S. P. Dinkgreve
© 2023

WETEN SCHAPS SCHOOL

Natuurkunde voor de middelbare school

KLAS 4H/V

Voor de online versie met filmpjes en animaties, ga naar: www.wetenschapsschool.nl

Copyright © 2023 by Stephan P. Dinkgreve
All rights reserved. This book or any portion thereof may not be reproduced or used in any manner whatsoever without the express written permission of the publisher except for the use of brief quotations in a book review.

Printed in the Netherlands

Sixth Printing

www.wetenschapsschool.nl

TESTVERSIE

Inhoudsopgave

Klas 4

Hoofdstuk 1 **Basisvaardigheden** 3

§1 Grootheden en eenheden 3

§2 Formules omschrijven 5

§3 Dichtheid 7

§4 Significante cijfers 10

§5 Eenheden afleiden 13

§6 Formules afleiden 15

§7 Coördinatentransformaties (VWO) 17

§8 Oefentoets 21

Hoofdstuk 2 **Beweging** 23

§1 De gemiddelde snelheid 23

§2 Versnelling 26

§3 Het (x,t)-diagram 28

§4 Het (v,t)-diagram 33

§5 De oppervlaktemethode 39

§6 Oefentoets 43

Hoofdstuk 3 **Kracht** 45

§1 Soorten kracht 45

§2 Het krachtenevenwicht 52

§3 De eerste wet van Newton 59

§4 Ontbinden van krachten 61

§5 De tweede wet van Newton 67

§6 De derde wet van Newton 72

§7 Oefentoets 75

Hoofdstuk 4 **Gravitatie** 77

§1 De vrije val 77

§2 Cirkelbewegingen 81

§3 De middelpuntzoekende kracht 88

§4 Gewichtloosheid II (VWO) 93

§5 De algemene gravitatiekracht 94

§6 Oefentoets 101

Hoofdstuk 5 **Moment (HAVO)** 103

§1 Stabiliteit 103

§2 Het moment 105

§3 De arm 108

§4 Oefentoets 113

Hoofdstuk 6 **Modelleren (VWO)** 115

§1 Modelleren 115

§2 De vrije val 117

§3 De val met wrijving 120

§4 De worp 123

§5 De gravitatiekracht modelleren 124

§6 Oefentoets 127

Hoofdstuk 7 **Elektriciteit** 129

§1 Lading 129

§2 Stroomsterkte en spanning 134

§3 De Wet van Ohm 140

§4 Het vermogen 146

§5 Vervangingsweerstand 150

§6 Soortelijke weerstand 157

§7 Oefentoets 159

Hoofdstuk 8 **Het Systeembord (keuze HAVO)** 162

§1 De EN-poort, de OF-poort en de invertor 162

§2 De comparator 164

§3 De geheugencel 165

§4 De teller 165

Hoofdstuk 9 **Deeltjesmodel** 168

§1 Temperatuur 168

§2 Warmtetransport 173

§3 Soortelijke warmte 176

§4 Geleidbaarheid 181

§5 Debiet 184

§6 Oefentoets 186

TESTVERSIE

Hoofdstuk 1
Basisvaardigheden

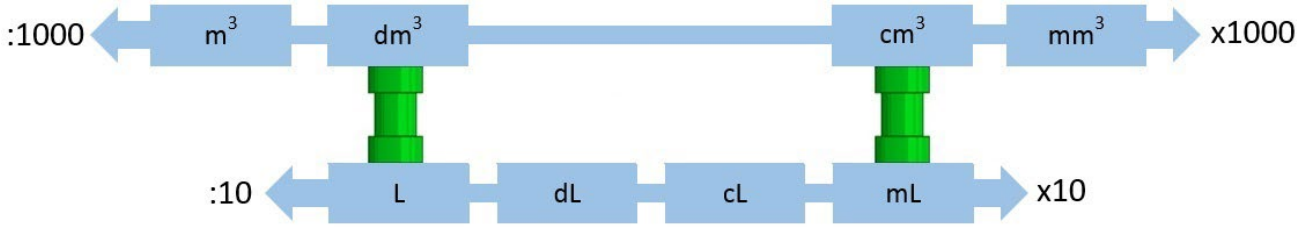
§1 Grootheden en eenheden

In dit hoofdstuk ga je de basisvaardigheden leren waarmee je de natuurkunde de rest van het jaar goed kan begrijpen. In deze eerste paragraaf bespreken we het verschil tussen de eigenschappen die we kunnen meten (grootheden) en de maten waarin we deze eigenschappen meten (eenheden). Ook bespreken we een aantal standaardeenheden die we SI-eenheden noemen en introduceren we een aantal formules om het volume van verschillende voorwerpen uit te rekenen.

In de wetenschap beschrijven we de wereld door metingen te verrichten. Alle **eigenschappen die we kunnen meten,** noemen we **grootheden**. Voorbeelden van grootheden zijn lengte, oppervlakte, volume, tijd, temperatuur en snelheid. De **maten** waarin we deze eigenschappen meten, worden **eenheden** genoemd. Voorbeelden van eenheden zijn meter, vierkante meter, kubieke meter, seconde, minuut, graden Celsius en meter per seconde.

Een eenheid is gemakkelijk te herkennen doordat we het achter een getal kunnen plaatsen. We zeggen bijvoorbeeld 25 meter, maar niet 25 lengte. Meter is dus een eenheid, maar lengte niet. In het vak natuurkunde is het **verplicht** om bij het eindantwoord van een berekening altijd de **eenheid te noteren**.

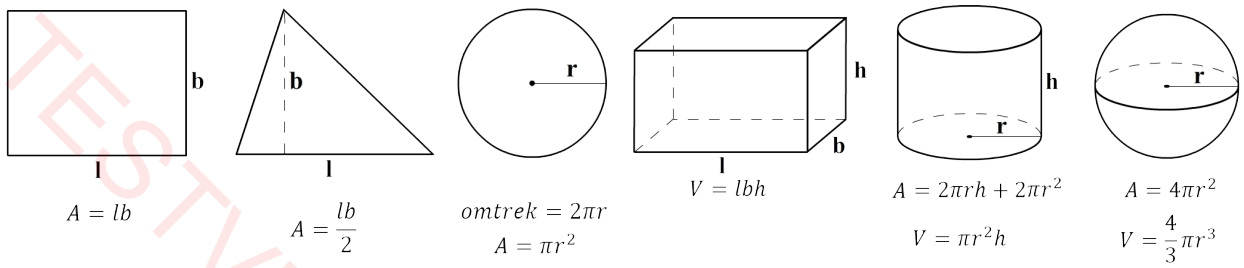
Het **volume** geeft aan **hoeveel ruimte** een voorwerp inneemt. De belangrijkste eenheden voor het volume zijn:



In de bovenstaande afbeelding zien we dat het volume zowel in **kubieke meter** als in **liter** kunnen weergeven. 1 L is bijvoorbeeld exact hetzelfde als 1 dm^3. Er geldt dus:

$$1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3$$

In BINAS kan je formules vinden voor het **volume** (**V**) en de **oppervlakte** (**A**) van een aantal veelvoorkomende figuren. Hieronder zien we een aantal voorbeelden hiervan.



De **massa** geeft aan **hoe zwaar** een voorwerp is. De belangrijkste eenheden voor de massa zijn:

In het dagelijks leven wordt voor de massa ook wel het woord “gewicht” gebruikt. Dit is echter onjuist. Later dit jaar zullen we het verschil tussen deze begrippen toelichten.

TESTVERSIE

Een aantal eenheden zijn in het verleden uitgeroepen tot standaardeenheden. We noemen dit ook wel de **SI-eenheden** (SI is een afkorting van "Système international d'unités", oftewel "standaard internationale eenheden"). De meest fundamentele SI-eenheden worden de **SI-grondeenheden** genoemd. Een aantal hiervan staan hieronder in de tabel:

Grootheid	SI-grondeenheid
Afstand	meter (m)
Tijd	seconde (s)
Massa	kilogram (kg)
Temperatuur	kelvin (K)

Door de SI-grondeenheden te combineren kunnen we andere SI-eenheden afleiden. Van de SI-grondeenheid meter (m) kunnen we bijvoorbeeld de SI-eenheid vierkante meter (m^2) en kubieke meter (m^3) maken. Met meter (m) en seconde (s) kunnen we bijvoorbeeld de SI-eenheid meter per seconde (m/s) maken. We noemen dit **afgeleide SI-eenheden**.

In de natuurkunde zal je regelmatig worden gevraagd om een bepaalde meetwaarde om te rekenen naar SI-eenheden. Hieronder zien we hiervan twee voorbeelden:

Voorbeelden

Vraag:
Reken 500 g om in SI-eenheden.

Antwoord:
De SI-eenheid van de **massa** is **kilogram**.
Omgerekend wordt dit 0,500 kg.

Vraag:
Reken 20 L om in SI-eenheden.

Antwoord:
De SI-eenheid van het **volume** is de **kubieke meter**.
We gaan liter dus omschrijven naar kubieke meter.
Omgerekend wordt dit 20 L = 20 dm^3 = 0,020 m^3.

Voorbeeld

Vraag:
In de onderstaande afbeelding zien we de koepel van het planetarium in Artis. De koepel heeft een diameter van 18,00 meter. Bereken het volume van de koepel.

Antwoord:
Het dak heeft de vorm van een **halve bol**. Volgens BINAS is het volume van een **bol** gegeven door:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

De **straal** (**r**) is gelijk aan 18 / 2 = 9 m. Als we de formule invullen, dan vinden we:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \times 9^3 = 3053,628 \text{ m}^3$$

Voor een **halve bol** vinden we 3053,628 / 2 = 1527 m^3.

VERSIE

INSTRUCTIEVIDEO MASSA & VOLUME

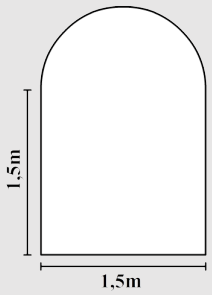
INSTRUCTIEVIDEO GROOTHEDEN & EENHEDEN

Zorg dat je eenheden kan omrekenen en dat je meetwaarden kan omrekenen naar SI-eenheden

1. (2p) Beschrijf het verschil tussen massa en volume.
2. (8p) Schrijf de volgende meetwaarden om:
   a. 2,231 L = ... mL
   b. 5600 cm^3 = ... L
   c. 66,08 mL = ... dm^3
   d. 150 mm^3 = ... L
   e. 0,23 m^3 = ... cL
   f. 0,9 dL = ... cm^3
3. (4p) Schrijf de volgende meetwaarden om:
   a. 0,03kg = ... g
   b. 23 000 g = ... kg
   c. 25 mg = ... g
   d. 0,25 kg = ... mg
4. (6p) Reken de volgende maten om in SI-eenheden:
   a. 340 cm^3
   b. 150 g
   c. 25 L
   d. 400 km^2
   e. 24 uur
   f. 2300 ms
5. (1p) Beschrijf hoe je een hoeveelheid liter omschrijft in SI-eenheden.

Zorg dat je het volume kan berekenen en bepalen

6. (3p) Een aquarium bevat 60 liter water. De lengte van het aquarium is 50 cm. De breedte is 30 cm. Bereken hoe hoog het water staat.
7. (6p) Bereken het volume en de oppervlakte van de aarde. Zoek hiervoor eerst de straal van de aarde op in BINAS.
8. (3p) Een hoogspanningskabel heeft een diameter van 30 mm. De kabel is 25 km lang. Bereken het volume van de kabel.
9. (5p) Het raam in een verwarmd huis laat per seconde per vierkante meter 200 joule door. Het raam is hiernaast weergegeven. Ga na hoeveel energie er per jaar verloren gaat door het raam.



§2 Formules omschrijven

Processen in de natuurkunde worden vaak beschreven met formules. In deze paragraaf gaan we leren hoe we deze formules kunnen omschrijven in verschillende vormen.

Stel een auto legt een bepaalde afstand af in een bepaalde tijd. De snelheid van de auto kan dan worden berekend met:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)
Verplaatsing (Δx)	meter (m)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

TESTVERSIE

Als we de formule willen gebruiken om niet de snelheid, maar juist de verplaatsing of de tijdsduur uit te rekenen, dan moeten we deze formule leren **omschrijven.** Om dit te doen hebben we een wiskundig trucje nodig. Als in een vergelijking aan de ene kant van de "=" wordt **gedeeld** door een bepaald getal, dan kan je in plaats daarvan ook de andere kant van de "=" **vermenigvuldigen** met ditzelfde getal. Hieronder zien we een getallenvoorbeeld waar dit wordt uitgevoerd:

$$\frac{6}{3} = 2$$
$$\downarrow$$
$$6 = 2 \times 3$$

De omgekeerde regel geldt ook. Als we aan de ene kant van de "=" met een waarde **vermenigvuldigen**, dan kunnen we ook aan de andere kant door deze waarde **delen**. Dit zien we hieronder:

$$6 = 2 \times 3$$
$$\downarrow$$
$$\frac{6}{3} = 2$$

We kunnen dit trucje gebruiken om formules om te schrijven in elke gewenste vorm. Dit doen we in **twee stappen**. Eerst zorg je dat je een eventuele **breuk** in de formule **wegwerkt**. Daarna schrijf je de formule om met het wiskundige trucje dat hierboven beschreven is. Laten we dit toepassen op de formule voor de snelheid. Stel we willen de formule omschrijven in een formule om de tijd uit te rekenen. We voeren dan de volgende stappen uit:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad v \times \Delta t = \Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

In de eerste stap hebben we "gedeeld door Δt" aan de rechterkant weggehaald en "keer Δt" aan de linkerzijde erbij geschreven. In de tweede stap hebben we "keer v" aan de linkerzijde weggehaald en "gedeeld door v" aan de rechterzijde toegevoegd. We hebben nu de formule voor Δt gevonden. Deze techniek is gemakkelijker te begrijpen met behulp van een filmpje. Op de website **wetenschapsschool.nl** kan je dit filmpje vinden.

Hieronder zien we een iets complexer voorbeeld. We herschrijven de formule, zodat we de massa (m) uit kunnen rekenen:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad F \times r = mv^2 \quad \rightarrow \quad \frac{F \times r}{v^2} = m$$

INSTRUCTIEVIDEO FORMULES OMSCHRIJVEN

Nu doen we hetzelfde voor de snelheid (v):

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad F \times r = mv^2 \quad \rightarrow \quad \frac{F \times r}{m} = v^2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{\frac{F \times r}{m}} = v$$

Zorg dat je formules kan omschrijven

1. (2p) Beschrijf de stappen die nodig zijn om een formule om te schrijven in een andere vorm.
2. (2p) De formule voor de zwaartekracht (F_z) wordt gegeven door:

   $$F_z = mg$$

   Geef de formule voor de massa (m) en geef de formule voor valversnelling (g).
3. (3p) De formule voor de kracht (F) waarmee een voorwerp in een cirkelbaan gehouden kan worden is gelijk aan:

   $$F = \frac{mv^2}{r}$$

   Geef de formule voor de massa (m), de formule voor baanstraal (r) en de formule voor de snelheid (v).

TESTVERSIE

4. (2p) De formule voor de snelheid (v) van een voorwerp dat in een cirkelbaan beweegt is:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Geef de formule voor de omlooptijd (T) en de formule voor baanstraal (r).

5. (4p) De relatie tussen de omlooptijd van een planeet (T) en de afstand tot de zon (r) wordt gegeven door:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Geef de formule voor de omlooptijd (T), de formule voor baanstraal (r) en de formule voor de massa (M).

6. (2p) De formule voor het volume (V) van een bol is:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Geef de formule voor de straal (r).

7. (2p) De trillingstijd (T) van een blokje dat trilt aan een veer wordt gegeven door deze formule:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Geef de formule voor de massa (m) en voor de veerconstante (C).

§3 Dichtheid

In deze paragraaf introduceren we het belangrijke begrip dichtheid. Met deze grootheid kunnen we de massa van verschillende stoffen eerlijk met elkaar vergelijken. We maken hierbij gebruik van het omschrijven van formules zoals in de vorige paragraaf besproken is.

Niet alle stoffen zijn even zwaar. Een kubieke centimeter goud is bijvoorbeeld zwaarder dan een kubieke centimeter aluminium. We beschrijven dit verschil met de zogenaamde **dichtheid**. Een **kubieke centimeter** goud heeft bijvoorbeeld altijd een massa van 19,3 **gram.** We zeggen daarom dat de dichtheid van goud gelijk is aan 19,3 **g/cm^3**. Aluminium heeft bijvoorbeeld altijd een dichtheid van 2,7 g/cm^3. Aluminium heeft dus een kleinere dichtheid dan goud. Als we in het dagelijks leven zeggen dat goud "zwaarder" is dan aluminium, dan bedoelen we eigenlijk dat de dichtheid van goud groter is dan van aluminium.

We kunnen de dichtheid van een stof als volgt berekenen:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

massa (m)	kilogram (kg)
volume (V)	kubieke meter (m^3)
dichtheid (ρ, spreek dit uit als 'rho')	kilogram per kubieke meter (kg/m^3)

TESTVERSIE

In SI-eenheden wordt de dichtheid gegeven in **kg/m^3,** maar er wordt ook regelmatig gebruik gemaakt van **g/cm^3**. In dat geval wordt de massa gegeven in gram en het volume in kubieke centimeter.

De dichtheden van een heel aantal stoffen kan je opzoeken in BINAS. De eenheid boven de tabel is hier **10^3 kgm^{-3}**. De tienmacht vertelt ons dat we de waarde uit de tabel nog met 10^3 moeten vermenigvuldigen. kgm^{-3} is een andere schrijfwijze van kg/m^3.

Stappenplan: Dichtheid

Vraag:
Bereken de massa van 1,2 dm^3 ijzer.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en zoek de dichtheid op:
V = 1,2 dm^3
ρ = 7870 kg/m^3
m = ?

Stap 2:
Schrijf de gegevens om in SI-eenheden:
V = 0,0012 m^3

Stap 3:
Schrijf de formule ρ = m/V om in de juiste vorm. Doe dit met de techniek uit de vorige paragraaf (er zijn elk jaar leerlingen die de formule omschrijven door te "gokken". Doe dit niet! Leer in plaats daarvan de techniek uit de vorige paragraaf aan. Hier heb je de rest van het jaar profijt van). In dit geval willen we de massa berekenen. De formule wordt in dat geval:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho \times V$$

Stap 4:
Vul de formule in en reken het antwoord uit. Denk eraan de eenheid achter het antwoord te schrijven.
0,0012 × 7870 = 9,4 **kg**

Voorbeeld

Vraag:
In BINAS kan je de dichtheid van Jupiter vinden. Deze dichtheid is uitgerekend met behulp van de straal en de massa van Jupiter. Voer deze berekening uit en laat zien dat je (ongeveer) dezelfde waarde vindt als in BINAS vermeld staat.

Antwoord:
De planeet Jupiter heeft de vorm van een **bol**. Volgens BINAS is het volume van een bol gegeven door:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

In BINAS vinden we dat de **straal van Jupiter** gelijk is aan 69,96 × 10^6 m. Het volume wordt hiermee:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \times (69,91 \times 10^6)^3 = 1,431 \times 10^{24}\ \mathrm{m}^3$$

Let bij deze berekening **op de haakjes**.

De **massa van Jupiter** is volgens BINAS gelijk aan 1900 × 10^{24} kg. Hiermee kunnen we de **dichtheid** uitrekenen:

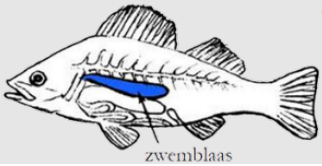
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1900 \times 10^{24}}{1,431 \times 10^{24}} = 1328\ \mathrm{kg/m^3}$$

Volgens BINAS is de dichtheid van Jupiter gelijk aan 1330 kg/m^3. Dit ligt erg dicht bij de waarde die wij gevonden hebben.

Met de dichtheid kunnen we o.a. voorspellen of een voorwerp zal drijven of zinken. Als een voorwerp een **grotere dichtheid** heeft dan de omringende vloeistof, dan zal het voorwerp **zinken**. Als het een **lagere dichtheid** heeft, dan blijft het **drijven**.

