan we een paar voorbeelden bespreken waarbij we rekenen aan botsingen met behulp van de wet van behoud van impuls. Hierbij is het noodzakelijk onderscheid te maken tussen twee type botsingen. Bij een **inelastische botsing** blijven de deeltjes na de botsing **aan elkaar vastzitten** en bewegen ze als één geheel verder. Een voorbeeld is een mug die tegen de voorruit van een auto botst en daarna geplet op het raam met de auto meebeweegt. De andere type botsing is de **elastische botsing**. Hierbij bewegen de deeltjes na de botsing **afzonderlijk** van elkaar verder. Denk bijvoorbeeld aan het botsen van twee biljartballen.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Hieronder zien we twee deeltjes met dezelfde massa die inelastisch botsen. Voor de botsing heeft het linker deeltje snelheid v_1 en het rechter deeltje staat stil. Na de botsing heeft het gezamenlijke deeltje snelheid v_2. Vind de relatie tussen snelheid v_1 en snelheid v_2.



TESTVERSIE

Met impulsbehoud vinden we in deze situatie:

$$p_{links,b} + p_{rechts,b} = p_e$$

Als we dit uitschrijven met de formule p = mv en uitschrijven dat de massa van het deeltje aan het eind gelijk is aan 2m, dan vinden we:

$$mv_1 + m \times 0 = 2mv_2$$

$$mv_1 = 2mv_2$$

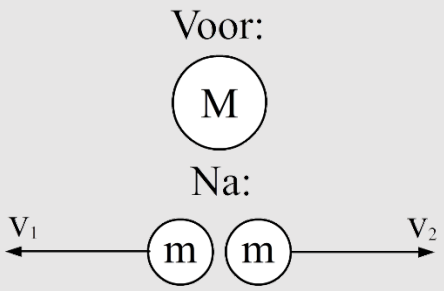
Als we aan beide kanten de massa wegstrepen, dan vinden we:

$$v_1 = 2v_2$$

De snelheid v_1 is dus twee keer zo groot als de snelheid v_2.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Een deeltje ligt eerst stil en explodeert daarna in twee gelijke delen. Het linker deel beweegt met snelheid v_1 en het rechter deel met snelheid v_2. Vindt de relatie tussen snelheid v_1 en snelheid v_2.



Met impulsbehoud vinden we:

$$p_b = p_{links,e} + p_{rechts,e}$$

De impuls aan het begin is nul, omdat het deeltje eerst stil staat. Met p = mv vinden we:

$$m \times 0 = mv_1 + mv_2$$

$$0 = mv_1 + mv_2$$

Als we beide zijden delen door de massa, dan vinden we:

$$0 = v_1 + v_2$$

Dit kunnen we herschrijven tot:

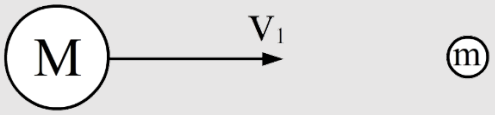
$$v_1 = -v_2$$

Aan deze formule kunnen we zien dat beide delen met dezelfde snelheid wegschieten, maar in tegengestelde richting.

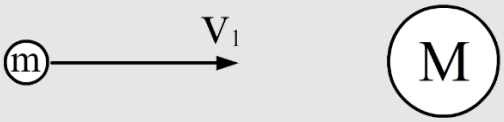
TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met impulsbehoud

1. (3p) In de volgende afbeelding zien we twee deeltjes. Het linker deeltje heeft een grote massa M en beweegt met snelheid u en het rechter deeltje heeft een verwaarloosbare massa m en staat stil. De botsing is inelastisch. Ga met impulsbehoud na wat er met beide deeltjes gebeurt na de botsing.

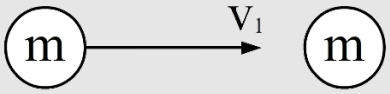


2. (3p) In de volgende afbeelding zien we twee deeltjes. Het linker deeltje heeft een verwaarloosbaar kleine massa m en beweegt met snelheid u en het rechter deeltje heeft een grote massa M en staat stil. De botsing is inelastisch. Ga met impulsbehoud na wat er met beide deeltjes gebeurt na de botsing.