Voorbeeld

Vraag:
Straalvinnige vissen hebben in hun lichaam een zogenaamde zwemblaas zitten die gevuld kan worden met gas. De blaas stelt de vis in staat om op te stijgen en te zinken in het water zonder zijn vinnen te bewegen. Leg met behulp van het begrip dichtheid uit hoe dit werkt.



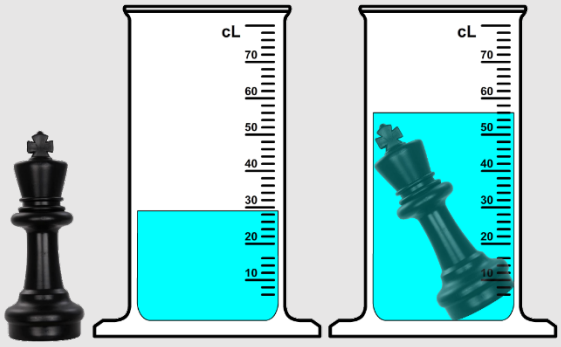
Antwoord:
Als de vis zijn blaas **groter** maakt, dan neemt het **volume** van de vis **toe**. De **massa** blijft echter **hetzelfde**. Volgens de formule **ρ = m/V** zorgt dit voor een **afname** van de **dichtheid**. Als de dichtheid van de vis **lager** wordt dan de **dichtheid van water**, dan zal de vis **opstijgen**. Als de vis zijn blaas **kleiner** maakt, dan neemt het **volume** van de vis **af**. Volgens de formule **ρ = m/V** zorgt dit voor een **toename** van de **dichtheid**. Als de dichtheid van de vis **hoger** wordt dan **de dichtheid van water**, dan zal de vis **zinken.**

TESTVERSIE

EXPERIMENT DICHTHEID | EXPERIMENT DRIJVEN & ZINKEN | INSTRUCTIEVIDEO DICHTHEID

Zorg dat je kan rekenen en redeneren met dichtheid

1. (1p) De dichtheid van aluminium is 2,7 g/cm^3. Leg uit wat dit betekent.
2. (1p) Leg uit waar je op moet letten bij het aflezen van de dichtheid uit BINAS.
3. (4p) Een plank heeft een massa van 1,0 kg. De plank is 2,0 cm dik, 10 cm breed en 80 cm lang. Bereken de dichtheid van de plank in kilogram per kubieke meter.
4. (5p) Een persoon wil bepalen van welk type hout een groot schaakstuk gemaakt is. Hij gebruikt hiervoor o.a. de onderdompelmethode (zie de onderstaande afbeelding). De massa van het schaakstuk is 340 g. Bepaal van welke type hout het schaakstuk gemaakt is.



5. (4p) Bereken de massa van 10 dm^3 tin.
6. (4p) Bereken het volume van 20 gram aluminium.
7. (4p) Een lege kamer heeft een lengte van 8,0 m, een breedte van 5,0 meter en een hoogte van 2,5 meter. Bereken de massa van de lucht in de kamer.
8. (5p) In BINAS kan je de dichtheid van de aarde vinden. Deze dichtheid is uitgerekend met behulp van de straal en de massa van de aarde. Voer deze berekening uit en laat zien dat je dezelfde waarde voor de dichtheid van de aarde vindt als in BINAS vermeld staat.
9. (5p) Een koperen stroomdraad heeft een diameter van 2,0 mm en een lengte van 40,0 m. Bereken de massa van de draad.
10. Een scubadiver gebruikt een buoyancy control device (BCD) om in het water te zinken of drijven. Om te zinken laat de duiker lucht uit de BCD stromen.
    a. (3p) Leg uit dat dit ervoor kan zorgen dat de duiker zinkt.
    b. (3p) Om weer boven water te komen laat de duiker wat lucht van de zuurstoffles in de BCD stromen. Leg uit waarom dit werkt.
    c. (1p) De BCD kan ook gebruikt worden om net te blijven zweven op dezelfde plek onder water. Leg uit hoe dit werkt.
11. Een ijzeren plaat heeft een lengte van 5,0 m, een breedte van 2,5 m en een dikte van 5,0 centimeter. Om de plaat wordt een muurtje gemaakt met een verwaarloosbare massa.
    a. (5p) Laat met een berekening zien dat de ijzeren plaat een massa heeft van $4{,}9 \times 10^3$ kg.
    b. (4p) Bereken hoe hoog het muurtje moet zijn wil de boot net blijven drijven.

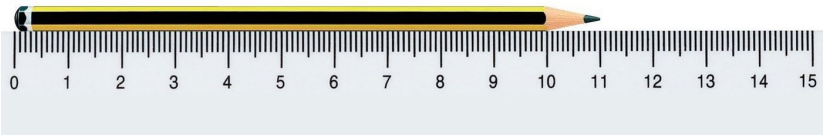
TESTVERSIE

§4 Significante cijfers

In deze paragraaf gaan we bestuderen hoe we in de natuurkunde afronden. Dit doen we met behulp van significante cijfers.

In de natuurkunde werken we met **metingen** en metingen zijn vaak **onnauwkeurig**. Het ligt daarom voor de hand dat we cijfers in de natuurkunde afronden op basis van de nauwkeurigheid van de meting. Hoe **nauwkeuriger** de meting is, op hoe **meer getallen** we de meetwaarde afronden.

Neem bijvoorbeeld het potlood in de volgende afbeelding. De meeste mensen zullen waarschijnlijk zeggen dat dit potlood een lengte van **11 cm** heeft. We kunnen de lengte van het potlood echter nauwkeurig genoeg aflezen, dat we zeker weten dat het eerste getal achter de komma een nul moet zijn. We zeggen daarom dat de lengte van dit potlood **11,0 cm** is. We zien hier dus dat bij natuurkunde de nullen achter de komma van belang zijn!



De cijfers waarin we een meetwaarde mogen noteren noemen we **significante cijfers**. De meetwaarde 11,0 cm bestaat dus uit **drie** significante cijfers.

Belangrijk is om te weten dat nullen aan de **linkerkant** van een meetwaarde niet meetellen als significante cijfers. De meetwaarde 0,0040 meter heeft dus slechts twee significante cijfers.

Maar wat nu als we een rekensommetje doen met verschillende meetwaarden? Op hoeveel cijfers moeten we het antwoord van dit sommetje dan afronden? De regel is dat we bij **vermenigvuldigen** en **delen** het antwoord schrijven in evenveel significante cijfers als de meetwaarde met het **minst aantal significante cijfers**. Laten we een voorbeeld bespreken. Stel een auto rijdt 200,0 meter in 20,6 seconden. Als we de snelheid op onze rekenmachine berekenen, dan vinden we:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200,0}{20,6} = 9,708737864 \text{ m/s}$$

200,0 heeft vier significante cijfers en 20,6 heeft er drie. Drie is het minst, dus we willen het antwoord ook op drie cijfers afronden:

$$v = \frac{200,0}{20,6} = 9,71 \text{ m/s}$$

Nog een voorbeeld. Stel een ruimteschip vliegt 3000 meter in 2,0 seconden. De snelheid wordt dan:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3000}{2,0} = 1500 \text{ m/s}$$

3000 heeft vier significante cijfers en 2,0 heeft er twee. Het antwoord willen we dus ook maar in twee cijfers noteren. Maar hoe noteren we het getal 1500 in slechts twee cijfers? Dit doen we met behulp van machten van tien. We schrijven:

$$v = \frac{3000}{2,0} = 1,5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Machten van tien werken als volgt. $1,5 \times 10^3$ is gelijk aan 1500. Als we een waarde vermenigvuldigen met 10^3, dan schuift de komma dus drie plaatsen op naar rechts. Het getal $1,5 \times 10^{-2}$ is gelijk aan 0,015. Als we een waarde vermenigvuldigen met 10^{-2}, dan schuift de komma dus twee plaatsen op naar links.

TESTVERSIE

In de praktijk is het niet nodig om bij elke rekenstap waar je vermenigvuldigt of deelt het antwoord in het juiste aantal significante cijfers te schrijven. Bij het **eindantwoord** is dit echter wel **verplicht**! Als je het eindantwoord gevonden hebt, kijk dan terug **in de vraag** naar alle meetwaarden die je gebruikt hebt en ook naar de waarden uit BINAS die je gebruikt hebt en kijk welke waarde het minst aantal significante cijfers heeft. Schrijf je antwoord dan ook in dit aantal significante cijfers op.

Voor **optellen** en **aftrekken** bestaat een andere regel. We kijken na naar het **aantal cijfers achter de komma** van de gebruikte meetwaarden. We schrijven het antwoord op in evenveel cijfers achter de komma als de meetwaarde met het **minst aantal cijfers achter de komma**. Stel dat we bijvoorbeeld 15,3 meter optellen bij 0,32 meter, dan vinden we:

$$15,3 + 0,32 = 15,6 \text{ m}$$

Omdat 15,3 slechts één cijfer achter de komma heeft, schrijven we het antwoord ook maar met één cijfer achter de komma. Let er wel op dat je de waarden eerst omschrijft naar **dezelfde eenheid** en met **dezelfde tienmacht**. Stel dat we 30×10^{-6} meter optellen bij $3,0 \times 10^{-4}$ meter. We kunnen 30×10^{-6} m herschrijven tot $0,30 \times 10^{-4}$ m. Daarna kunnen we optellen:

$$0,30 \times 10^{-4} \text{ m} \times 3,0 \times 10^{-4} \text{ m} = 3,3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Naast machten van tien is het soms ook mogelijk om **voorvoegsels** te gebruiken. Ook deze kan je in BINAS terugvinden. In de onderstaande tabel staan de bekendste voorvoegsels:

G	Giga	10^9
M	Mega	10^6
K	Kilo	10^3
H	Hecto	10^2
Da	Deca	10^1
D	Deci	10^{-1}
C	Centi	10^{-2}
M	Milli	10^{-3}
M	micro	10^{-6}
N	nano	10^{-9}

INSTRUCTIEVIDEO SIGNIFICANTE CIJFERS

Met voorvoegsels kunnen we een meetwaarde als $3,45 \times 10^{-6}$ m bijvoorbeeld ook schrijven als 3,45 µm.

Er zijn ook getallen in de natuurkunde die wel **precies** zijn. Neem bijvoorbeeld het aantal leerlingen in een klaslokaal, het aantal ramen in een gebouw, het aantal zijden van een vierkant enzovoorts. We noemen deze precieze getallen **telwaarden**. Omdat deze waarden precies zijn, hebben ze dus een oneindige hoeveelheid significante cijfers. Als gevolg is het bij berekeningen nooit nodig om naar de significante cijfers van telwaarden te kijken.

In sommige gevallen is het alleen nodig om een grove schatting te maken van een meetwaarde. In dat geval maken we gebruik van de **orde van grootte**. Bij de orde van grootte ronden we een meetwaarde af op nul significante cijfers. $2,0 \times 10^3$ wordt dan bijvoorbeeld $\mathbf{10^3}$. 7×10^2 wordt $\mathbf{10^3}$ omdat we de "7" omhoog afronden. 50×10^2 wordt $\mathbf{10^4}$. Door de "5" omhoog af te ronden vinden we 100×10^2 en dit is gelijk aan 10^4.

TEST VERSIE

Zorg dat je een meetwaarde in een bepaald aantal significante cijfers kan schrijven

1. (6p) Noteer het aantal significante cijfers van de volgende meetwaarden:
   a. 25,0 kg/m^3
   b. 35600 m
   c. 12 km/h
   d. 0,350 m/s
   e. 0,000001 m
   f. 1,000001 m
2. (2p) Beschrijf waar je op moet letten bij het bepalen van het aantal significante cijfers van een meetwaarde.

3. (6p) Geef het aantal significante cijfers of geef aan dat er sprake is van een telwaarde:
   a. Een baksteen heeft een massa van 1 kg.
   b. De woonkamer heeft 3 grote ramen.
   c. De diameter van een cirkel is gelijk aan 2r.
   d. Er stromen per seconde 900 000 elektronen door de draad.
   e. Er stromen per seconde 900×10^3 elektronen door de draad.
   f. De spanning van het stopcontact is gelijk aan 230 V.

4. (8p) Na een berekening geeft je rekenmachine de volgende waarden aan. Schrijf ze in de aangegeven hoeveelheid significante cijfers:
   a. Schrijf 2500 in twee significante cijfers.
   b. Schrijf 0,0150 in twee significante cijfers.
   c. Schrijf 150 in één significant cijfer.
   d. Schrijf 3400,8 in drie significante cijfers.
   e. Schrijf 1 500 000 in vier significante cijfers.
   f. Schrijf 0,00500000 in één significant cijfer.
   g. Schrijf 150×10^3 in twee significante cijfers.
   h. Schrijf 1800×10^{-5} in twee significante cijfers.

Zorg dat je kan rekenen met significante cijfers

5. (2p) Beschrijf hoe je het aantal significante cijfers bepaalt bij een berekening.

6. Bereken de volgende opdrachten in het juiste aantal significante cijfers:
   a. (2p) Een sprinter rent 400,0 m en doet hier 55 seconden over. Bereken de snelheid van de sprinter.
   b. (2p) Een kamer heeft een lengte van 25,50 m en een breedte van 14,1 m. Bereken de oppervlakte en de omtrek van de kamer.
   c. (3p) Een cirkel heeft een diameter van 15,2 cm. Bereken de omtrek van de cirkel.
   d. (2p) Een kamer heeft een lengte van 5 m en een breedte van 3,51 m. Bereken de oppervlakte en de omtrek van de kamer.
   e. (1p) Een groenteman weegt eerst 5,0 kg tomaten af en daarna nog 1350 g. Bereken de totale massa van de tomaten.
   f. (1p) Een wielrenner fiets eerst $2{,}50 \times 10^3$ m en daarna $3{,}100 \times 10^5$ m. Bereken hoeveel meter de wielrenner in totaal heeft afgelegd.

7. (5p) Een leerling denkt dat de massa van al de lucht in de kamer waarin hij staat zwaarder is dan hijzelf. De kamer heeft een lengte van 10 m, een breedte van 8 m en een hoogte van 2,5 m. Laat met een berekening zien of de leerling gelijk heeft of niet.

8. (4p) Een kamer in een groot huis bevat 3 grote ramen met een lengte van 2,8 meter en een hoogte van 1,8 m. Het nadeel van ramen is dat er veel warmte door verloren gaat. Warmte wordt gemeten in joule en door elke vierkante meter glas blijkt gemiddeld 24 joule per seconde te stromen. Bereken hoeveel warmte er per dag wegstroomt uit de kamer.

9. (4p) Een aquarium heeft een lengte van 60 cm en een breedte van 30 cm. De hoogte van het aquarium is 50 cm. Het aquarium wordt gevuld met water totdat het water op 30 cm hoogte uitkomt. Een kraan wordt aangezet en levert 300 mL water per seconde. Bereken hoelang het duurt voordat het water in het aquarium de gewenste hoogte heeft bereikt.

TESTVERSIE

§5 Eenheden afleiden

In deze paragraaf gaan we leren de eenheid van onbekende grootheden te achterhalen. We noemen dit een eenheidsbeschouwing, of ook wel een eenheidsbepaling.

Om systematisch met eenheden te werken is een wiskundige notatie bedacht. Neem bijvoorbeeld de zin, "**de eenheid van de massa is kilogram**". Dit kunnen we wiskundig opschrijven als:

$$[m] = kg$$

De vierkante haakjes betekenen dus "**de eenheid van**". We kunnen deze schrijfwijze gebruiken om eenheden van onbekende grootheden te achterhalen. We noemen dit ook wel een **eenheidsbeschouwing** of een **eenheidsbepaling**.

Stel bijvoorbeeld dat we de eenheid van de dichtheid willen weten, dan schrijven we:

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{kg}{m^3} = \text{kg/m}^3$$

De eenheid van de dichtheid is dus kg/m^3.

Laten we nog een paar voorbeelden bespreken. Hieronder zien we de formule voor de versnelling (a):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Stel we willen de eenheid van de versnelling weten, dan doen we:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

De eenheid van de versnelling is dus m/s^2.

De formule voor de zwaartekracht (F_z) wordt gegeven door:

$$F_z = mg$$

Omdat de eenheid van de valversnelling (g) gelijk is aan m/s^2, vinden we voor de zwaartekracht:

$$[F_z] = [m][g] = kg\ m/s^2$$

De eenheid van de kracht is in SI-grondeenheden dus gelijk aan **kg m/s^2**. Omdat deze eenheid een behoorlijke mond vol is, hebben we op een gegeven moment gekozen om deze eenheid simpelweg "**newton**" te noemen. We kunnen nu ook begrijpen waarom je eerder geleerd hebt dat je de massa in kilogram moet invullen in deze formule. Dit komt omdat de kilogram dus in de eenheid newton verstopt zit.

We hadden de formule ook kunnen gebruiken om juist de eenheid van de valversnelling te vinden. Dit doen we als volgt:

$$[g] = \frac{[F_z]}{[m]} = \frac{N}{kg} = \frac{kgm/s^2}{kg} = m/s^2$$

Nog een laatste voorbeeld. Hieronder zien we de formule voor de luchtwrijvingskracht:

$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2}kv^2$$

PROEFVERSIE

De k in de formule is een constante en v is de snelheid. Stel we willen de eenheid van deze constante k weten, dan schrijven we de formule eerst om:

$$k = \frac{2F_{w,lucht}}{v^2}$$

De eenheid van k is:

$$[k] = \frac{[2][F_{w,lucht}]}{[v^2]} = \frac{N}{m^2/s^2} = \frac{kgm/s^2}{m^2/s^2} = \frac{kg}{m}$$

INSTRUCTIEVIDEO EENHEIDSBEPALING

Merk op dat het cijfer "2" geen eenheid heeft. In de laatste stap hebben we waarden boven en onder de deelstreep tegen elkaar weggestreept. De eenheid van k is dus kg/m.

Zorg dat je eenheden kan achterhalen met behulp van formules

1. (1p) De eenheid van kracht is de newton. Geef de eenheid van kracht in SI-grondeenheden. Gebruik hiervoor de formule $F_{res} = ma$.

2. (2p) De zwaartekracht kan worden berekend met de formule $F_z = mg$. Laat zien dat de eenheid van de constante g geschreven kan worden als N/kg en als m/s^2.

3. (2p) De kracht werkend op draaiende voorwerpen wordt gegeven door:

   $$F = \frac{mv^2}{r}$$

   F staat voor de kracht, m voor de massa, v voor de snelheid en r voor de baanstraal van de cirkelbeweging. Laat zien dat je met deze formule wederom vindt dat $N = kgm/s^2$.

4. De elektrische weerstand van een ijzeren draad is te berekenen met de volgende formule:

   $$R = \frac{\rho l}{A}$$

   l staat hier voor de lengte van de draad, A staat voor de oppervlakte van de doorsnede van de draad en R staat voor de weerstand gemeten in Ohm. De letter ρ is hier niet de dichtheid maar de zogenaamde soortelijke weerstand. Voor ijzer is de soortelijke weerstand gelijk aan 105×10^{-9} Ωm.

   a. (2p) Laat met de formule zien dat de soortelijke weerstand inderdaad wordt gegeven in "Ohm keer meter".

   b. (2p) De draad heeft een lengte van 20,0 m en een doorsnede van 7,07 mm^2. Bereken de weerstand van de draad.

5. (4p) De luchtwrijvingskracht die werkzaam is op een voorwerp is te berekenen met de volgende formule:

   $$F_w = \frac{1}{2} c_w A \rho v^2$$

   A is hier het frontaal oppervlak van het voorwerp, ρ is de dichtheid van de lucht en v is de snelheid. c_w is een constante die afhangt van o.a. de vorm van het voorwerp. Laat zien dat deze constante geen eenheid heeft.

6. (3p) In de 18de eeuw mat de wetenschapper Cavendish de zwaartekracht tussen twee zware loden bollen. De zwaartekracht kan worden berekend met deze formule:

   $$F_z = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

   G is de zogenaamde gravitatieconstante, r is de afstand tussen de middelpunten van de twee bollen, m_1 is de massa van de ene bol en m_2 de massa van de andere bol. Vind met behulp van de formule de eenheid van G in SI-grondeenheden.

TESTVERSIE

7. (3p) De warmte (Q) in joule die nodig is voor een bepaalde temperatuurstijging (ΔT) van een bepaald voorwerp wordt gegeven door:

   $$Q = cm\Delta T$$

   Laat zien dat de eenheid van de constante c geschreven kan worden als $Jkg^{-1}K^{-1}$ en door $m^2s^{-2}K^{-1}$.

8. (4p) De formule voor de trillingstijd van een blokje aan een veer wordt gegeven door:

   $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

   Laat zien dat de eenheid van C gelijk is aan N/m.

§6 Formules afleiden

In deze paragraaf gaan we leren afleiden. Dit betekent dat we formules die we al kennen gaan combineren tot nieuwe formules.

We kunnen formules ook combineren tot nieuwe formules. We spreken in dat geval van **afleiden**. Stel we hebben de (betekenisloze) formules A = B × C en B = C^2. Door de tweede formule in de eerste formule te stoppen (we noemen dit ook wel **substitueren**), vinden we:

$$A = B \times C = C^2 \times C = C^3$$

We hebben hiermee dus afgeleid dat in dit geval geldt dat A = C^3.

Stel we hebben A = B × C en C = B + A. In dat geval vinden we:

$$A = B \times C = B \times (B + A) = B^2 + A$$

In de laatste stap hebben we de haakjes uitgewerkt. We hebben nu gevonden dat A = B^2 + A. Als we aan beide kanten A aftrekken, dan houden we over dat 0 = B^2. We hebben in dit geval dus gevonden dat:

$$B = 0$$

🛠 Voorbeeld

Vraag:
Laten we nu een voorbeeld noemen uit de natuurkunde. De tweede wet van Newton luidt tegenwoordig F_{res} = ma. Newton zelf schreef deze wet echter als F_{res} = Δp/Δt, waarbij geldt dat p = mv. Leid deze formule af.

Antwoord:
De versnelling wordt volgens BINAS gegeven door a = Δv/Δt. Als we dit substitueren in de formule F_{res} = ma, dan vinden we:

$$F_{res} = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$$

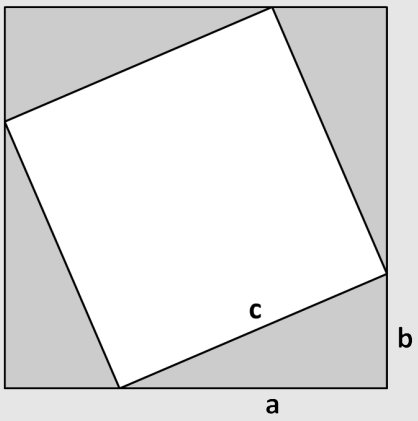
Als we p = mv hierin substitueren, dan vinden we:

$$F_{res} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

TESTVERSIE

Zorg dat je formules kan afleiden

1. Met de rechter afbeelding gaan we de stelling van Pythagoras afleiden. We zien hier vier dezelfde driehoeken met zijden a, b en c.



   a. (2p) Laat zien dat het oppervlak (A) van het gehele figuur gelijk is aan:

   $$A = (a + b)^2$$

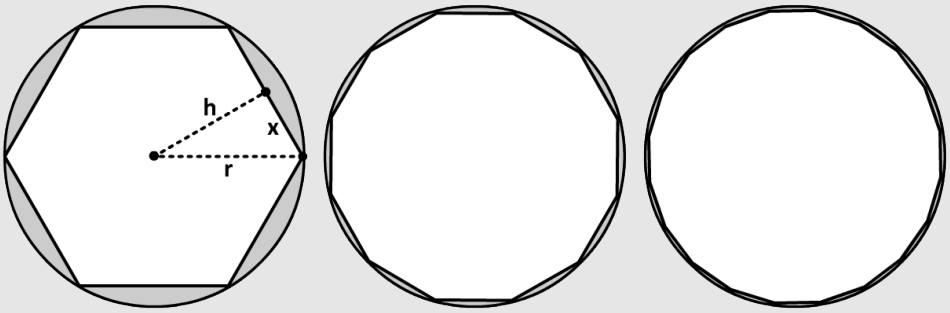
   b. (3p) Laat tevens zien dat het oppervlak gelijk is aan:

   $$A = 2ab + c^2$$

   c. (2p) Leid met beide formules af dat:

   $$a^2 + b^2 = c^2$$

2. (VWO) Archimedes vond rond 260 jaar voor Christus de formule voor de omtrek van een cirkel. Hij deed dit door een cirkel te benaderen met een veelhoek met steeds meer zijden (zie de onderstaande afbeelding).



   a. (3p) Laat zien dat voor de omtrek (O) van de zeshoek geldt dat:

   $$O_{zeshoek} = 2 \times 6 \times \sin(30^\circ) \times r$$

   b. (2p) Laat zien dat we hiermee vinden dat π ≈ 3.

   c. (2p) Nu gaan we de formule algemener opschrijven zodat deze geldt voor een veelhoek met N hoeken. Leid af dat geldt:

   $$O_N = 2 \times N \times \sin\left(\frac{360}{2N}\right) \times r$$

   d. (3p) Benader met deze formule de waarde van π voor de 1000-hoek. Laat zien dat je hiermee π vindt op 6 significante cijfers nauwkeurig.

   e. (4p) Archimedes vond ook een formule voor het oppervlak (A) van een cirkel. Leid af dat:

   $$A_N = N \times \cos\left(\frac{360}{2N}\right) \times \sin\left(\frac{360}{2N}\right) \times r^2$$

   f. (1p) Laat zien dat voor een grote waarde van N geldt dat:

   $$A_{cirkel} = \pi r^2$$

TESTVERSIE

3. Galileo vond in de 17de eeuw voor het eerst een formule die de val van een steen kan beschrijven. Als we deze formule willen afleiden, dan beginnen we met de formule voor de gemiddelde snelheid bij een (gelijkmatige) versnelling:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2}$$

v_b is de beginsnelheid en v_e de eindsnelheid van de steen.

a. (1p) Leg uit waarom deze formule inderdaad de gemiddelde snelheid geeft.

b. (2p) Leid met de formule $v_{gem} = \Delta x/\Delta t$ af dat voor een vallende steen geldt dat:

$$v_e = \frac{2\Delta x}{\Delta t}$$

c. (3p) Leid hiermee af dat:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

Gebruik hierbij dat $a = \Delta v/\Delta t$ en $\Delta v = v_e - v_b$.

d. (2p) Voor een vallende steen geldt a = 9,81 m/s^2 Bereken hoelang een steen doet over een val van een hoogte van 100 m. We verwaarlozen de wrijvingskracht.

4. (2p) Voorwerpen die bewegen hebben zogenaamde kinetische energie. De hoeveelheid kinetische energie kunnen we als volgt berekenen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Laat zien dat we deze formule ook kunnen schrijven als:

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$$

Gebruik hierbij dat p = mv.

5. Met zijn relativiteitstheorie bewees Einstein de volgende formule:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

Voor de impuls (p) geldt p = mv en c is de lichtsnelheid.

a. (3p) Met deze formule liet Einstein zien dat voor een stilstaand deeltje geldt dat:

$$E = mc^2$$

Leid deze formule af.

b. (3p) Voor lichtdeeltjes (fotonen) geldt:

$$E = pc$$

Leid ook deze formule af. Welke aanname heb je hier gemaakt?

§7 Coördinatentransformaties (VWO)

In deze paragraaf gaan we leren hoe we een formule kunnen opstellen bij verschillende soorten grafieken.

Van een grafiek kunnen we een formule maken. Als een grafiek recht is en door de oorsprong gaat, dan spreken we van een **recht evenredig verband**. De bijbehorende formule heeft de volgende vorm:

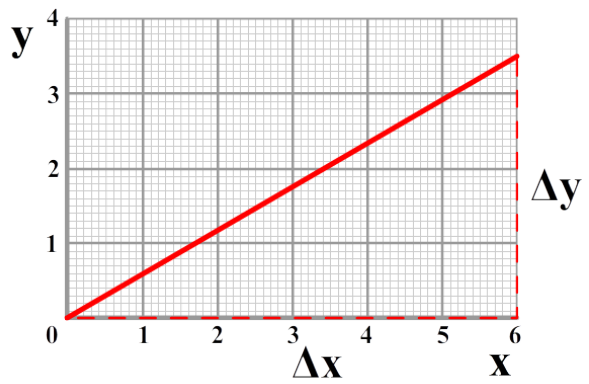
$$y = ax$$

De constante "a" is hier gelijk aan de **helling** van de grafiek. In de wiskunde wordt dit ook wel de **richtingscoëfficiënt** genoemd. De helling wordt gegeven door:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

In de rechter grafiek vinden we dat de constante a gelijk is aan:

$$a = \frac{3,5}{6,0} = 0,58$$



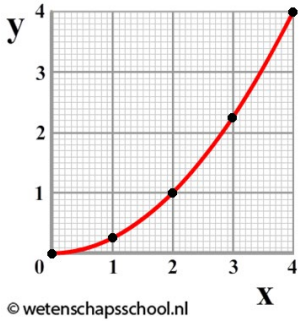
TESTVERSIE

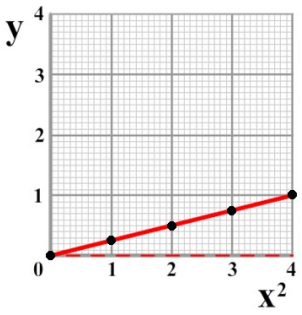
In de onderstaande linker grafiek zien we een **kwadratisch verband**. De formule hiervoor is:

$$y = ax^2$$

We zouden de constante "a" nu kunnen bepalen door een punt op de grafiek te pakken en de bijhorende x- en y-coördinaat in te vullen in de formule. Dit is echter niet de meest nauwkeurige manier om "a" te bepalen. Beter is om van de grafiek eerst een **rechte lijn** te maken. Dit doen we met behulp van een **coördinatentransformatie**. In dit voorbeeld doen we dit door als variabele op de x-as niet de "**x**" te nemen, maar "**x²**". In dat geval krijgt de formule namelijk wederom een formule van de vorm "variabele 1 = constante × variabele 2" en verwachten we dus een **rechte lijn**. In de onderstaande tabel hebben we x^2 uitgerekend voor een aantal waarden. In de grafiek rechtsonder zien we dat deze meetwaarden inderdaad een rechte lijn opleveren.

x	x^2	y
0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	0,25
2,0	4,0	1,00
3,0	9,0	2,25





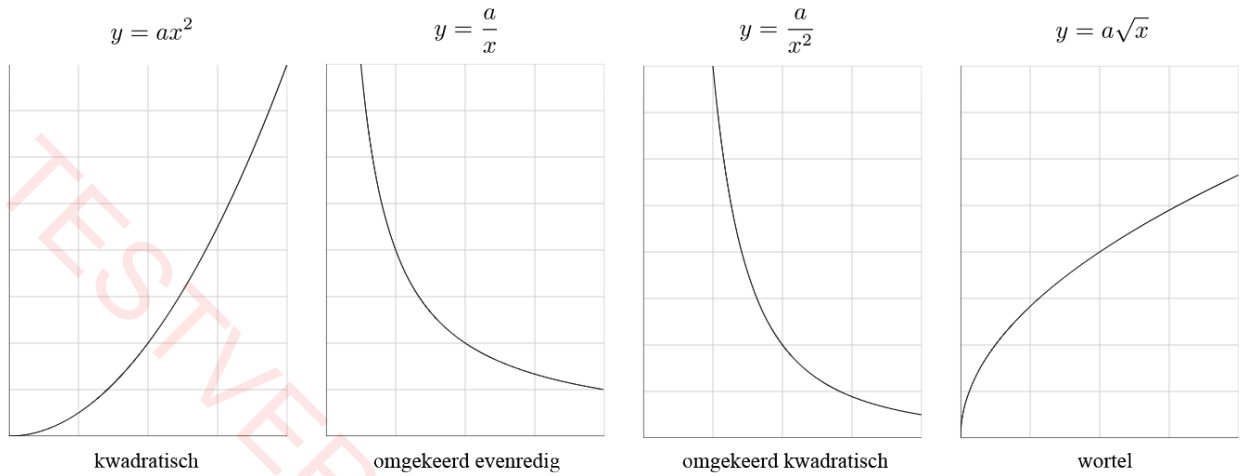
Als we de helling heel nauwkeurig met een computer laten uitrekenen, dan vinden we in dit geval:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1,50}{6,00} = 0,250$$

We hebben het antwoord hier in drie significante cijfers genoteerd, terwijl de meetwaarden maar in twee significante cijfers gegeven zijn. Dit komt omdat de trendlijn gemaakt is op basis van alle meetpunten en hierdoor worden meetfouten uitgemiddeld. Bij genoeg meetpunten, maakt dit de meting genoeg nauwkeurig voor een **extra significant cijfer**. Als je deze grafiek zonder computer afleest, dan mag je slechts twee significante cijfers noteren, omdat je de grafiek maar op twee cijfers nauwkeurig kan aflezen.

INSTRUCTIEVIDEO COORDINATEN-TRANSFORMATIE

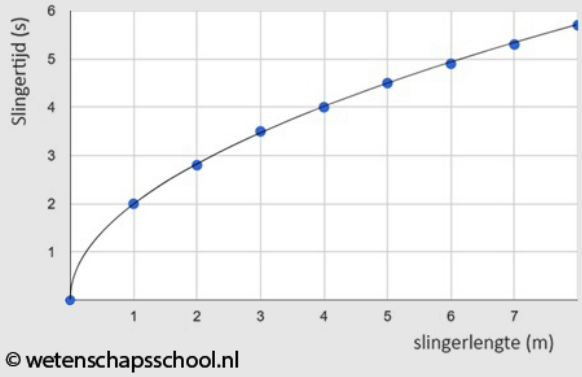
In de onderstaande afbeelding zie je nog een aantal andere verbanden die vaak voorkomen. Het is van belang dat je deze verbanden uit je hoofd kent.



TESTVERSIE

Voorbeeld

Vraag:
Een leerling bestudeert de relatie tussen de lengte en de slingertijd van een slinger. De resultaten staan in het onderstaande diagram:



De formule voor de slinger is:

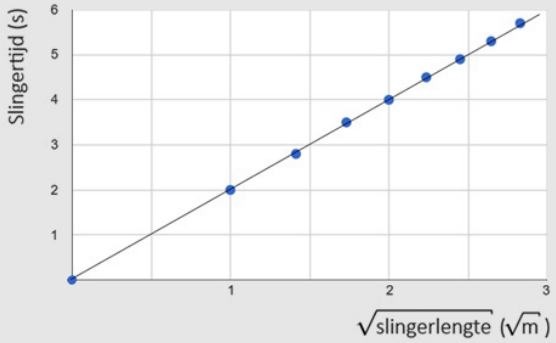
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{L}$$

Bepaal met behulp van een coördinatentransformatie de waarde van g.

Antwoord:
Aan de vorm van de grafiek zien we dat we te maken hebben met een **wortelverband**. We hebben dus te maken met een formule van de vorm:

$$T = a\sqrt{L}$$

We kunnen de waarde van "a" nauwkeurig bepalen met behulp van een **coördinatentransformatie**. Op de **x-as** schrijven we nu niet L, maar **√L**:



Als we de **helling** nauwkeurig laten aflezen met een computer, dan vinden we:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6,00}{2,99} = 2,01$$

De formule wordt dus:

$$T = 2,01\sqrt{L}$$

Als we deze formule vergelijken met de formule uit de opdracht, dan vinden we:

$$2,01 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

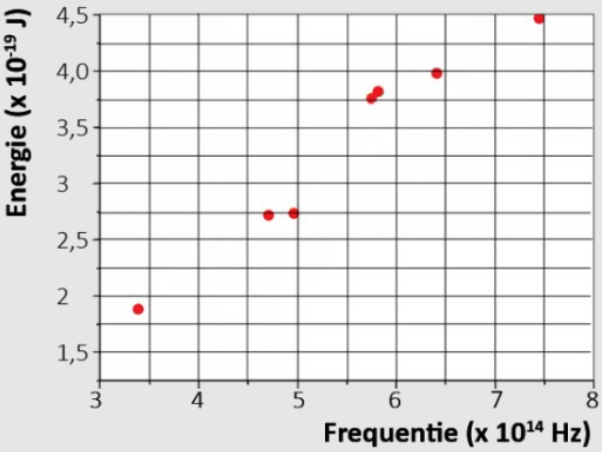
Als we deze formule omschrijven, dan kunnen we de valversnelling g uitrekenen:

$$g = \left(\frac{2\pi}{2,01}\right)^2 = 9,77 \text{ m/s}^2$$

Dit komt overeen met de verwachtte waarde voor de valversnelling (**9,81 m/s²**)

Zorg dat je constanten kan bepalen met behulp van coördinatentransformaties

1. In het onderstaande diagram zijn een aantal meetpunten te zien waarbij gekeken wordt naar de relatie tussen de frequentie (f) en de energie (E) van fotonen (lichtdeeltjes):
   a. (2p) De meetwaarden suggereren een recht evenredig verband. Leg uit hoe je dit kan zien.
   b. (2p) De formule die bij deze grafiek hoort is:
      $E = hf$
      Bepaal met behulp van de grafiek de constante h.



TESTVERSIE

2. (8p) Een persoon doet onderzoek naar de luchtwrijvings-kracht. Hij gebruikt hiervoor een voorwerp met een frontaal oppervlak van 0,050 m^2. Zijn metingen staan opgeschreven in de volgende tabel:

Snelheid (m/s)	Wrijvingskracht (N)
1,0	0,030
2,0	0,103
3,0	0,232
4,0	0,413
5,0	0,645
6,0	0,929
7,0	1,264
8,0	1,651

De luchtwrijvingskracht wordt gegeven door:

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$$

ρ is hier de dichtheid van de lucht, A het frontale oppervlak het voorwerp, v de snelheid van het voorwerp en c_w een constante die o.a. afhangt van de vorm van het voorwerp. Bepaal met behulp van een coördinaattransformatie de waarde van de constante c_w.

3. (6p) In de onderstaande tabel zie je meetresultaten van een experiment waarbij gekeken is naar de trillingstijd van een blokje aan een veer. Telkens zijn blokjes met een verschillende massa gebruikt.

Massa (g)	Trillingstijd (s)
10	0,063
20	0,089
30	0,109
40	0,126
50	0,140
60	0,154

De bijbehorende formule is:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

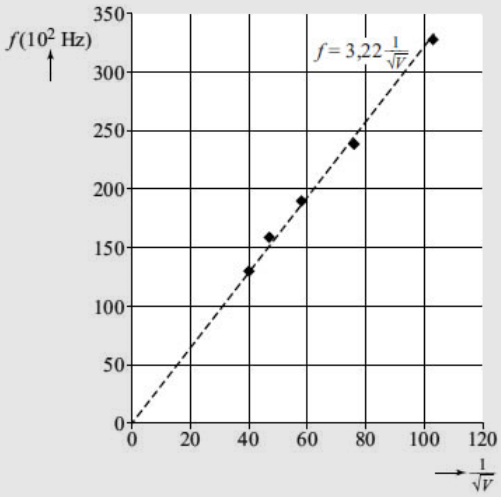
Bepaal met behulp van een coördinaten-transformatie de waarde van de constante C.

4. Als je blaast langs de opening van flessen is een toon te horen. Voor sommige soorten flessen wordt de frequentie van het geluid gegeven door:

$$f = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{Vl}}$$

Een leerling wil de geluidsnelheid bepalen met behulp van zo'n fles. De leerling gebruikt een fles met een opening met oppervlak A = 2,54 × 10^{-4} m^2 en een halslengte l = 0,070 m. De leerling vult de fles met water, zodat het volume lucht V in de fles aangepast kan worden. De frequentie van het geluid bij verschillende volumes is hiernaast weergegeven in zowel een tabel als een grafiek:

V (10^{-6} m^3)	f (10^2 Hz)
94	3,3
172	2,4
298	1,9
448	1,6
630	1,3



a. (1p) Leg uit wat de eenheid langs de horizontale as moet zijn.

b. (2p) Leg met behulp van de formule uit dat de grafiek een rechte lijn is die door de oorsprong gaat.