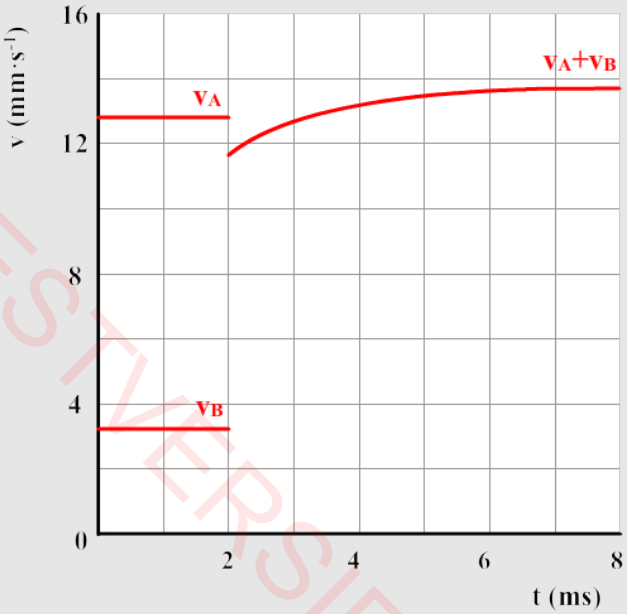


3. (3p) Een massa M valt uit elkaar in twee gelijke delen met massa m. Ga met impulsbehoud na wat er met beide deeltjes gebeurt na de botsing.

4. (8p) In de volgende afbeelding zien we twee deeltjes met dezelfde massa. Het linker deeltje beweegt met snelheid u en het rechter deeltje staat stil. De botsing is elastisch. Ga na wat er met beide deeltjes gebeurt na de botsing. Gebruik hiervoor zowel impulsbehoud als energiebehoud.



5. (5p) Een wolk bestaat uit kleine druppeltjes. Als deze druppels vallen, dan halen de zwaardere druppels de lichtere in. Als de zwaardere druppels tegen de lichtere druppels botsen, dan smelten de druppels samen. Op deze manier kunnen de druppels uiteindelijk uitgroeien tot regendruppels. In het onderstaande diagram is getekend hoe een druppel A met een massa van $4{,}2 \times 10^{-12}$ kg een druppel B met een massa van $0{,}52 \times 10^{-12}$ kg inhaalt. Op t = 2,0 ms versmelten de twee druppels. Toon met een berekening aan dat de impuls tijdens de botsing van de druppels behouden is gebleven.



TESTVERSIE

§2 Relativistische impuls en energie

In deze paragraaf introduceren we de relativistische impuls en de relativistische energie. Deze formules worden gebruikt bij het beschrijven van elementaire deeltjes in deeltjesversnellers.

De wet van behoud van impuls bestaat ook in de relativiteitstheorie, maar de formule voor de impuls is dankzij tijddilatatie en lengtecontractie net iets anders. Er geldt:

$$p = \gamma m v$$

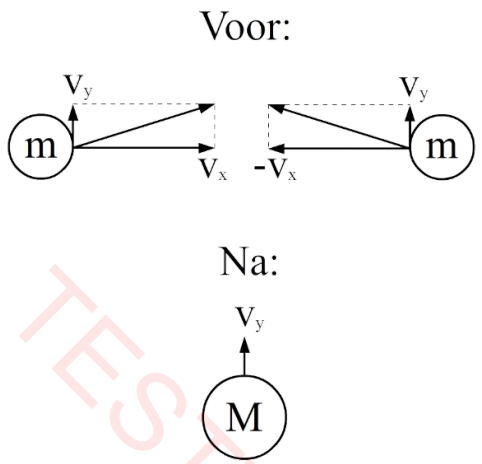
Impuls (p)	kgm/s
Gamma (γ)	-
Massa (m)	kilogram (kg)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

De gamma (γ) komt uit het hoofdstuk "Relativiteit". Als we de gamma uitschrijven, dan vinden we:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

De afleiding van deze formule is vrij pittig, maar is voor de liefhebber op de website te vinden.

Merkwaardig genoeg volgt uit deze formule dat **massa niet behouden is**. We tonen dit als volgt aan. Twee deeltjes met gelijke massa botsen inelastisch met een even grote snelheid (v) tegen elkaar aan. De horizontale snelheidscomponent (v_x) van de deeltjes kiezen we in de buurt van de lichtsnelheid en de verticale snelheidscomponent (v_y) maken we erg klein ten opzicht van de lichtsnelheid (zie de onderstaande afbeelding).



Behoud van impuls in de **verticale richting** geeft in dit geval:

$$\gamma m v_y + \gamma m v_y = M v_y$$

Merk op dat er geen gamma staat aan de rechter zijde van de vergelijking. Dit komt omdat het deeltje na de botsing een erg kleine (niet-relativistische) snelheid heeft. De gamma wordt in dat geval zo goed als 1. We kunnen de linkerzijde van de formule nog verder versimpelen tot:

$$2\gamma m v_y = M v_y$$

TESTVERSIE

Als we nu v_y aan beide kanten wegdelen, dan vinden we:

$$\gamma(2m) = M$$

Omdat 2m gelijk is aan de totale beginmassa, kunnen we deze formule ook schrijven als:

$$\gamma M_{begin} = M_{eind}$$

De totale massa is na de botsing dus groter dan voor de botsing! **Massa** is dus **niet behouden**! Er is tijdens de botsing **massa bijgekomen**!

Als we toestaan dat het deeltje aan het eind ook een relativistische snelheid heeft, dan vinden we:

$$\Sigma\gamma_b M_b = \Sigma\gamma_e M_e$$

Gamma (γ)	-
Massa voor de botsing (m_b)	kilogram (kg)
Massa na de botsing (m_e)	kilogram (kg)

In het bovenstaande voorbeeld is tijdens de botsing de massa toegenomen. Maar hoe is dit mogelijk en waar komt deze massa vandaan? Hiervoor moeten we de relativistische energie bestuderen.

Eerder dit jaar hebben we gezien dat we de formule voor de **kinetische energie** konden afleiden met behulp van de **arbeid** (**$W = F_{res}s$**). Eerder in dit hoofdstuk hebben we gezien dat we de resulterende kracht kunnen schrijven als $F_{res} = \Delta p/\Delta t$. Als we dit combineren, dan vinden we:

$$W = F_{res}s = \frac{\Delta p}{\Delta t}s$$

Eerder in deze paragraaf hebben we gezien dat in de relativiteitstheorie geldt dat p = γmv. De formule voor de arbeid wordt hiermee:

$$W = F_{res}s = \frac{\Delta\gamma mv}{\Delta t}s$$

In de extra stof op de website laten we zien dat we met deze formule kunnen vinden dat de **totale energie** van een deeltje waar **geen krachten** op werken in de relativiteitstheorie wordt gegeven door:

$$E = \gamma mc^2$$

Energie van vrij deeltje (E)	joule (J)
Gamma (γ)	-
Massa (m)	kilogram (kg)
Lichtsnelheid (c)	$2{,}99792458 \times 10^8$ m/s

TESTVERSIE

Als we de gamma uitschrijven, dan vinden we:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Met een wiskundige techniek genaamd de **taylorbenadering** (die we hier verder niet gaan bespreken), kunnen we deze formule herschrijven tot:

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + ...$$

De tweede term komt als het goed is bekend voor. Dit is de formule voor de **kinetische energie**, die we ook in de klassieke natuurkunde vinden. De derde term is een relativistische correctie op de kinetische energie. Deze term is bij lage snelheden heel klein, omdat er wordt gedeeld door c^2. Totaal nieuw is de eerste term. We noemen dit de **rustenergie** (**E_0**), omdat deze term zelfs aanwezig is als een voorwerp **stilstaat**. Voor een voorwerp dat stilstaat versimpelt de bovenstaande formule tot:

$$E = E_0 = mc^2 \qquad (v = 0)$$

Rustenergie (E_0)	joule (J)

Met de formule voor de rustenergie kunnen we begrijpen wat er gebeurt in situaties waarbij massa niet behouden is. Eerder in deze paragraaf hadden we gevonden dat als twee deeltjes inelastisch botsen, dat dan geldt:

$$\gamma M_{begin} = M_{eind}$$

Als we beide zijden met c^2 vermenigvuldigen, dan vinden we:

$$\gamma M_{begin}c^2 = M_{eind}c^2$$

Met de Taylorbenadering kunnen we de linker zijde wederom uitschrijven tot:

$$M_{begin}c^2 + \frac{1}{2}M_{begin}v^2 = M_{eind}c^2$$

We herkennen twee termen die staan voor de rustenergie en één term voor de kinetische energie. We kunnen de formule hiermee schrijven als:

$$E_{0,b} + E_{kin} = E_{0,e}$$

We zien hier dat de kinetische energie aan het begin is verdwenen en dat de rustenergie hierdoor is toegenomen. Omdat de rustenergie alleen afhankelijk is van de massa, vertelt dit ons dat de massa is toegenomen. De kinetische energie aan de linkerzijde van de vergelijking is dus “omgezet” in de extra hoeveelheid massa.