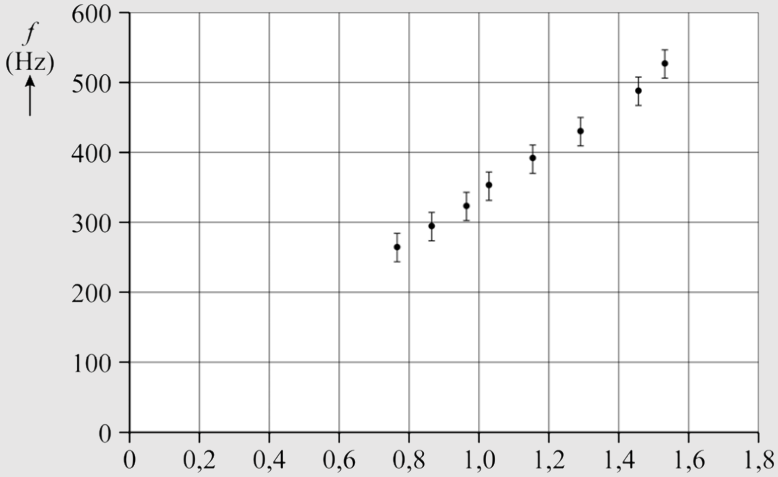
c. (2p) Bereken de geluidssnelheid met behulp van de gegeven functie.

d. (1p) Zoals je kunt zien zijn de gemeten frequenties in de tabel in 2 significante cijfers genoteerd, maar de helling van de grafiek staat in 3 significante cijfers genoteerd. Geef de reden voor dit extra significante cijfer. (Bron: examen VWO 2016-2)

TESTVERSIE

5. Een persoon maakt een panfluit met buizen van verschillende lengten en meet elke keer de frequentie (f) en de golflengte (λ). De relatie tussen deze twee grootheden wordt beschreven met de formule v = fλ, waarbij v de geluidsnelheid is.

   a. (2p) De persoon heeft de gegevens in het onderstaande diagram genoteerd. De horizontale as is zo gekozen dat de meetpunten een rechtevenredig verband vormen. Noteer de grootheid en eenheid op de horizontale as.



   b. (3p) In het diagram is ook bij elk meetpunt een foutmarge weergegeven. Dit geeft aan hoeveel de gemeten frequentie door meetfouten kan afwijken. Trek twee rechte lijnen in het diagram die net binnen alle foutmarges liggen. Bepaal hiermee in twee significante cijfers de minimale en de maximale geluidssnelheid die uit de metingen volgen.

(Bron: examen VWO 2023-1)

§8 Oefentoets

Significantie

1 (2p) Een kamer heeft 4 ramen met een hoogte van 1,82 meter een breedte van 1,5 meter. Bereken het oppervlak van deze ramen. Geef het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

2 (2p) Een bepaald soort glas heeft een dichtheid van 3,400 g/cm^3 en een volume van 0,00200 cm^3. Bereken de massa van dit glas. Geef het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

3 (2p) Bereken hoeveel seconde het licht van de zon doet over de reis naar de aarde. Geef het antwoord in het juiste aantal significante cijfers. Gebruik hiervoor de afstand van de aarde tot de zon uit BINAS 32C.

Het riool

De gemeente wil een riool aanleggen bestaande uit betonnen buizen met een lengte van 10,0 meter. De buizen hebben een buitendiameter van 50,0 cm en een binnendiameter van 40,0 cm.

4 (5p) De gemeente wil dat een type beton gekozen wordt waardoor de massa van de buizen minimaal is. Bereken deze massa.

5 (2p) Bij gebruik stroomt de helft van de betonnen buis vol met water. Bereken het volume van het water in liter. Geef het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

De duikboot

Een duikboot bevat een aantal kamers waar water in- en uitgepompt kan worden. Als deze kamers leeg zijn, dan heeft de duikboot een massa van 1,4 × 10^6 kg. Het volume van de duikboot is 1,9 × 10^3 m^3.

6 (2p) Leg aan de hand van de formule voor de dichtheid uit waarom de duikboot gaat zinken als we water in deze kamer pompen.

7 (4p) Bereken hoeveel liter water er minimaal in deze kamers moet worden gepompt om de boot te laten zinken.

VERVERSIE

Opwaartse druk

De druk (p) is een maat voor de hoeveelheid kracht (F) die wordt uitgeoefend op een bepaald oppervlak (A). De druk is te berekenen met de volgende formule:

$$p = \frac{F}{A}$$

8 (2p) Laat met de bovenstaande formule zien dat de eenheid wordt gegeven door kg m^{-1} s^{-2}.

Als je een bal onderwater duwt, dan voel je dat het water een kracht omhoog uitoefent op de bal. Dit wordt de opwaartse kracht genoemd. De druk die deze kracht op een voorwerp uitoefent wordt gegeven door:

$$p_{opw} = \frac{\rho g V}{A}$$

9 (2p) Laat zien dat je met deze formule weer dezelfde eenheid voor de druk vindt.

De wet van Kepler

In de 17de eeuw vond Kepler het volgende verband tussen de omlooptijd van een planeet (T) en de afstand van deze planeet tot de zon (r):

$$r^3 = aT^2$$

10 (3p) Laat met behulp van een coördinaattransformatie zien dat de planeten Mercurius, Venus, Aarde en Mars inderdaad voldoen aan dit verband. Zoek hiervoor de afstanden van de zon tot de planeten op in BINAS 31.

Door een grafiek te maken van alle planeten kan met een trendlijn gevonden worden dat het hellingsgetal (a) gelijk is aan:

a = $3{,}361 \times 10^{18}$

11 (1p) Geef de eenheid van het hellingsgetal a.

12 (2p) Leg uit waarom het hellingsgetal in dit geval in 4 significante cijfers gegeven kan worden.

13 (3p) Newton bewees later in de 17de eeuw dat de formule geschreven kon worden als:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

G is hier de gravitatieconstante (zie BINAS 7) en M staat voor de massa van de zon. Bepaal met behulp van de grafiek de massa van de zon.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
2	Voorvoegsels
3-5	Grootheden en eenheden
8-12	Dichtheid
31	Eigenschappen planeten
36	Volumes en oppervlaktes
35	Formules

TESTVERSIE

Hoofdstuk 2
Beweging

§1 De gemiddelde snelheid

In deze paragraaf gaan we leren rekenen met de gemiddelde snelheid. We introduceren twee formules waarmee we dit kunnen doen.

De **gemiddelde snelheid** van een voorwerp kunnen we als volgt berekenen:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Gemiddelde snelheid (v_{gem})	meter per seconde (m/s)
Verplaatsing (Δx)	meter (m)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

De **x** staat voor de **positie** van een voorwerp. Het **Δ**-teken staat voor "**de toename van**". **Δx** staat dus voor de **toename van de positie**. We noemen dit ook wel de **verplaatsing**. Stel dat een voorwerp verplaatst van positie x = 1 meter naar positie x = 5 meter in 8 seconden. We berekenen dan als volgt de snelheid:

$$\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$$

$$\Delta x = 5 - 1 = 4 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ m/s}$$

Stel dat een voorwerp achteruit beweegt van positie x = 5 meter naar positie x = 1 meter in 2 seconden. De snelheid kunnen we dan als volgt berekenen:

$$\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$$

$$\Delta x = 1 - 5 = -4 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ m/s}$$

Merk op dat de snelheid automatisch **negatief** wordt als het voorwerp **achteruit** beweegt.

De SI-eenheid van de snelheid is **meter per seconde**, maar in het dagelijks leven wordt ook vaak **kilometer per uur** gebruikt. Het is belangrijk dat je deze eenheden in elkaar om kan schrijven. Stel we willen 80 km/h omrekenen naar m/s. We rekenen dan eerst kilometer per uur om naar meter per uur:

$$80 \text{ km/h} = 80000 \text{ m/h}$$

Dan rekenen we meter per uur om naar meter per seconde:

$$\frac{80000 \text{ m/h}}{60 \times 60} = 22 \text{ m/s}$$

TESTVERSIE

We kunnen ook gebruik maken van de volgende regel:

$$\text{km/h} \;:\; 3,6 \;\rightarrow\; \text{m/s}$$
$$\text{m/s} \;\times\; 3,6 \;\rightarrow\; \text{km/h}$$

Stappenplan: Rekenen met snelheid

Vraag:
Een leerling is aan het hardlopen. Zijn doel is om binnen drie minuten 1,0 kilometer te rennen. De leerling rent 3,0 minuten lang met een snelheid van 18 km/h. Bereken of de leerling zijn doel bereikt heeft.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en reken ze zoveel mogelijk om in dezelfde eenheden. In dit voorbeeld kiezen we voor meter en seconde:

$\Delta t = 3,0 \text{ min} = 3,0 \times 60 = 180 \text{ s}$

$v = 18 \text{ km/h} = 18/3,6 = 5,0 \text{ m/s}$

Stap 2:
Schrijf de formule op en geef aan welke gegevens je weet en welk gegeven je wilt weten:

$$\overset{?}{\underset{\checkmark}{\frac{\Delta x}{\Delta t}}} = v^{\checkmark}$$

Stap 3:
Schrijf de formule nu om in de juiste vorm. In dit geval willen de verplaatsing berekenen:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v \quad \rightarrow \quad \Delta x = v \times \Delta t$$

Stap 4:
Vul de formule in:

$\Delta x = v \times \Delta t$

$\Delta x = 5,0 \times 180 = 9,0 \times 10^2 \text{ m} = 0,90 \text{ km}$

Stap 5:
Schrijf de conclusie op. Leg uit hoe je aan deze conclusie komt. Denk ook aan de eenheid achter het antwoord:

0,90 km is minder dan 1,0 km, dus de leerling heeft zijn doel niet bereikt.

Als een voorwerp geleidelijk versnelt of vertraagt, dan spreken we van een **eenparige versnelling**. Als dit het geval is, dan kunnen we de gemiddelde snelheid als volgt uitrekenen:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2} \quad \text{(eenparige versnelling)}$$

Beginsnelheid (v_b)	meter per seconde (m/s)
Eindsnelheid (v_e)	meter per seconde (m/s)
Gemiddelde snelheid (v_{gem})	meter per seconde (m/s)

Stel dat een auto bijvoorbeeld versnelt van 10 m/s naar 30 m/s, dan is de gemiddelde snelheid gelijk aan:

$$\frac{10 + 30}{2} = 20 \text{ m/s}$$

Let erop dat je als volgt haakjes gebruikt in je rekenmachine:

$(10 + 30)/2 = 20$ rekenmachine

INSTRUCTIEVIDEO SNELHEID

TESTVERSIE

Voorbeeld

Opdracht:
Een auto versnelt gedurende 10 seconden van 20 naar 30 m/s. De versnelling is eenparig. Bereken hoeveel meter de auto heeft afgelegd.

Antwoord:
Eerst berekenen we de gemiddelde snelheid:

$$v_{gem} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2}$$

$$v_{gem} = \frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ m/s}$$

Met de gemiddelde snelheid kunnen we de afstand uitrekenen. Hiervoor schrijven we eerst de formule in de juist vorm:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta x = v_{gem} \times \Delta t$$

Nu vullen we de formule in:

$$\Delta x = v_{gem} \times \Delta t$$

$$\Delta x = 25 \times 10 = 250 \text{ m}$$

De auto heeft tijdens de versnelling dus $2{,}5 \times 10^2$ m afgelegd.

Zorg dat je kan rekenen met de formule $v_{gem} = \Delta x/\Delta t$

1. (3p) Een werper bij honkbal gooit een bal met een snelheid van 160 km/h naar de slagman. Deze staat op een afstand van 18,45 m. Bereken na hoeveel seconden de bal bij de slagman is.
2. (4p) Een leerling is aan het hardlopen. Zijn doel is om binnen 50 seconden 200 meter te rennen. De leerling rent met een snelheid van 16 km/h. Bereken of de leerling zijn doel bereikt heeft.
3. (5p) Een automobilist rijdt met een snelheid van 100 km/h van Amsterdam naar Utrecht. De afstand tussen deze plaatsen is 34 km. De automobilist verlaat Amsterdam om 16:52 uur en wil om 17:10 uur in Utrecht aankomen. Bereken of de automobilist op tijd aankomt.
4. (5p) Twee leerlingen gaan een stuk fietsen. Ze vertrekken tegelijkertijd vanaf hetzelfde punt. De eerste leerling fietst met een snelheid van 3,0 m/s en de tweede met een snelheid van 7,5 m/s. Na 49 seconden loopt de ketting van de tweede leerling vast. Bereken hoeveel seconden de eerste leerling vanaf dit moment nog moet fietsen totdat hij de tweede leerling inhaalt.

Zorg dat je kan rekenen met de formule $v_{gem} = (v_b + v_e)/2$

5. (3p) Een auto versnelt eenparig in 12 seconden van 10 m/s naar 35 m/s. Bereken de afstand die de auto tijdens de beweging heeft afgelegd.
6. (4p) Een auto trekt met een eenparige versnelling vanuit stilstand op tot 40 m/s en legt een afstand van 950 meter af. Bereken hoe lang de auto over de versnelling heeft gedaan.
7. (4p) Een automobilist die met een snelheid van 80 km/h rijdt, trapt op zijn rem totdat hij eenparig tot stilstand is gekomen. Het remmen duurt 4 seconden. Bereken de remweg van de bestuurder.
8. (4p) Een persoon laat een bal vanuit stilstand vallen van een gebouw met een hoogte van 100 m. De bal versnelt hierdoor eenparig tot een snelheid van 44 m/s. Bereken de valtijd van de bal.
9. (5p) Een persoon laat een bal vanuit stilstand vallen van een gebouw met een hoogte van 100 m. Het duurt 4,5 seconde voordat de bal beneden aankomt. Bereken de eindsnelheid van de bal.
10. (3p) Een bestuurder van een brommer probeert een tractor in te halen. Hij versnelt hiervoor eenparig gedurende 4,0 seconden en legt in deze tijd 100 meter af. Zijn beginsnelheid was 10 m/s. Bereken de snelheid van de brommer na de versnelling.
11. (3p) Een automobilist versnelt eenparig over een afstand van 1500 meter en behaalt een eindsnelheid van 40 m/s. De versnelling heeft 50 seconden geduurd. Bereken de beginsnelheid van de auto.

TESTVERSIE

§2 Versnelling

In deze paragraaf gaan we leren rekenen met de versnelling.

De **versnelling** of **vertraging** (**a**) van een voorwerp kunnen we als volgt uitrekenen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Toename van snelheid (Δv)	meter per seconde (m/s)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Versnelling of vertraging (a)	meter per seconde per seconde (m/s^2)

De eenheid van de versnelling is **m/s^2**. Dit betekent het volgende. Stel dat de snelheid van een voorwerp **elke seconde** 1 **meter per seconde** toeneemt. We zeggen dan dat de snelheid 1 meter per seconde **per seconde** toeneemt. De eenheid van de versnelling is dus **m/s/s** en dit korten we ook wel af tot **m/s^2**.

Δv staat voor de **toename van de snelheid**. Hier geldt:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

Stel dat de snelheid van een voorwerp oploopt van 1,0 m/s tot 4,0 m/s in 6,0 seconden. De versnelling wordt in dat geval:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

$$\Delta v = 4,0 - 1,0 = 3,0 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3,0}{6,0} = 0,50 \text{ m/s}^2$$

We hebben het in dit hoofdstuk gehad over de toename van de snelheid (Δv) en de gemiddelde snelheid (v_{gem}). Bij het beantwoorden van vragen is het belangrijk deze begrippen goed uit elkaar te houden. In het bovenstaande voorbeeld is de toename van de snelheid gelijk aan 4,0 - 1,0 = 3,0 m/s. De gemiddelde snelheid is (1,0 + 4,0)/2 = 2,5 m/s.

Ook **vertraging** kunnen we met deze formule beschrijven. Stel dat een auto gedurende 4,0 seconden vertraagt van 40 m/s naar 12 m/s. De vertraging wordt dan:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

$$\Delta v = 12 - 40 = -28 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -7,0 \text{ m/s}^2$$

Een versnelling van -7,0 m/s^2 is dus gelijk aan een **vertraging** van 7,0 m/s^2. Let erop dat dit **niet** hoeft te betekenen dat het voorwerp achteruit beweegt! Een remmende auto vertraagt bijvoorbeeld, maar gaat wel vooruit.

EXPERIMENT HET PROJECTIEL

INSTRUCTIEVIDEO VERSNELLING

TESTVERSIE

Stappenplan: Rekenen met versnelling

Opdracht:
Een auto versnelt eenparig van 36 km/h naar 90 km/h en legt tijdens deze versnelling 105 meter af. Bereken de versnelling van de auto.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en reken ze zoveel mogelijk om in dezelfde eenheden:

$$\Delta x = 105 \text{ m}$$

$$v_b = 36 \text{ km/h} = \frac{36}{3,6} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_e = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$$

Stap 2:
Bereken zo mogelijk v_{gem} en Δv:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2} = \frac{10 + 25}{2} = 17,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_e - v_b = 25 - 10 = 15 \text{ m/s}$$

Stap 3:
Schrijf de formules op en geef aan welke gegevens je weet en welk gegeven je wilt weten:

$$\checkmark\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{gem}^{\checkmark} \qquad \checkmark\frac{\Delta v}{\Delta t} = a\,?$$

Stap 4:
Bedenk welke formule je wilt gebruiken:

In dit voorbeeld willen we de versnelling berekenen met de rechter formule, maar we hebben nog niet alle gegevens om dit te kunnen doen. We beginnen daarom met de linker formule.

Stap 5:
Schrijf de formule zo nodig om en vul hem in:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{gem}}$$

$$\Delta t = \frac{105}{17,5} = 6,0 \text{ s}$$

Stap 6:
Gebruik nu de andere formule:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{15}{6,0} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Stap 7:
Schrijf de conclusie op en denk aan de eenheid:

De versnelling van de auto is **2,5 m/s²**

Zorg dat je kan rekenen met $a = \Delta v/\Delta t$ en met $\Delta v = v_e - v_b$

1. (2p) Leg duidelijk uit waarom de eenheid van de versnelling m/s/s (oftewel m/s²) is.
2. (2p) Leg duidelijk uit wat het verschil is tussen de gemiddelde snelheid (v_{gem}) en de toename van de snelheid (Δv).

Level 1:

3. (6p) Een auto versnelt gelijkmatig vanuit stilstand tot een snelheid van 30 m/s. Tijdens deze versnelling legt de auto 90 m af. Bereken de versnelling van deze auto.
4. (6p) Een auto versnelt gelijkmatig van 20 km/h tot een snelheid van 100 km/h. De auto heeft gedurende deze periode een versnelling van 5 m/s². Bereken de afstand die de auto heeft afgelegd.
5. (6p) Een auto rijdt met een snelheid van 90 km/h over een weg. Omdat er een file vormt, trapt de automobilist op zijn rem en komt de auto binnen 100 meter met een eenparige vertraging tot stilstand. Bereken de vertraging van de auto tijdens het remmen.
6. (6p) Een F-18 wil door de geluidsbarrière heen en versnelt daarom gelijkmatig van 1000 km/h naar 1500 km/h. Gedurende deze versnelling heeft het vliegtuig een versnelling van 21,5 m/s². Bereken hoeveel meter de F-18 tijdens deze versnelling heeft afgelegd.

TESTVERSIE

7. (6p) Een maffiabaas plaatst om zijn kantoorruimte een dikke muur gemaakt van schuimplastic om zichzelf te beschermen. De eigenaar test de muur door erop te schieten. Een kogel wordt met een snelheid van 210 m/s loodrecht in de muur geschoten. De kogel dringt 83 cm in het schuimplastic door voordat het tot stilstand komt. Bereken de vertraging van de kogel in het schuimplastic.