Bij nader onderzoek bleek niet dat de deeltjes waaruit het materiaal bestaat zwaarder zijn geworden. Waar komt deze massa dan te zitten? De kinetische energie is omgezet in **warmte**. Het is deze warmte die ervoor zorgt dat het voorwerp na de botsing op een weegschaal een hogere waarde aangeeft.

En dit effect treedt niet alleen op bij botsingen. Elke keer als we energie toevoegen aan een object, neemt de massa toe. Een veer wordt bijvoorbeeld (een heel klein beetje) zwaarder als we hem indrukken en een basketbal wordt (een heel klein beetje) zwaarder als we hem roteren. In het dagelijks leven zijn deze effecten echter te klein om te meten. Dit is niet het geval bij **radioactief verval**. Bij het verval van zware atoomkernen verdwijnt een deel van de massa en die krijgen we terug in de vorm van energie. Het is deze energie die wordt geproduceerd in een kerncentrale (meer hierover in het hoofdstuk “Radioactiviteit”).

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met $\gamma_b m_b = \gamma_e m_e$, $E=\gamma mc^2$ en $E_0 = mc^2$

1. (3p) Twee stukken klei met elk een massa van 1,0 kg worden met een snelheid van 0,999c tegen elkaar aangeschoten. De botsing is inelastisch. Bereken de totale massa van het resulterende stuk klei (ga ervan uit dat de klei op magische wijze de botsing overleeft).

2. Een elektron beweegt met een snelheid van 0,5c.

   a. (2p) Bereken de relativistische energie.
   b. (1p) Het deeltje komt tot stilstand. Bereken opnieuw de relativistische energie.

3. Een stilstaand elektron absorbeert een foton en krijgt daarmee een snelheid gelijk aan 6,0% van de lichtsnelheid.

   a. (3p) Laat met behulp van impulsbehoud zien welke kleur licht het elektron heeft geabsorbeerd. Gebruik voor het elektron de relativistische impuls en gebruik voor de impuls van het foton de volgende formule:

   $$p = \frac{E}{c}$$

   b. (3p) Bereken wederom de golflengte van het licht, maar nu met (relativistisch) energiebehoud. Laat zien dat je op een ander antwoord uitkomt.
   c. (2p) Normaalgesproken zouden we met beide methoden natuurlijk hetzelfde antwoord moeten vinden. In dit geval gebeurt dit echter niet. Wat is er mis gegaan? Het blijkt dat het compleet absorberen van een foton door een stilstaand elektron niet mogelijk is. We kunnen dit zien als het de absorptie van een foton bekijken in een frame dat meereist met het elektron na de botsing. Leg uit wat de totale impuls en de totale energie is na de absorptie in dit frame. Leg hiermee uit waarom de interactie niet kan voldoen aan behoud van energie en impuls.
   d. (1p) In werkelijkheid wordt maar een deel van de energie van het foton opgenomen. De rest van de energie wordt wederom als een foton uitgezonden door het elektron. Leg uit waarom dit het probleem oplost.

4. (3p) Laat met een formule uit de paragraaf zien dat het oneindig veel energie kost om een deeltje met massa tot aan de lichtsnelheid te versnellen. Anders gezegd, toon aan dat het onmogelijk is dat een deeltje met massa met de lichtsnelheid beweegt.

5. In deze opdracht gaan we de formule afleiden voor de impuls van een foton.

   a. (LASTIG, 5p) Laat met behulp van de formules $p = \gamma mv$ en $E = \gamma mc^2$ zien dat:

   $$E^2 - c^2p^2 = m^2c^4$$

   Laat hiervoor eerst zien dat:

   $$E^2 - c^2p^2 = \gamma^2m^2c^4 - \gamma^2m^2c^4\frac{v^2}{c^2} \quad \text{en} \quad \gamma^2 - \frac{v^2}{c^2}\gamma^2 = 1$$

   b. (3p) Laat met de formule uit de vorige vraag zien dat voor het foton geldt dat:

   $$p = E/c$$

   c. (2p) Laat met de formule $p = E/c$ en formules uit dit hoofdstuk zien dat licht niet anders kan dan met de lichtsnelheid bewegen.

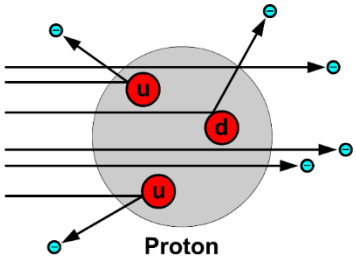
TESTVERSIE

§3 Elementaire deeltjes

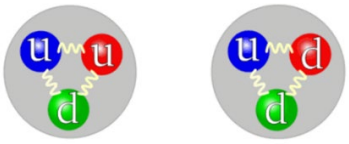
In deze paragraaf geven we een kort overzicht van de elementaire deeltjes die in deeltjesversnellers gevonden zijn. Tevens gaan we kijken naar de vier fundamentele krachten waaraan deze deeltjes onderhevig zijn.