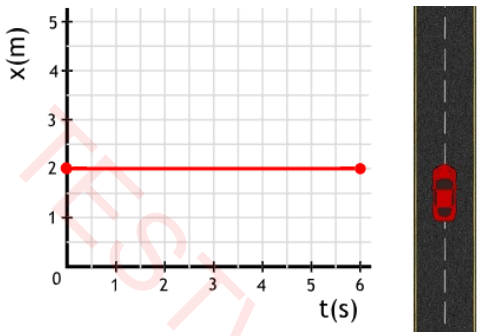
Level 2:

8. (2p) Een raceauto trekt vanuit een onbekende beginsnelheid op naar een snelheid van 83,3 m/s. Het optrekken duurt 3,4 s en de versnelling is 6,6 m/s^2. Bereken de beginsnelheid.
9. (2p) Een auto rijdt met een constante snelheid op een rechte weg. Plotseling steekt een hert de weg over. De automobilist maakt een noodstop en komt 4,3 s later en 45 meter verderop tot stilstand. Bereken met welke snelheid (in km/h) hij oorspronkelijk reed.
10. (2p) Een vliegtuig wacht op de startbaan om te vertrekken. Na goedkeuring door de verkeerstoren trekt het vliegtuig vanuit stilstand eenparig versneld op. Na 35 s komt het vliegtuig los van de startbaan. Het vliegtuig heeft dan 1200 m op de startbaan gereden. Bereken met welke snelheid het vliegtuig loskomt van de grond.

§3 Het (x,t)-diagram

Behalve met formules, kunnen we beweging ook beschrijven met grafieken. In deze paragraaf gaan we kijken naar de zogenaamde (x,t)-diagrammen. Ook gaan we leren de snelheid te bepalen in deze diagrammen met behulp van een raaklijn.

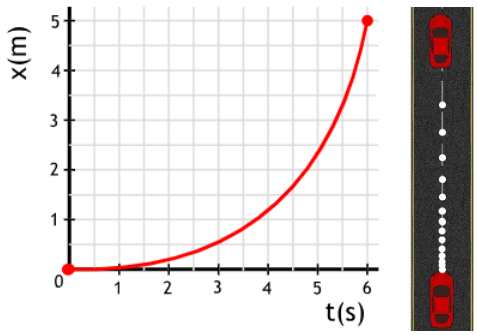
Een **(x,t)-diagram** is een diagram met op de horizontale as de **tijd** (**t**) en op de verticale as de **positie** (**x**). Hieronder zijn een aantal bewegingen beschreven met behulp van dit type diagram (met de onderstaande QR-code kan je bijbehorende animaties zien). Links zien we een grafiek die horizontaal loopt. De positie x verandert hier niet in de tijd. Het voorwerp staat hier dus **stil**. In de tweede afbeelding zien we een voorwerp dat zich geleidelijk verplaatst. Elke seconde wordt er evenveel meter afgelegd. We spreken hier van een **constante snelheid** of van een **eenparige beweging**.

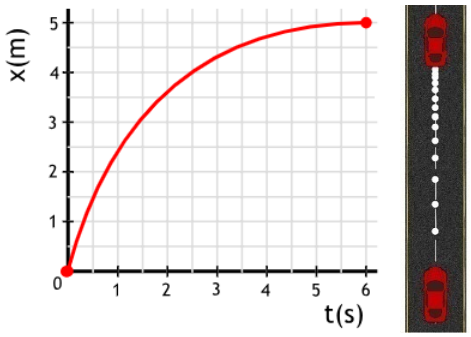


ANIMATIE (x,t)-DIAGRAM

TESTVERSIE

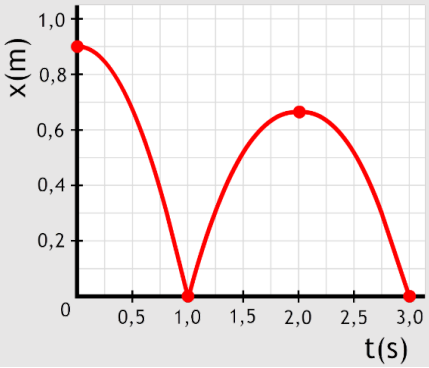
In de onderstaande linker afbeelding zien we een grafiek die steeds steiler gaat lopen. We zien dat in de eerste drie seconden slechts 0,5 meter wordt afgelegd en dat in de laatste drie seconden wel 4,5 m wordt afgelegd. Hoe **steiler** de lijn dus loopt, hoe **sneller** het voorwerp verplaatst. We hebben hier dus te maken met een **versnelling**. Rechts zien we een grafiek die steeds minder steil gaat lopen. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**.





Voorbeeld

Opdracht:
In het onderstaande (x,t)-diagram is de beweging van een stuiterbal weergegeven. Beschrijf deze beweging in detail.

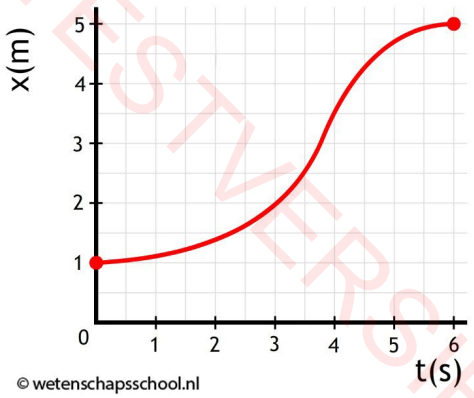


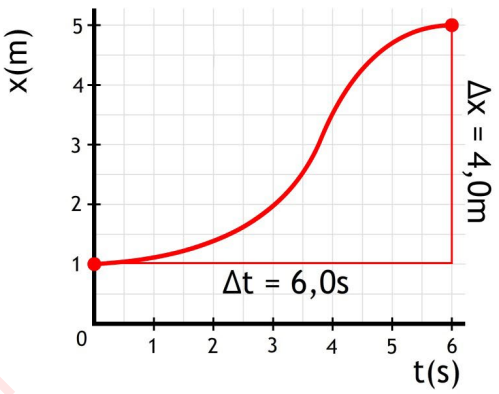
Antwoord:
In de eerste seconde loopt de grafiek steeds **steiler**. We hebben hier dus te maken met een versnelling. De stuiterbal gaat hier ook **naar beneden**. Op tijdstip t = 1,0 s komt de bal tegen de grond aan en gaat daarna omhoog. In de tweede seconde loopt de grafiek steeds **minder steil**. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**. De stuiterbal gaat hier ook **omhoog**. Op tijdstip t = 2,0 s loopt de grafiek even **horizontaal**. Hier staat de stuiterbal dus een moment **stil**. In de derde seconde hebben we net als in de eerste seconde te maken met een versnelling naar beneden.

Met behulp van een (x,t)-diagram kunnen we ook de **gemiddelde snelheid** uitrekenen. In het onderstaande diagram is de verplaatsing Δx gelijk aan 4,0 meter. De tijdsduur Δt van de beweging is 6,0 seconden. De snelheid is dus gelijk aan:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

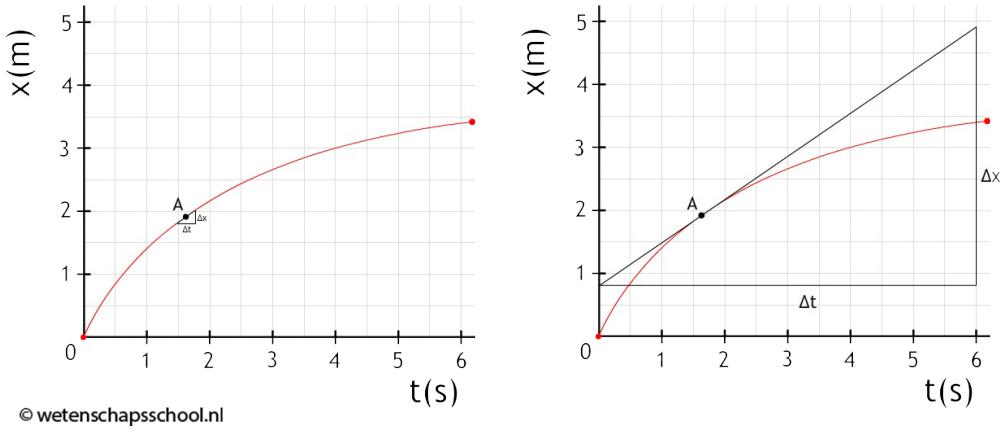
$$v_{gem} = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}$$





TESTVERSIE

In het onderstaande (x,t)-diagram is de snelheid niet constant. Als we de snelheid op bijvoorbeeld tijdstip A willen bepalen, dan kunnen we dit doen door een klein driehoekje te tekenen en hiermee de snelheid te berekenen (zie de linker afbeelding). Dit is echter lastig meten en levert daardoor een zeer onnauwkeurig antwoord op. We kunnen dit probleem oplossen door het kleine lijnstukje in beide richtingen zoveel mogelijk te verlengen (zie de rechter afbeelding). De verlengde lijn noemen we een **raaklijn**. Omdat de raaklijn **net zo steil** loopt als het oorspronkelijke lijntje vinden we hier **dezelfde snelheid**.



We bepalen hiermee de snelheid op één tijdstip. De bijbehorende tijdsduur Δt is oneindig klein en hetzelfde geldt voor de bijbehorende verplaatsing Δx. In dat geval noteren we "Δx" als "dx" en "Δt" als "dt". De formule voor de snelheid op één moment is dus:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

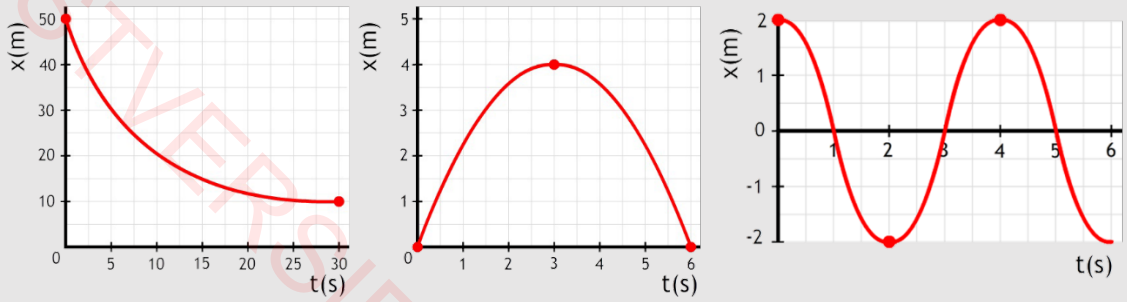
De snelheid op tijdstip A in het bovenstaande diagram wordt hiermee:

$$v = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}$$

INSTRUCTIEVIDEO (x,t)-DIAGRAM & RAAKLIJN

Zorg dat je bewegingen in een (x,t)-diagram kan herkennen en schetsen

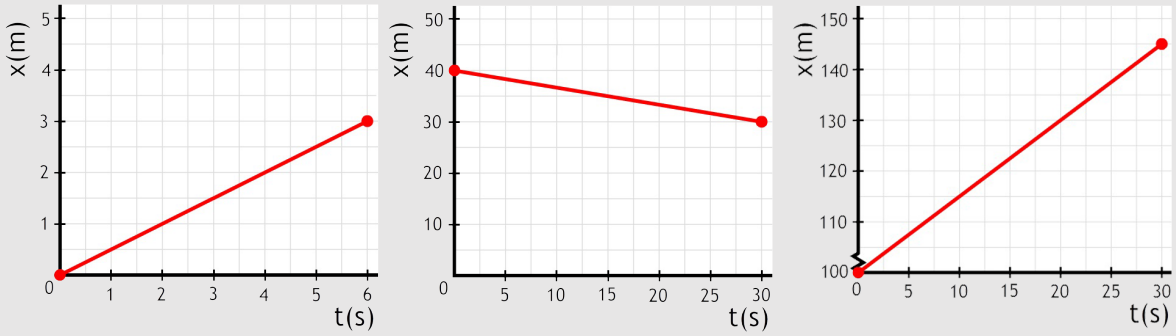
1. Ga naar deze opdracht op de website met behulp van de onderstaande QR-code en speel het programma uit (of maak het stencil aan het eind van deze paragraaf).
2. (3p) Noteer waar je op moet letten bij het aflezen van een (x,t)-diagram. Hoe herken je stilstand, constante snelheid, versnelling en vertraging?
3. (11p) Beschrijf de beweging van de voorwerpen in de volgende (x,t)-diagrammen:



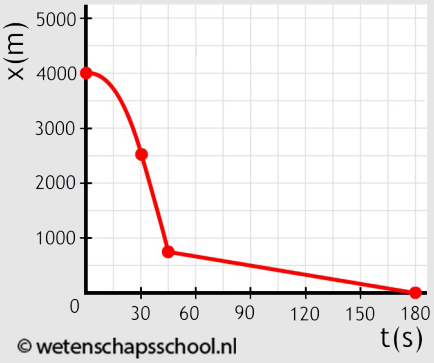
TESTVERSIE

Zorg dat je de snelheid kan bepalen met behulp van een (x,t)-diagram

4. (6p) Bereken de snelheid van de voorwerpen die in de volgende (x,t)-diagrammen beschreven zijn.



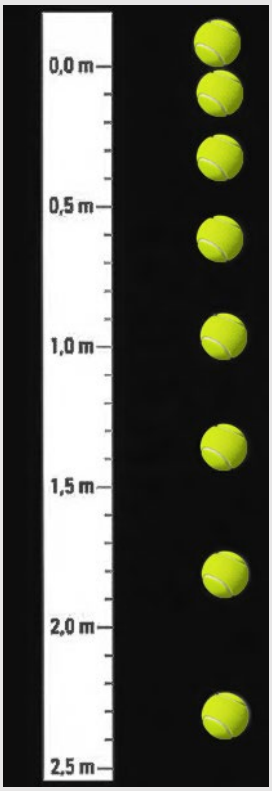
5. Hiernaast zien we een (x,t)-diagram waarmee de beweging van een parachutespringer wordt beschreven. De x staat hier voor de hoogte van de springer.



   a. (1p) Bepaal op welke hoogte de parachute werd geopend. Leg uit hoe je op dit antwoord bent gekomen.
   b. (1p) Bepaal de beginsnelheid van de springer. Leg uit hoe je op dit antwoord bent gekomen.
   c. (3p) Bepaal de maximale snelheid die de springer bereikt.

Zorg dat je kan redeneren met een stroboscopische foto

6. Hiernaast zien we een stroboscopische foto van een vallende tennisbal. Een stroboscoop is een lamp die met een vaste frequentie lichtflitsen produceert. Als gevolg zie je de bal telkens een stukje verplaatst op de foto. Dit is een goede manier om beweging te bestuderen. Deze stroboscoop maakt 10 flitsen per seconde.



   a. (3p) Bepaal hoelang de gehele beweging in de foto geduurd heeft.
   b. (4p) Maak een (x,t)-diagram van de beweging. Gebruik hiervoor telkens de positie van de onderkant van de tennisbal.
   c. Voor de valbeweging geldt:

      $$\Delta x = \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

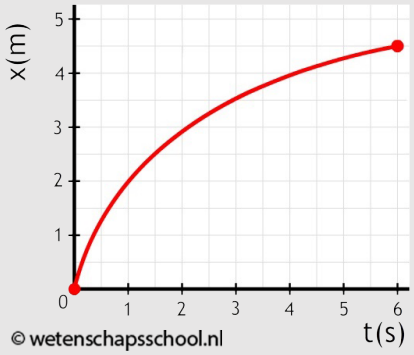
      Pas een coördinaattransformatie toe en vind hiermee zo nauwkeurig mogelijk de waarde van g.

TESTVERSIE

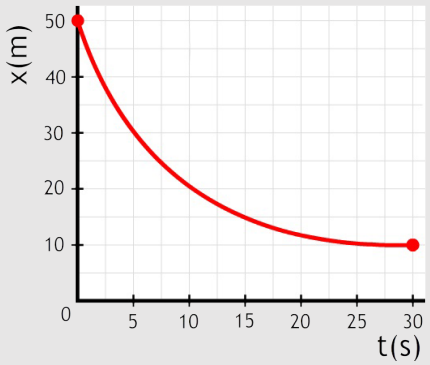
Zorg dat je de snelheid op een tijdstip kan bepalen met een raaklijn

7. (1p) Beschrijf hoe je de snelheid kan bepalen op een specifiek moment met behulp van een (x,t)-diagram.

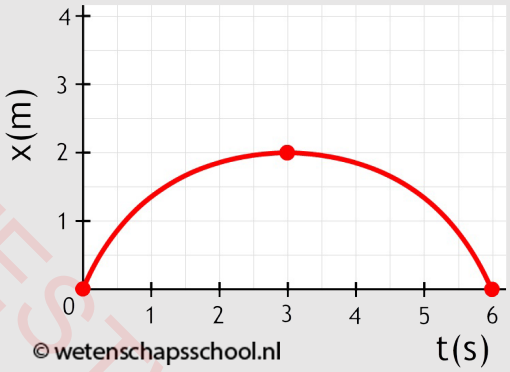
8. (3p) Bepaal de snelheid op tijdstip t = 2,0 s:



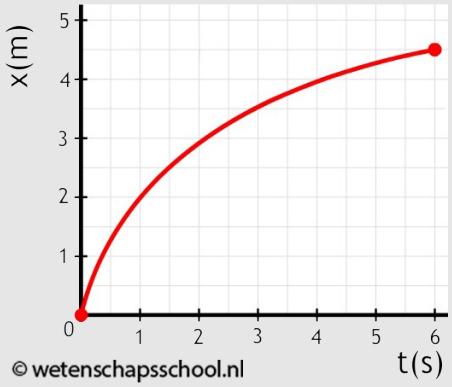
9. (3p) Bepaal de snelheid op tijdstip t = 5,0 s.



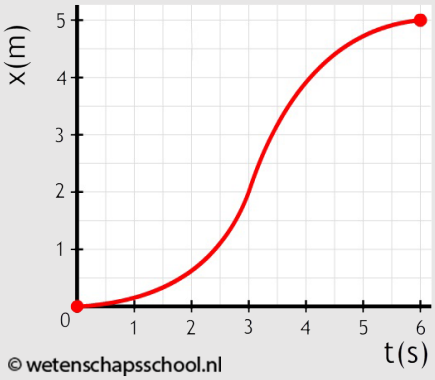
10. (7p) Bepaal de beginsnelheid, de eindsnelheid en de snelheid op tijdstip t = 3,0 s.



11. (3p) Een persoon geeft een duw tegen een bal. Hieronder wordt de beweging van deze bal beschreven. Op tijdstip t = 0 s kwam de bal los van de hand van de persoon. Bepaal de snelheid van de bal op dat moment.