Het universum bestaat uit drie groepen deeltjes, genaamd de **quarks**, de **leptonen** en de **bosonen**. De theorie die de interactie tussen deze deeltjes beschrijft, noemen we het **standaardmodel**.

Laten we beginnen met de quarks. Door elektronen op protonen en neutronen te schieten, hebben we gevonden dat **protonen** en **neutronen** uit kleinere deeltjes bestaan die we **quarks** noemen. We weten dit doordat elektronen meestal dwars door een proton of een neutron heen vliegen en slechts af en toe worden afgebogen door interactie met een quark (zie de onderstaande afbeelding). Uit onderzoek is gebleken dat zowel het proton als het neutron uit **drie quarks** bestaat.



Er bestaan verschillende soorten quarks. De **up-quarks** (**u**) hebben een lading van **+2/3 e** en de **down-quarks** (**d**) hebben een lading van **-1/3 e**. Een proton bestaat uit twee up-quarks en een down-quark (**uud**) en een neutron uit een up- en twee down-quarks (**udd**). Als we de ladingen van de quarks bij elkaar optellen, dan vinden we dat het proton zoals gebruikelijk lading **+1** heeft en het neutron lading **0**.

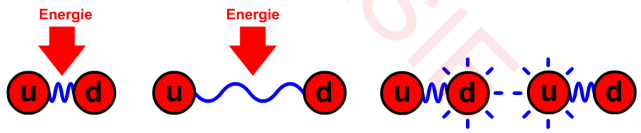


Proton *Neutron*
(Afbeelding: Harp; CC BY-SA 2.5)

Ook is ontdekt dat elk deeltje zijn **antideeltje** heeft. Dit is een deeltje met gelijke massa, maar met een omgekeerde lading. Een voorbeeld dat we al zijn tegengekomen is het **positron**, het antideeltje van het elektron. Ook quarks hebben hun antideeltjes. Er bestaat dus ook een **anti-up-quark** (**ū**) en een **anti-down-quark** (**đ**). Een combinatie tussen een quark en een anti-quark noemen we een **meson**. Hieronder zien we bijvoorbeeld een meson bestaande uit een up-quark (+2/3) en een anti-down-quark (+1/3). De totale lading van dit deeltje is 2/3 + 1/3 = 1.

(Afbeelding: Harp; CC BY-SA 2.5)

Om een nog onbekende reden komen quarks alleen in combinaties voor waarbij de totale lading een **heel aantal** keer de **elektronlading** (**e**) is. Dit betekent dat quarks dus niet los voor kunnen komen, want dan zouden ze een lading hebben van +2/3 of -1/3. Als we quarks toch van elkaar los proberen te trekken, dan voegen we via $E = mc^2$ zoveel energie toe dat er weer nieuwe quarks ontstaan. Hieronder kan je bijvoorbeeld zien wat er gebeurt als we een meson uit elkaar trekken.



TEST VERSIE

Naast antideeltjes hebben alle quarks ook nog twee zwaardere broertjes die dezelfde lading hebben, maar een grotere massa. Het up-quark heeft als zwaardere broertjes het **charm-quark** (**c**) en het **top-quark** (**t**). De down-quark heeft als zwaardere broertjes het **strange-quark** (**s**) en het **bottom-quark** (**b**).

De tweede groep deeltjes waaruit de wereld bestaat, zijn de **leptonen**. Tot deze groep behoort het **elektron** en zijn zwaardere broertjes het **muon** (**μ**) en het **tauon** (**τ**). Ook de zogenaamde **neutrino's** (**ν**) behoren tot deze groep. Neutrino's zijn deeltjes **zonder lading** en met **zo goed als geen massa**. Ze zijn dan ook zeer moeilijk te detecteren.

Het neutrino was ontdekt tijdens een studie naar het verval van het neutron in een proton en een elektron. Anders dan we in het hoofdstuk "Radioactiviteit" geleerd hebben, komt er bij deze reactie ook een **antineutrino** vrij:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$$

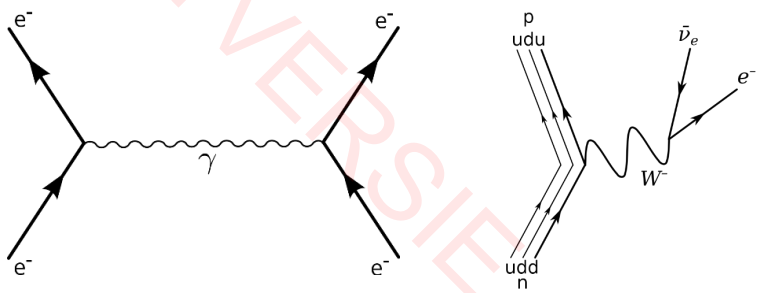
Het bestaan van het neutrino werd voorspeld door de wetenschapper **Wolfgang Pauli**. Pauli merkte op dat zowel de energie als de impuls niet behouden leek te zijn bij het verval van het neutron. Hij loste dit op door te postuleren dat er nog een derde deeltje vrij moest komen met de verdwenen impuls en energie. Met erg nauwkeurige detectoren zijn deze deeltjes uiteindelijk inderdaad gevonden.

Dat bij de reactie een antineutrino ontstaat en niet een normaal neutrino, kunnen we afleiden met behulp van het zogenaamde **behoud van leptongetal**. Alle **leptonen** hebben een **leptongetal gelijk aan 1** en **antileptonen** hebben een **leptongetal gelijk aan -1**. De rest van de deeltjes hebben een leptongetal van 0. In de bovenstaande reactie is het leptongetal nu aan beide zijden gelijk aan nul. Aan de linkerkant is het nul omdat er links van de vergelijking helemaal geen leptonen beschreven zijn en rechts is het nul omdat het elektron een leptongetal heeft van 1 en het antineutrino van -1. Samen is het leptongetal rechts dus 1 - 1 = 0.

De laatste groep deeltjes die we gaan bespreken zijn de **bosonen**. Deze deeltjes zijn verantwoordelijk voor de **krachten** die op de eerder beschreven deeltjes werken. Er bestaan in het universum **vier fundamentele krachten**. Een van deze fundamentele krachten is de **zwaartekracht**. Deze kracht wordt beschreven door de **algemene relativiteitstheorie**. Sommige wetenschappers denken dat de zwaartekracht wordt overgedragen met behulp van deeltjes genaamd **gravitonen**, maar deze deeltjes zijn nog niet waargenomen. Een tweede fundamentele kracht is de **elektromagnetische kracht**. Deze kracht wordt veroorzaakt door **fotonen**. Het foton zorgt voor zowel de afstotende als de aantrekkende krachten die werken tussen geladen deeltjes en ook voor magnetische effecten. Hieronder is links bijvoorbeeld schematisch de afstoting van twee elektronen afgebeeld. We noemen een dergelijke afbeelding een **Feynmandiagram** (vernoemd naar de natuurkundige Richard Feynman, die de heftige natuurkunde achter deze diagrammen heeft beschreven). We lezen deze afbeelding van beneden naar boven. In dit geval zien we dat twee elektronen naar elkaar toe bewegen, daarna wisselen ze een foton uit en hierdoor bewegen ze weer uit elkaar.

Een ander boson is het **gluon**. Dit deeltje is verantwoordelijk voor de **sterke kernkracht**. Dit is de kracht die **protonen en neutronen bij elkaar houdt** in de kern van atomen. Zonder de kracht zouden protonen elkaar direct uit de atoomkern duwen, omdat ze elkaar elektrisch afstoten. Pas als protonen erg dicht op elkaar zitten is de sterke kernkracht groter dan de afstotende elektrische kracht.

Een derde boson is het **W-boson**. Dit deeltje is verantwoordelijk voor de **zwakke kernkracht**. Als een down-quark een **W^--boson** uitzendt, dan verandert het in een up-quark. Als een up-quark een **W^+-boson** uitzendt, dan verandert het in een down-quark. Met het W^--boson kunnen we iets nauwkeuriger begrijpen wat er gebeurt als een neutron vervalt. Een down-quark zendt een W^--boson uit en verandert in een up-quark, waardoor het neutron een proton wordt. Het W^--boson valt dan na korte afstand uiteen in een elektron en een neutrino (zie de onderstaande rechter afbeelding).