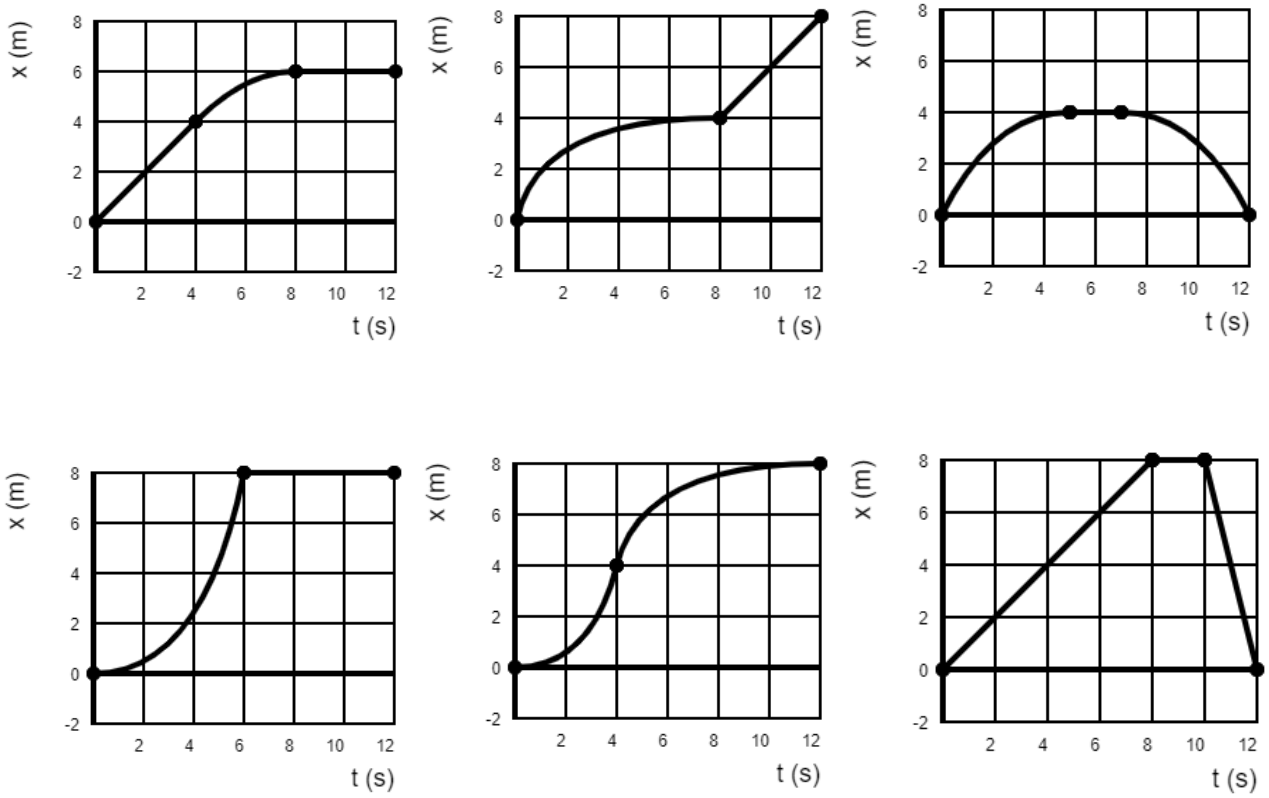


12. (3p) Bepaal de maximale snelheid in het volgende diagram:



TESTVERSIE

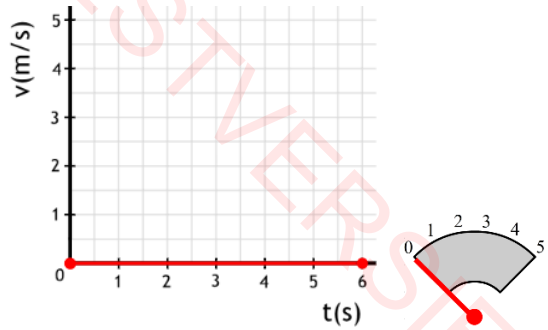
Stencil beweging
Beschrijf de bewegingen die zijn weergegeven in de onderstaande (x,t)-diagrammen. Benoem hier voor elk deel van de grafiek of we te maken hebben met stilstand, constante snelheid, versnelling of vertraging.

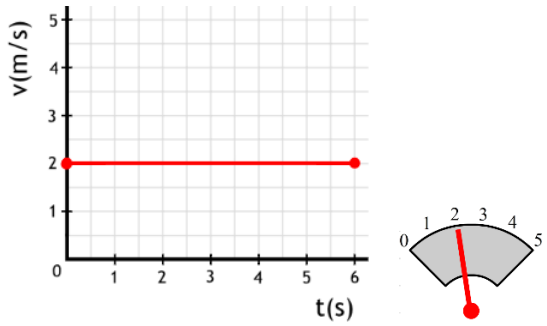


§4 Het (v,t)-diagram

In deze paragraaf bespreken we de zogenaamde (v,t)-diagrammen. Ook hiermee kunnen we beweging beschrijven. Ook gaan we leren de gemiddelde snelheid te bepalen met behulp van dit type diagram.

Een **(v,t)-diagram** is een diagram met op de horizontale as de **tijd** (**t**) en op de verticale as de **snelheid** (**v**). Hieronder zijn een aantal bewegingen beschreven met behulp van dit type diagram (met de onderstaande QR-code kan je bijbehorende animaties zien). Links zien we een grafiek waarbij de snelheid van een voorwerp de gehele beweging gelijk is aan **0 m/s**. Het voorwerp staat in dit geval dus **stil**. In de tweede afbeelding zien we een voorwerp waarbij de snelheid de gehele tijd 2,0 m/s blijft. Hier hebben we dus te maken met een **constante snelheid**.

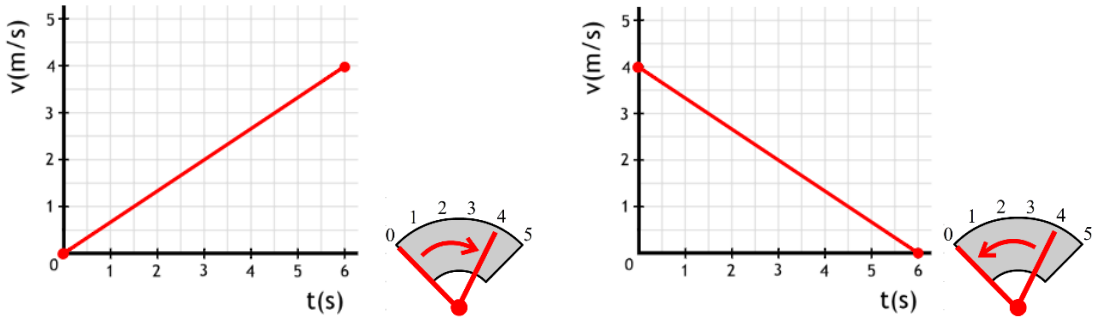




ANIMATIE (v,t)-DIAGRAM

TESTVERSIE

Linksonder zien we een diagram waarbij de snelheid van een voorwerp toeneemt. Er is hier dus sprake van een **versnelling**. Rechts neemt de snelheid juist af. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**. Let erop dat een vertraging niet betekent dat het voorwerp achteruit gaat. In dit geval gaat het voorwerp **vooruit**, maar steeds **langzamer**!

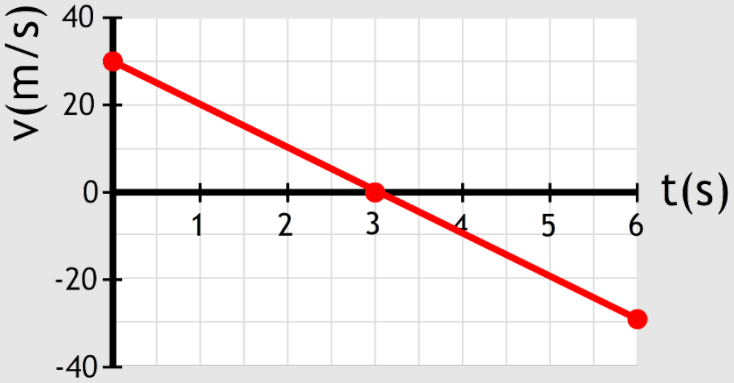


Ook **achteruit** bewegen kunnen we in een (v,t)-diagram weergegeven. Dit doen we met behulp van **negatieve snelheden**. In het onderstaande voorbeeld kan je leren hoe dit werkt:

Voorbeeld

Opdracht:
In het onderstaande (v,t)-diagram zien we de beweging van een karretje dat tegen een helling op rolt en er daarna achteruit weer vanaf rolt. Beschrijf deze beweging in detail.

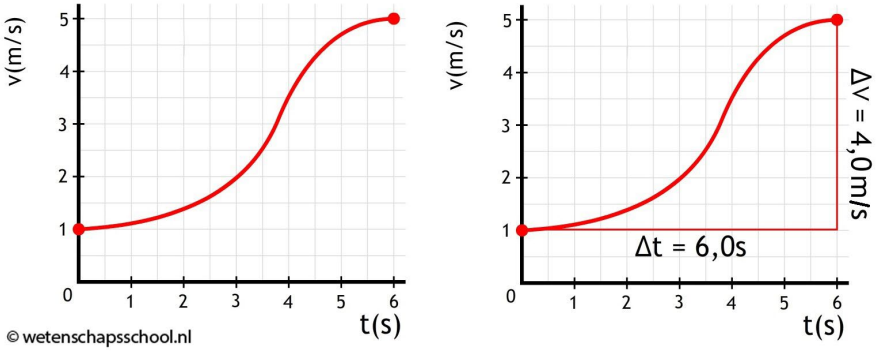
Antwoord:
In de eerste drie seconden **neemt de snelheid af**. We hebben hier dus te maken met een **vertraging**. De snelheid is **positief**, dus het karretje beweegt hier **naar voren**. Op t = 3,0 s is de snelheid even **0 m/s**. Op dit punt staat het karretje dus een moment **stil**. In de laatste drie seconden wordt de snelheid **negatief**. Hier beweegt het karretje dus **achteruit**. De snelheid **neemt** hier **toe** in negatieve richting. Het karretje is hier dus aan het **versnellen**.



Met een (v,t)-diagram kunnen we ook de **gemiddelde versnelling** bepalen. In het rechter diagram is de toename van de snelheid Δv gelijk aan 4,0 m/s. De tijdsduur Δt van de beweging is 6,0 seconden. De gemiddelde versnelling is dus:

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

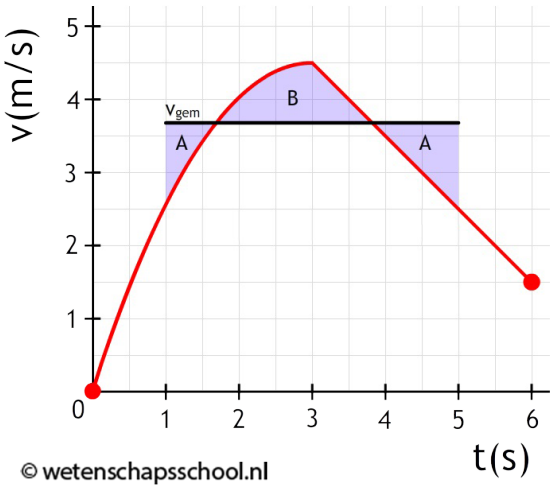
$$a_{gem} = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}^2$$



INSTRUCTIE (v,t)-DIAGRAM

PROEFVERSIE

De **gemiddelde snelheid** is ook te bepalen met behulp van een (v,t)-diagram. Stel dat we bijvoorbeeld de gemiddelde snelheid willen weten van de rechter beweging van tijdstip t = 1,0 s tot t = 5,0 s. We trekken hiervoor een horizontale lijn, waarbij **oppervlaktes boven de grafiek maar onder de lijn** (**A**) gelijk zijn aan **oppervlaktes onder de grafiek maar boven de lijn** (**B**). Deze lijn geeft dan de gemiddelde snelheid aan. In dit geval is de gemiddelde snelheid 3,7 m/s.



We kunnen in een (v,t)-diagram ook de **versnelling op één moment bepalen**. Dit doen we met behulp van een **raaklijn** (zie de vorige paragraaf). De formule voor de versnelling wordt in dat geval:

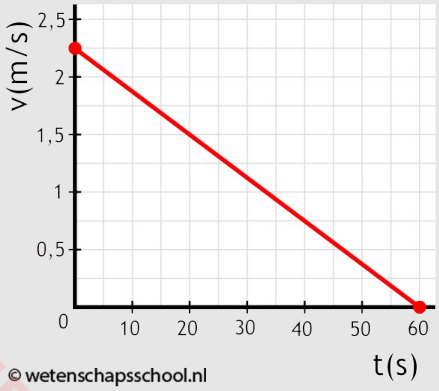
$$a = \frac{dv}{dt}$$

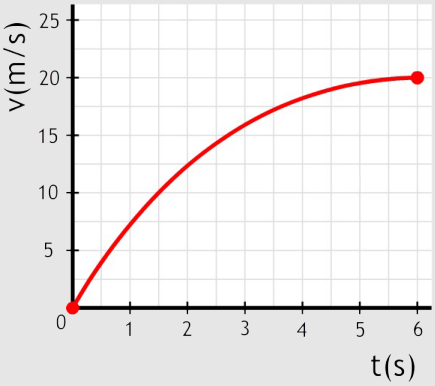
Zorg dat je beweging in een (v,t)-diagrammen kan herkennen en schetsen

1. Ga naar deze opdracht op de website met behulp van de onderstaande QR-code en speel het programma uit (of maak het stencil aan het einde van de paragraaf).

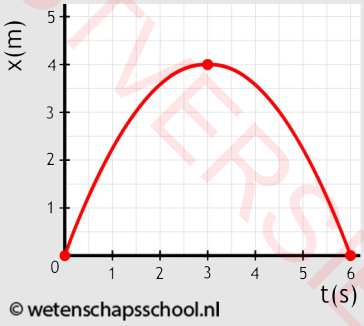
2. (3p) Noteer waar je op moet letten bij het aflezen van een (v,t)-diagram. Hoe herken je stilstand, constante snelheid, versnelling en vertraging. Noteer ook hoe je weergeeft dat een voorwerp achteruit beweegt.

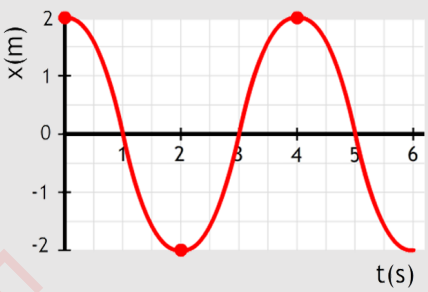
3. (4p) Beschrijf de beweging in de volgende diagrammen. Geef telkens aan of het voorwerp versnelt of vertraagt. Geef ook aan of het voorwerp vooruit of achteruit beweegt.





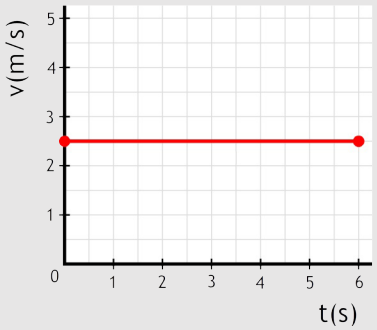
4. (6p) Schets bij de volgende (x,t)-diagrammen het bijbehorende (v,t)-diagram:

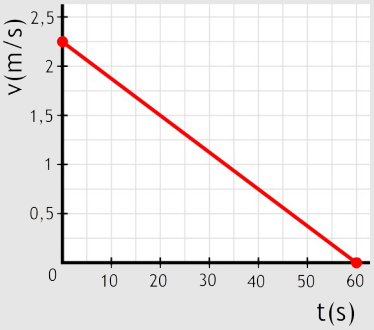


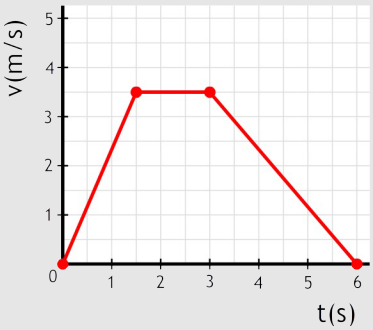


TESTVERSIE

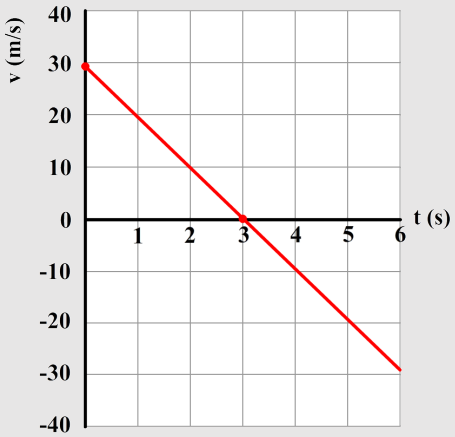
5. (5p) Schets bij de volgende (v,t)-diagrammen het bijbehorende (x,t)-diagram:







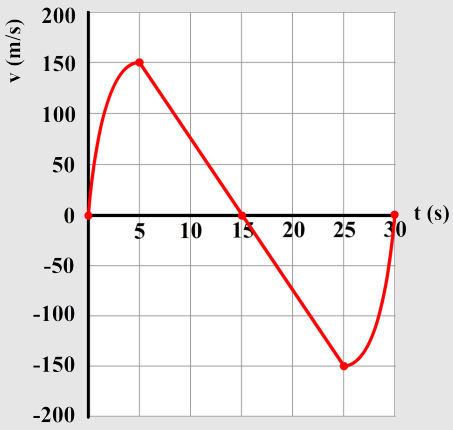
6. In het onderstaande (v,t)-diagram wordt de beweging van een omhooggeschoten kogel beschreven.



a. (1p) Beschrijf de beweging tussen tijdstip t = 0 en t = 3 s.

b. (1p) Beschrijf de beweging tussen tijdstip t = 3 en t = 6 s.

7. In het onderstaande diagram is de beweging van een kleine raket beschreven die eerst opstijgt en daarna weer land.



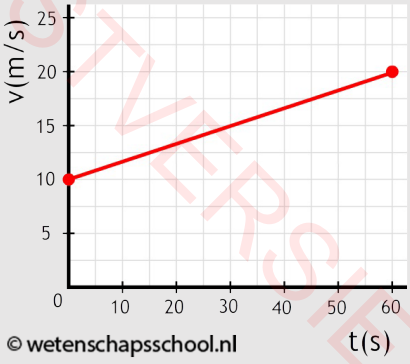
a. (1p) Leg uit op welk tijdstip de raket zijn hoogste punt bereikt.

b. (1p) Leg uit of de raket de eerste 5 seconden versnelt of vertraagt.

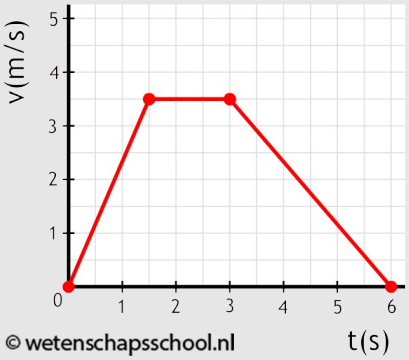
c. (1p) Leg uit of de raket tussen t = 15 s en t = 25 seconde versnelt of vertraagt.

Zorg dat je de versnelling en de gemiddelde snelheid kan bepalen in een (v,t)-diagram

8. (3p) Bepaal de versnelling van de volgende beweging:

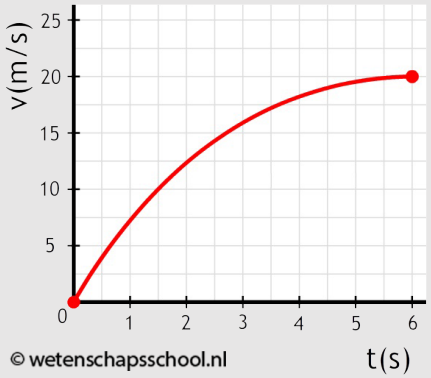


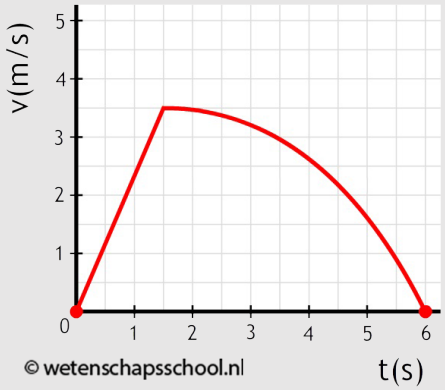
9. (5p) Het volgende diagram bestaat uit drie delen. Bepaal voor elk deel de versnelling.



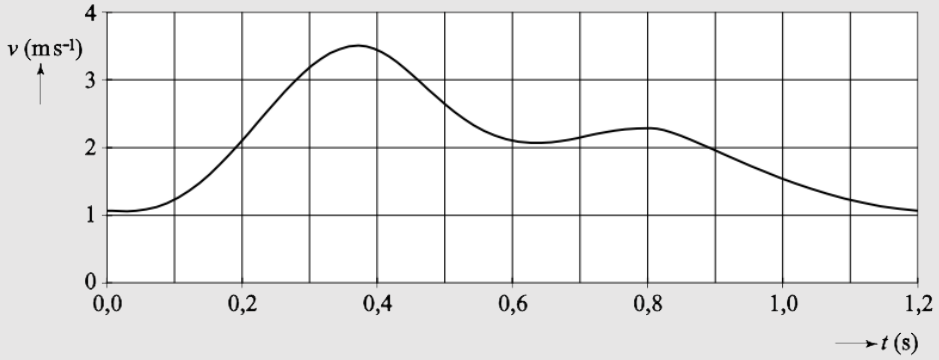
TESTVERSIE

10. (4p) Bepaal de gemiddelde snelheid van de volgende bewegingen:





11. In de onderstaande afbeelding zien we het (v,t)-diagram van een zwemslag.

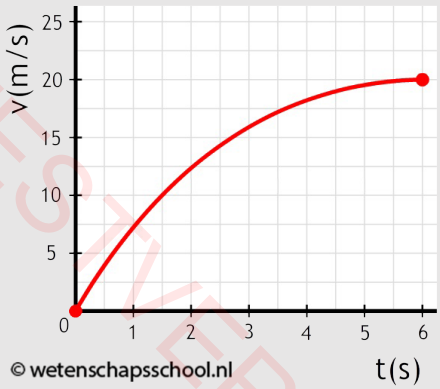


a. (2p) Bepaal de gemiddelde snelheid van de zwemmer tijdens de eerste 0,50 seconden.