(Afbeelding: Papa November; CC BY-SA 4.0/ Joel Holdsworth; PD)

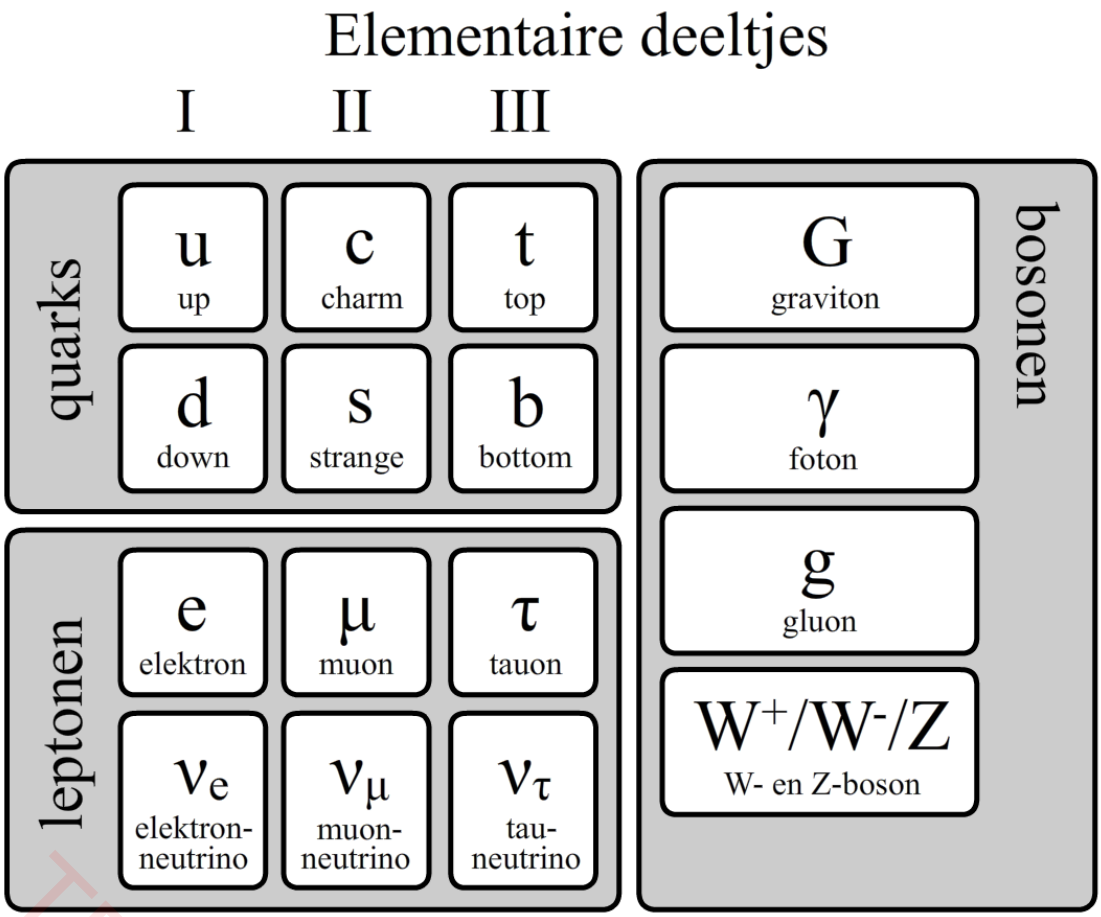
HSTVERSIE

Naast de twee W-bosonen bestaat ook het **Z-boson**. Dit is een neutraal deeltje dat door verschillende deeltjes uitgezonden kan worden. Een deeltje verandert niet onder uitzending van een Z-boson. Hieronder zien we bijvoorbeeld de vervalvergelijking van een elektron dat een Z-boson uitzendt:

$$e^- \rightarrow e^- + Z^0$$

Uit sommige experimenten leek te volgen dat W- en Z-bosonen massa moesten hebben, terwijl theoretisch was voorspeld dat dit niet mogelijk was. Dit probleem is opgelost door aan te nemen dat W-bosonen interacteren met het zogenaamde **Higgs-boson**. Dit deeltje komt in grote hoeveelheden in het universum voor en remt W-bosonen af, hetgeen het deeltje de illusie van massa geeft. Het bestaan van het Higgs-boson was al decennia lang voorspeld door natuurkundigen, maar werd pas in 2012 gedetecteerd in CERN.

Hieronder is een overzicht te zien van alle deeltjes uit het standaard model die in deze paragraaf besproken zijn. In BINAS is ook een overzicht te vinden. Hier zijn ook de massa's en de ladingen van de deeltjes te vinden. Van elk van de deeltjes in de onderstaande afbeelding bestaat ook nog een anti-deeltje.



Zorg dat je kan redeneren met leptonbehoud en de ladingen van elementaire deeltjes

1. (6p) Noteer uit welke quarks het proton, het neutron en het antiproton bestaat. Ga daarna met behulp van de quarkladingen na dat deze deeltjes de correcte lading hebben.
2. (4p) Zoek in BINAS de vier soorten pionen op. Noteer uit welke quarks ze bestaan en leg uit welke lading ze hebben.
3. (3p) Leg uit of uu of dd kan bestaan.
4. (3p) Leg uit of uuu of ddd kan bestaan.
5. (4p) Noteer de vervalreactie van een neutron en laat zien dat het leptongetal behouden is.

TESTVERSIE

6. (3p) Noteer de vervalvergelijking van het proton. Check of de reactievergelijking klopt door te kijken of het leptongetal behouden is.

7. (3p) Als een proton botst met een antineutrino, dan ontstaat een neutron en een positron. Laat zien dat bij deze reactie het leptongetal behouden is.

8. Een proton kan in een neutron vervallen onder uitzending van een W^+-boson.

   a. (1p) Leg uit wat er met de quarks in het proton gebeurt bij het uitzenden van het W^+-deeltje.

   b. (1p) Het W^+-boson vervalt verder in o.a. een positron. Beredeneer welk deeltje er nog meer vrijkomt.

9. Een π^0-deeltje bestaat uit een quark en zijn antiquark. Dit deeltje is instabiel en kan vervallen in twee fotonen.

   a. (2p) Hoe wordt een dergelijke kernreactie genoemd?

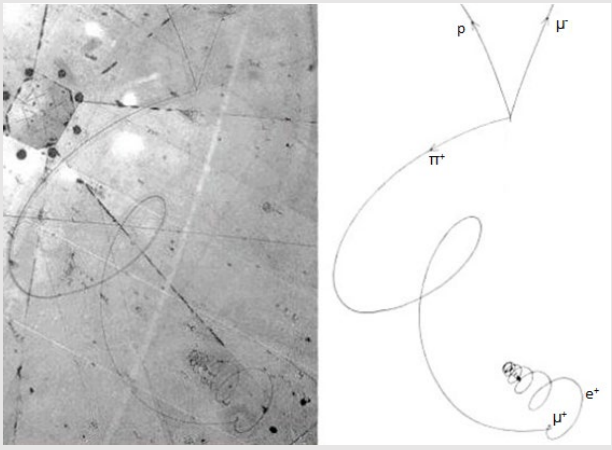
   b. (3p) Leg uit waarom er bij dit verval altijd minimaal twee fotonen ontstaan en leg uit waarom deze fotonen altijd in tegengestelde richting voortbewegen. Ga ervan uit dat het pion voor het verval in rust was.

10. (2p) Een proton of neutron is altijd zwaarder dan de totale massa van de individuele quarks waaruit deze deeltjes bestaan. Geef hiervoor een reden.

11. In de onderstaande afbeelding zien we een foto van een bubbelvat. In dit vat laten geladen deeltjes sporen achter. In de rechter afbeelding zijn deze sporen wat duidelijker weergegeven. We zien een proton, een pion (ud̄) en een muon uit één punt wegschieten. Het ligt voor de hand om aan te nemen dat een ongeladen deeltje het bubbelvat in is geschoten en op dit punt is vervallen in deze drie deeltjes. Bij nadere inspectie bleek dit een zeldzame meting te zijn geweest van een neutrino.

   a. (3p) Leg met behulp van het behoud van leptongetal uit dat het aannemelijk is dat deze deeltjes moeten zijn ontstaan uit een neutrino.

   b. (2p) Bij nadere beschouwing komt een wetenschapper erachter dat het proton waarschijnlijk niet bij het verval van het muon is ontstaan, maar dat dit proton al in het bubbelvat aanwezig was en een snelheid heeft gekregen doordat het neutrino tegen het proton gebotst is. Leg uit waarom de wetenschapper tot deze conclusie komt.



   c. (4p) Onderaan de afbeelding is ook te zien dat een anti-muon (μ^+) vervalt in een positron (e^+). Uit de afbeelding is af te leiden dat er bij deze reactie ook een neutrino en een anti-neutrino moet zijn vrijgekomen. Leg met behulp van een kernvervalvergelijking en de bovenstaande afbeelding uit waarom dit het geval moet zijn. Je mag aannemen dat er geen foton is gedetecteerd bij deze reactie.

TESTVERSIE

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
7	Massa van proton, neutron en elektron. Atomaire massa-eenheid (u)
25	Isotopen (atoommassa, type straling en stralingsenergie per deeltje)
26	Bouw en structuur van de materie