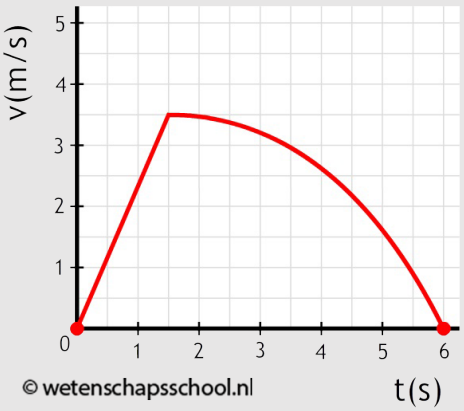
b. (2p) Bepaal hoeveel afstand de zwemmer in deze tijd heeft afgelegd.
(bron: examen VWO 2011-2)

Zorg dat je de versnelling kan bepalen op een tijdstip met een raaklijn

12. (4p) Hieronder is de beweging van een optrekkende auto beschreven. Bepaal de maximale versnelling en de maximale snelheid tijdens de beweging.

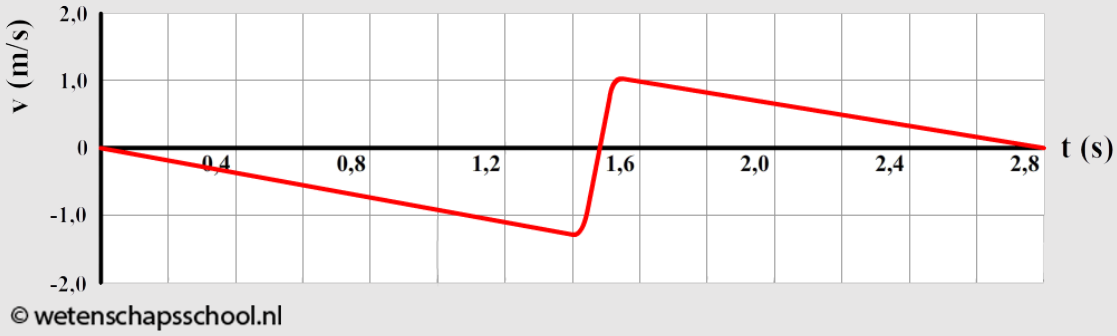


13. (5p) Bepaal de versnelling op tijdstip t = 1,0 s en t = 4,0 s.



TESTVERSIE

14. Hieronder is het (v,t)-diagram weergegeven van de beweging van een jojo. Op tijdstip t = 0 is het koord volledig om de jojo gewikkeld en laat de persoon de jojo los.



a. (1p) Leg uit op welk moment de jojo op zijn laagste punt is.

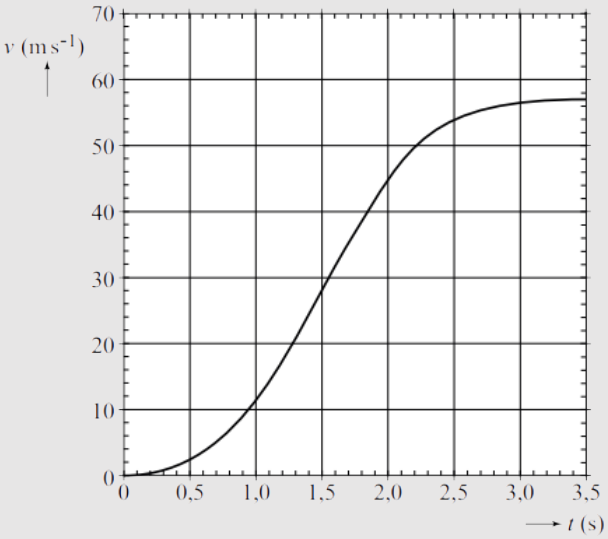
b. (3p) Op het laagste punt ondergaat de jojo een plotselinge versnelling waarbij de jojo van richting verandert. Bepaal de versnelling waarmee dit gebeurt.

15. In het onderstaande (v,t)-diagram zien we de versnelling van een karretje op een horizontale baan aan het begin van een supersnelle achtbaan.

a. (1p) Een leerling analyseert de grafiek en concludeert dat we hier eerst te maken hebben met een versnelling en dat het voorwerp daarna vertraagt totdat de snelheid constant is. Heeft de leerling gelijk?

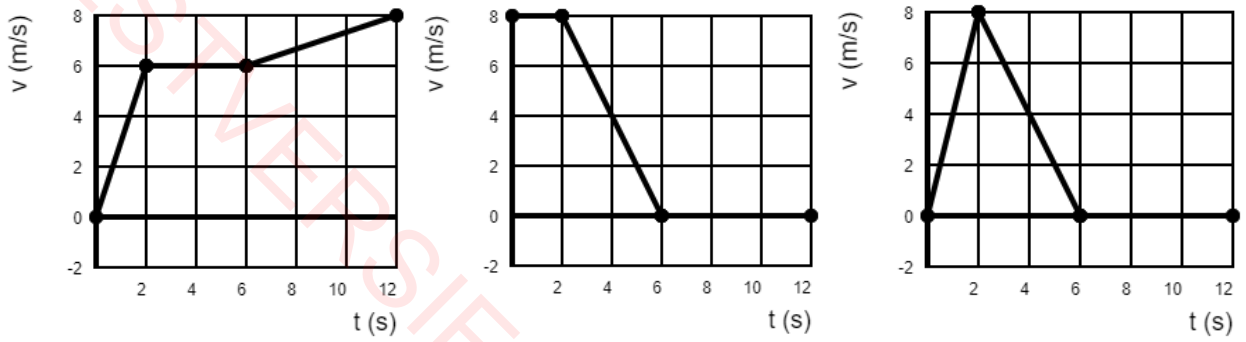
b. (4p) Vind de maximale versnelling die de achtbaankar ondergaat en druk je antwoord uit in g

c. (2p) Bepaal de gemiddelde versnelling van de achtbaankar. (bron: examen VWO 2010-1)

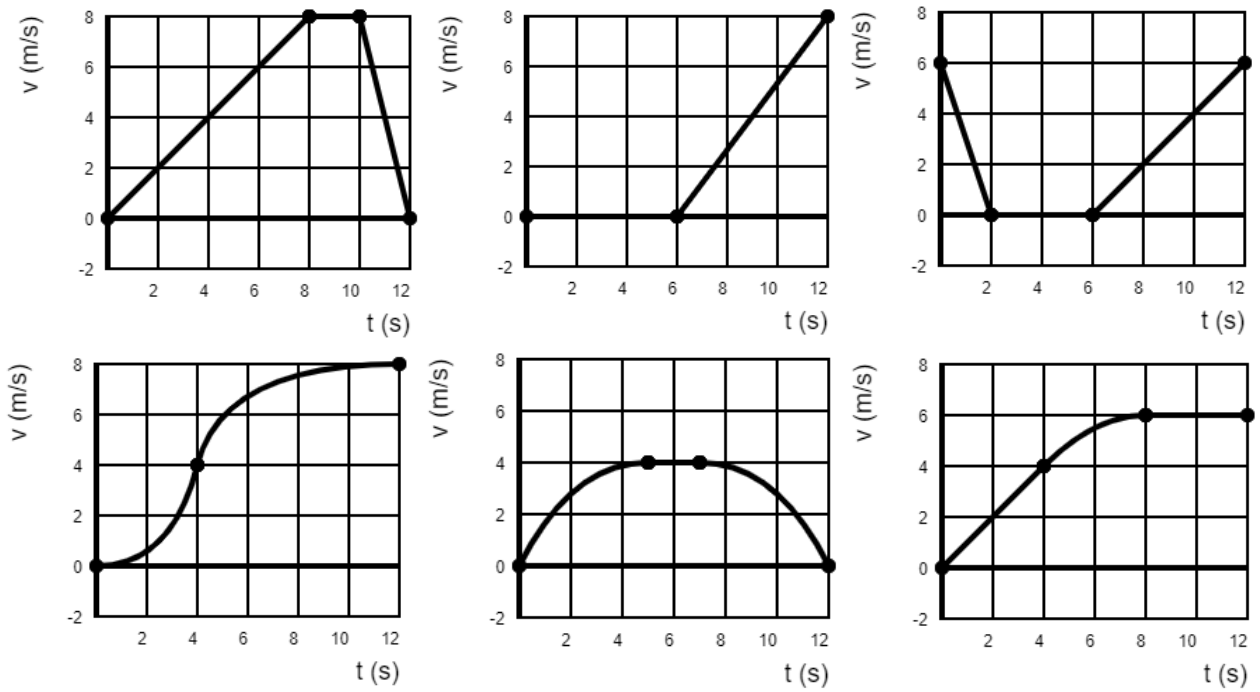


Stencil beweging

Beschrijf de bewegingen die zijn weergegeven in de onderstaande (v,t)-diagrammen. Benoem hier voor elk deel van de grafiek of we te maken hebben met stilstand, constante snelheid, versnelling of vertraging.



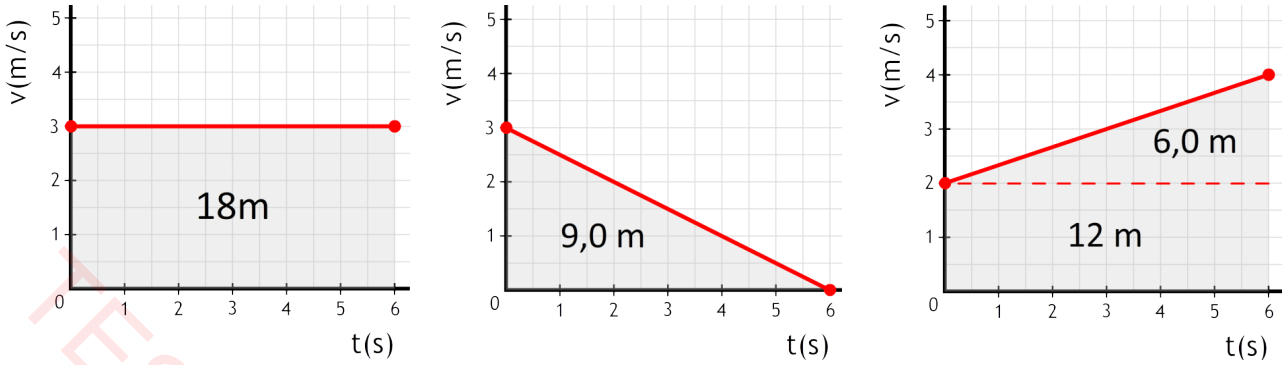
EXAMENSTIE



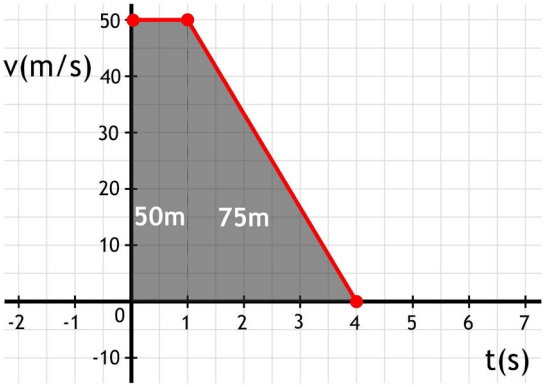
§5 De oppervlaktemethode

In deze paragraaf gaan we een techniek leren waarmee we de verplaatsing kunnen bepalen met behulp van (v,t)-diagrammen. We noemen dit de oppervlaktemethode.

We kunnen met een (v,t)-diagram ook de verplaatsing van een voorwerp bepalen. De **oppervlakte onder de (v,t)-grafiek** blijkt namelijk gelijk te zijn de **verplaatsing** (**Δx**) van het voorwerp. In het linker onderstaande diagram is het oppervlak gelijk aan 6,0 × 3,0 = 18 m. Het voorwerp heeft hier dus 18 meter afgelegd. In het middelste voorbeeld is het oppervlak een driehoek gelijk aan (6,0 × 3,0)/2 = 9,0 m. Dit voorwerp heeft dus 9 meter afgelegd. In de rechter afbeelding bestaat het oppervlak onder de grafiek uit een rechthoek en een driehoek. Het oppervlak geeft een verplaatsing van 2 × 6 + (2 × 6)/2 = 18 m.



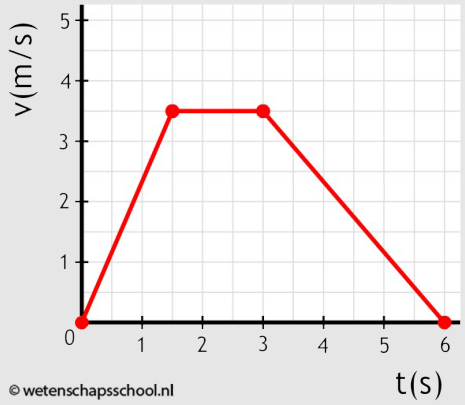
Hiernaast zien we het (v,t)-diagram van een remmend voertuig. Op tijdstip t = 0 s springt een stoplicht op rood. Zoals je in het diagram kunt zien, duurt het nog 1,0 seconde voordat de bestuurder hierop reageert door op zijn rem te trappen. De **reactietijd** van de bestuurder is dus 1,0 seconde. Na de reactietijd duurt het in dit voorbeeld nog 3 seconden voordat het voertuig stil staat. De afstand die het voertuig gedurende de reactietijd aflegt noemen we de **reactieafstand**. In dit geval is dit 50 × 1 = 50 m. De afstand die het voertuig tijdens het remmen aflegt noemen we de **remweg**. In dit geval is dat (50 × 3)/2 = 75 m. De reactieafstand en de remweg samen noemen we de **stopafstand**. In het bovenstaande voorbeeld is de stopafstand gelijk aan 50 + 75 = 125 m.



TESTVERSIE

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Bereken de gemiddelde snelheid van de volgende beweging:



Antwoord:
Het oppervlak onder de grafiek is gelijk aan de verplaatsing Δx. Het oppervlak is:

$$\frac{1,5 \times 3,5}{2} + 1,5 \times 3,5 + \frac{3 \times 3,5}{2} = 13,1 \text{ m}$$

In de grafiek zien we dat de beweging 6,0 seconden geduurd heeft. Met deze gegevens kunnen we de gemiddelde snelheid berekenen:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{13,1}{6,0} = 2,2 \text{ m/s}$$

De gemiddelde snelheid is dus 2,2 m/s.

In sommige gevallen kunnen we het oppervlak onder de grafiek niet met een simpele formule bepalen. In dat geval is het nodig om de **hokjes onder de grafiek** te tellen. In het onderstaande voorbeeld laten we zien hoe dit moet.

🛠 Voorbeeld

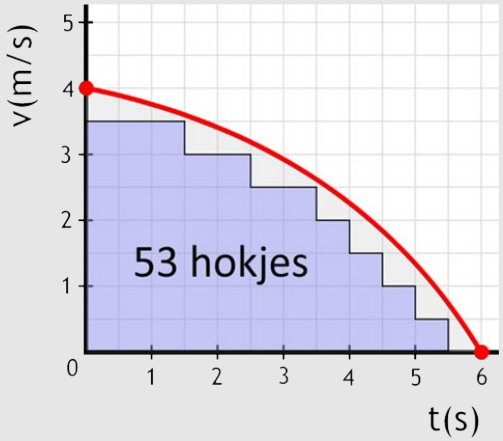
Opdracht:
In het onderstaande (v,t)-diagram wordt het remmen van een voertuig beschreven. Bepaal hoeveel meter het voertuig heeft afgelegd tijdens het remmen.

Antwoord:
De **afgelegde afstand** tijdens het remmen is gelijk aan het **oppervlak onder de grafiek**. We gaan dit bepalen door **hokjes te tellen**. In de rechter afbeelding is te zien dat er **53 hele hokjes** onder de grafiek te vinden zijn.

Bij het overgebleven oppervlak moeten we zo goed mogelijk **schatten** hoeveel hokjes dit zijn. Ga zelf na dat dit ongeveer **9,5 hokjes** zijn (in een filmpje op de website laat ik precies zien hoe je dit kan doen). In totaal hebben we dus 53 + 9,5 = 62,5 hokjes.

Elk hokje heeft een oppervlak van 0,5 × 0,5 = 0,25 m. De totale verplaatsing is dus:

$$62,5 \times 0,25 = 15,6 \text{ m}$$

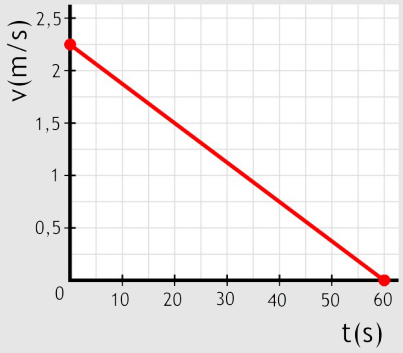


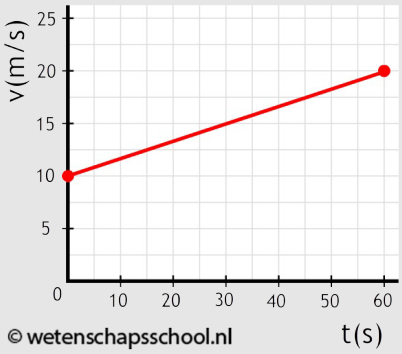
TEST VERSIE

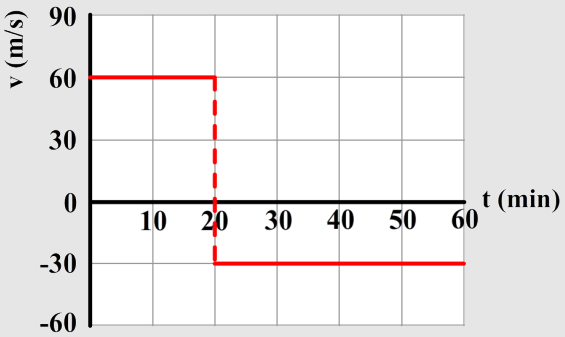
INSTRUCTIE (v,t)-OPPERVLAKTE-METHODE

Zorg dat je kan rekenen met de oppervlaktemethode

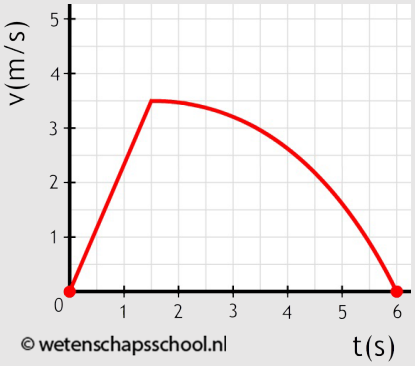
1. (12p) Bepaal voor elk van de volgende diagrammen de verplaatsing:



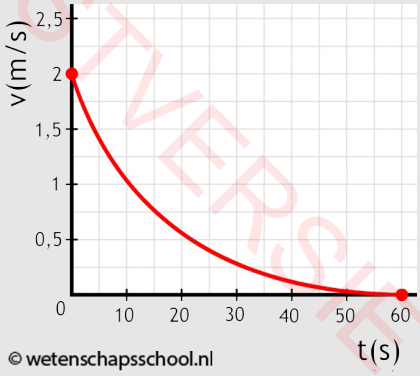




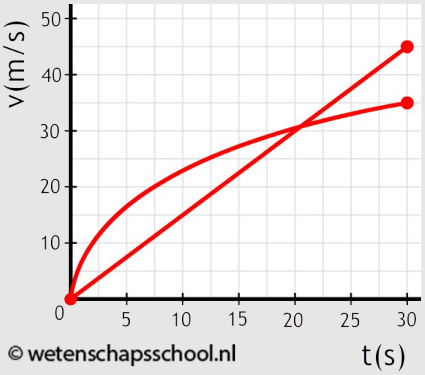
2. (4p) Bepaal de verplaatsing behorende bij de beweging in het onderstaande (v,t)-diagram:



3. (2p) Een bal wordt een heuvel opgerold. Bepaal de afstand die de bal aflegt:

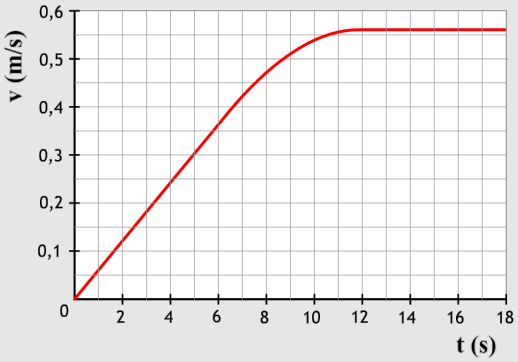


4. (2p) Twee auto's vertrekken vanaf dezelfde positie. Een leerling beweert dat de ene auto de ander na ongeveer 20 seconden inhaalt. Een andere leerling is het hier niet mee eens en beweert dat de auto's elkaar pas na langer dan 30 seconden inhalen. Leg uit wie er gelijk heeft.



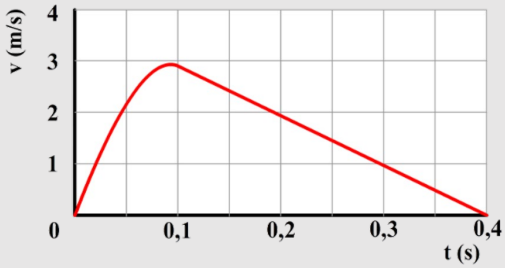
TESTVERSIE

5. (6p) Hieronder zien we een (v,t)-diagram van een auto die wordt weggesleept. De auto moet 20 meter verplaatst worden. Zoals je in het diagram kan zien neemt de snelheid eerst toe. Na t = 12 seconden blijft de snelheid constant totdat de 20 meter gehaald is. Hoelang duurt het verplaatsen van de auto?



(bron: examen VWO 2002-2)

6. Het onderstaande (v,t)-diagram beschrijft een sprong van een volleybalspeler.



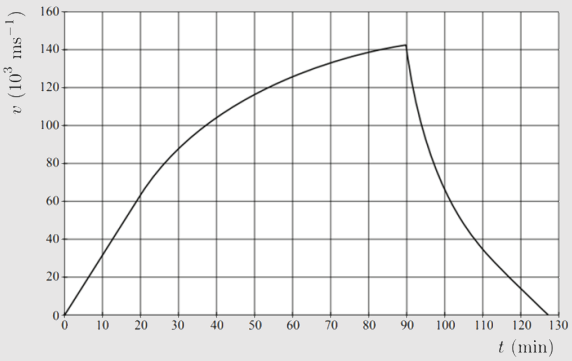
a. (1p) Op welk moment bereikt de speler het hoogste punt van zijn sprong? Leg je keuze uit.

b. (2p) Bepaal met behulp van het diagram hoe hoog de persoon gesprongen heeft.

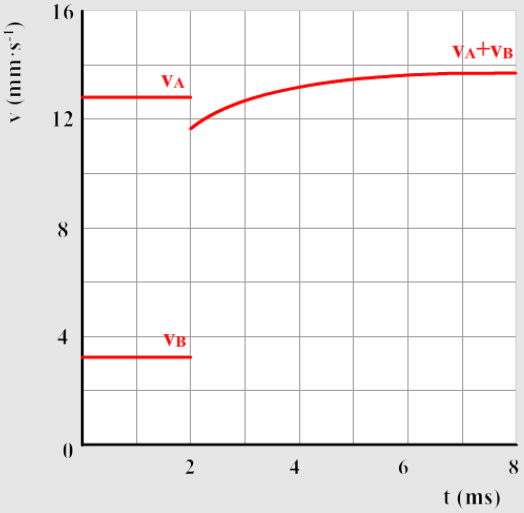
c. (3p) Bepaal de versnelling die de springer bij het begin van het afzetten ondervond.

d. (2p) Schets hoe de grafiek eruit zou zien als de springer twee identieke sprongen achter elkaar zou maken.
(bron: examen VWO 2015-1)

7. 2p) Bepaal hoeveel meter is afgelegd in de beweging die in het onderstaande (v,t)-diagram is weergegeven:

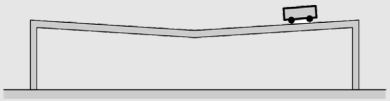


8. (3p) Regendruppels ontstaan als kleine waterdruppels in een wolk beginnen te fuseren. Door hun grotere snelheid halen grotere druppels kleinere druppels in. Als de druppels botsen, ontstaan grotere regendruppels. In de rechter grafiek zien we een (v,t)-diagram van het fuseren van de twee druppels A en B. Bepaal hoeveel meter druppel A achterliep op druppel B op tijdstip t = 0 s.
(bron: examen VWO 1987-2)



TEST VERSIE

9. Hieronder zien we een rail met in het midden een knik. Op de rail wordt een karretje gezet, zoals hieronder te zien is.

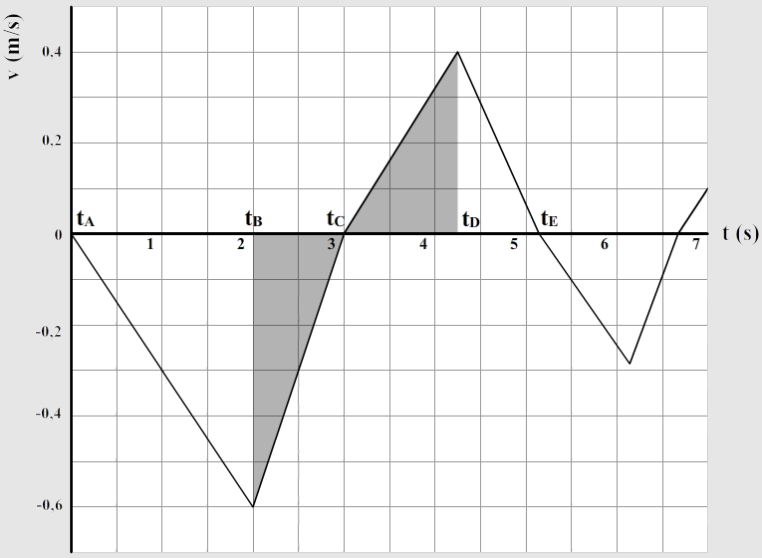


De kar wordt vanuit de beschreven positie op het tijdstip t = 0 s losgelaten. Dit tijdstip noemen we t_A. De kar gaat dan over de rail heen en weer bewegen. Het laagste punt van de baan noemen we de evenwichtsstand. De snelheid langs de baan van het zwaartepunt van de kar is hieronder als functie van de tijd weergegeven. Als de kar naar links beweegt, is de snelheid negatief gekozen.

a. (1p) Leg uit waar het karretje zich bevindt op tijdstip t_c

b. (2p) De twee gearceerde oppervlaktes in het diagram zijn noodzakelijk even groot. Leg uit waarom dit het geval is.

c. (VWO,4p) Teken het bijbehorende (x,t)-diagram van de beweging van t_A tot t_D. Zorg hier dat x positief is als de kar zich rechts van de evenwichtsstand bevindt en negatief als de kar zich links van de evenwichtsstand bevindt.
(bron: examen VWO 1986-2)



§6 Oefentoets

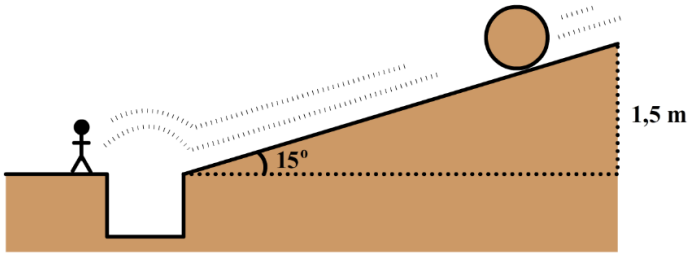
De kogel
Een persoon schiet een geweer horizontaal af. De kogel verlaat de loper met een snelheid van 1,5 x 10^3 km/h en raakt een flesje dat op 35 meter afstand staat.

1 (3p) Laat met een berekening zien dat het 0,084 seconden duurt voordat de kogel de fles raakt. Verwaarloos hierbij de wrijvingskrachten.

De loop van het geweer heeft een lengte van 42 cm.

2 (5p) Bereken de versnelling die de kogel gedurende de beweging in de loop heeft ondergaan. Ga uit van een eenparige versnelling.

Indiana
De avonturier Indiana steelt een gouden beeld uit een Aztekentempel. Maar dan blijkt hij in de val te zijn gelopen! Bij het optillen van het beeld wordt een mechanisme in werking gezet waardoor een gigantische ronde steen achter hem aan begint te rollen. De steen rolt vanuit stilstand met een versnelling van 2,5 m/s^2 van een helling naar beneden. De helling heeft een hoogte van 1,5 meter en een hellingshoek van 15 graden. Alleen als Indiana snel genoeg naar beneden loopt en over een groot gat in de grond springt, kan hij het overleven.



Om te berekenen hoelang het duurt voordat de steen beneden aankomt hebben we de volgende formule nodig:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

3 (4p) Leid deze formule af met behulp van de formules uit het hoofdstuk. Laat hiervoor eerst zien dat geldt:

$$\Delta x = \frac{1}{2}v_e\Delta t$$

4 (4p) Bereken hoelang Indiana de tijd heeft om aan de steen te ontsnappen.

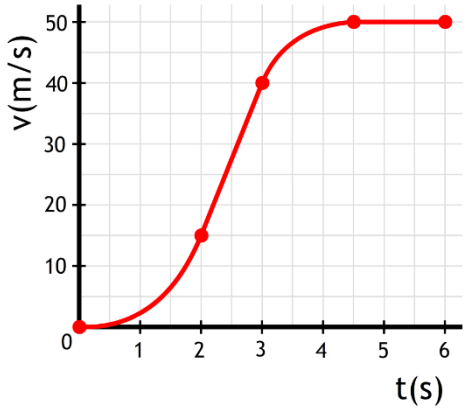
(x,t) en (v,t)

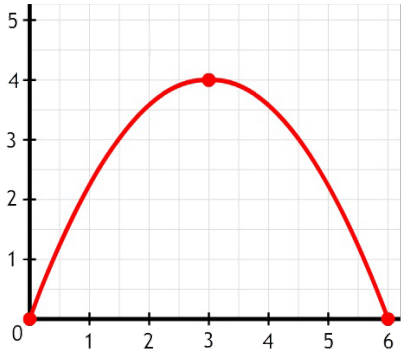
5 (2p) In het **linker** onderstaande (v,t)-diagram is een beweging beschreven. Schrijf bij elk deel van deze beweging op of we te maken hebben met stilstand, een constante snelheid, een versnelling of een vertraging.

6 (2p) Bepaal de maximale versnelling bij deze beweging.

7 (3p) Bepaal de afstand die bij deze maximale snelheid is afgelegd.

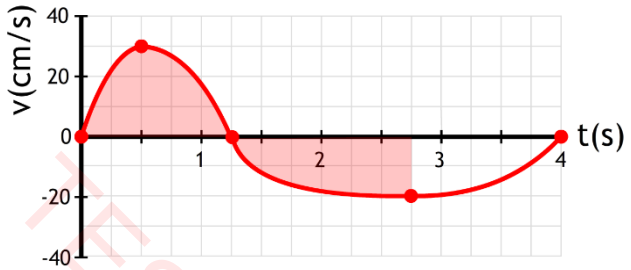
8 (4p) In het onderstaande **rechter** diagram is wederom een beweging beschreven. Beschrijf de beweging in het geval we hier te maken hadden met een (x,t)-diagram en als we te maken hadden met een (v,t)-diagram. Geef telkens aan of we te maken hebben met stilstand, een constante snelheid, een versnelling of een vertraging en noteer telkens of het voorwerp vooruit of achteruit gaat.





De boksbal

Een persoon slaat op de kermis tegen een boksbal. De beweging van het massamiddelpunt van de boksbal is hieronder weergegeven. Op t = 0 wordt de bal geraakt.



9 (2p) Leg duidelijk uit dat de boksbal op t = 1,25 s maximaal is uitgeweken.

10 (2p) Bepaal welke afstand de boksbal maximaal is uitgeweken.

11 (2p) Bepaal de versnelling die de boksbal bij de eerste impact maakt.

12 (2p) De twee gekleurde oppervlakten in het diagram zijn precies even groot aan elkaar. Leg uit waarom dit waar is, zelfs als de luchtwrijvingskracht niet te verwaarlozen is.

TESTVERSIE

Hoofdstuk 3
Kracht

§1 Soorten kracht

In dit hoofdstuk gaan we leren over krachten. Dit is een van de belangrijkste onderwerpen in de natuurkunde. We beginnen deze paragraaf met het introduceren van een aantal soorten kracht. Ook introduceren we de formules voor de veerkracht en de zwaartekracht en voor het VWO ook nog de schuifwrijvingskracht en de luchtwrijvingskracht.

We spreken van een **kracht** (**F**) als er aan een voorwerp geduwd of getrokken wordt. De SI-eenheid van kracht is de **newton** (**N**). In de natuurkunde geven we krachten symbolisch weer met behulp van zogenaamde **vectorpijlen**. De lengte van deze pijl geeft de grootte van de kracht aan. We kunnen de lengte van de pijl relateren aan het aantal newton door gebruik te maken van een **krachtenschaal**. Een voorbeeld van een schaal is:

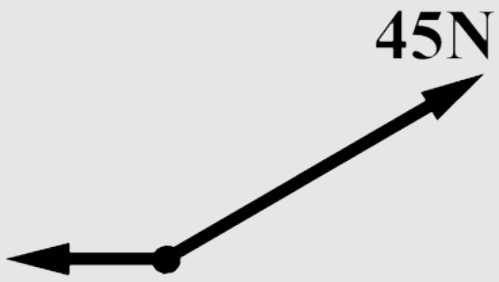
$$1,0 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 10 \text{ N}$$

Dit wil zeggen dat elke centimeter van de vectorpijl in de afbeelding **overeenkomt** met 10 N. Een pijl van 6,0 cm is bij deze schaal dus gelijk aan 60 N.

Bij veel opdrachten in dit hoofdstuk mag je zelf een schaal kiezen. Zorg in dat geval dat de pijlen niet te klein worden. Hoe groter de pijlen, hoe nauwkeuriger je antwoord zal zijn.

Voorbeeld

Opdracht:
In de onderstaande afbeelding zijn twee krachten weergegeven. De rechter kracht heeft een grootte van 45 N. Bepaal de grootte van de linker kracht.



Antwoord:
Als we de rechter kracht opmeten, dan vinden we een lengte van 4,8 cm (meet van het midden van het bolletje tot het puntje van de rechter pijl). Er geldt dus:

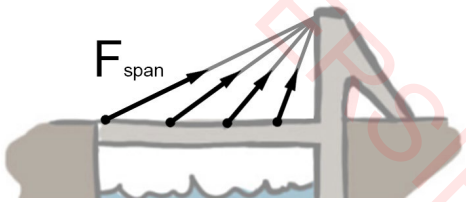
$$4,8 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 45 \text{ N}$$

Als we beide kanten door 4,8 delen, dan vinden we de **krachtenschaal** die hier gebruikt is:

$$1,0 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 9,375 \text{ N}$$

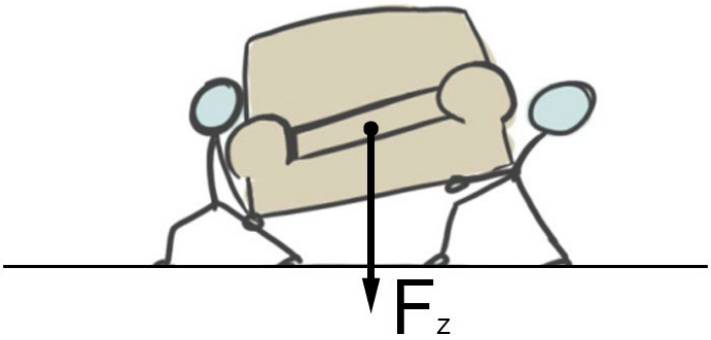
De linker pijl heeft een lengte van 2,1 cm. Volgens de krachtenschaal komt dit overeen met 2,1 × 9,375 = 20 N.

Er bestaan verschillende soorten krachten. Vanzelfsprekende krachten zijn bijvoorbeeld de **spierkracht** (**F_{spier}**) en de **motorkracht** (**F_{motor}**). Hieronder is de **spankracht** (**F_{span}**) afgebeeld. Dit is de kracht waarmee een koord of kabel aan een voorwerp trekt. In het onderstaande voorbeeld zorgen spankrachten in kabels ervoor dat een brug omhooggehouden wordt.



TEGEVERSIE

Hieronder is de **zwaartekracht** (**F_z**) afgebeeld. De zwaartekracht zorgt ervoor dat voorwerpen richting het **centrum van de aarde** worden getrokken. Omdat het centrum van de aarde zich recht onder ons bevindt, werkt de zwaartekracht dus altijd **recht naar beneden**.



De grootte van de zwaartekracht kan berekend worden met de volgende formule:

$$F_z = m \times g$$

Zwaartekracht (F_z)	newton (N)
Massa (m)	kilogram (kg)
Valversnelling (g)	meter per seconde per seconde (m/s^2)

De massa moet in deze formule **altijd** gegeven worden in **kilogram**. De **valversnelling** (**g**) is de versnelling die een voorwerp in vrije val ondervindt. Op aarde is de valversnelling altijd gelijk aan:

$$g_{aarde} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

EXPERIMENT SPRINGEN OP DE MAAN

Op de maan voelt een voorwerp met dezelfde massa "lichter aan" (zie het filmpje met behulp van de rechter QR-code). Dit komt doordat de valversnelling op de maan veel kleiner is. De waarde van de valversnelling op verschillende hemellichamen is te vinden in BINAS.

Hieronder is de **veerkracht** (**F_{veer}**) weergegeven. Als je een veer uitrekt of induwt, dan voel je dat de veer weer terug wil naar zijn neutrale vorm. We noemen dit ook wel de **evenwichtsstand** van de veer. Als we de veer uitrekken, dan wil de veer terug naar binnen. Als we de veer indrukken, dan wil de veer terug naar buiten.

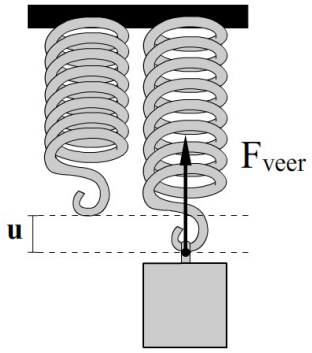
De grootte van de veerkracht kan berekend worden met de volgende formule:

$$F_{veer} = C \times u$$

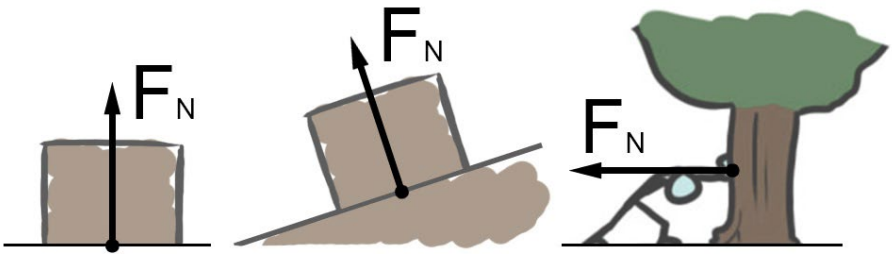
Veerkracht (F_{veer})	newton (N)
Uitwijking (u)	meter (m)
Veerconstante (C)	newton per meter (N/m)

TESTVERSIE

In de onderstaande afbeelding zien we links een veer in zijn evenwichtsstand en rechts een veer die is uitgerekt doordat er een blokje aan hangt. De **uitwijking** (**u**) is de afstand die de veer uit zijn evenwichtsstand getrokken is. Het geeft dus aan hoeveel de veer langer of korter is geworden (zie de onderstaande afbeelding). De **veerconstante** (**C**) is een maat voor de "stugheid" van een veer. Hoe hoger de veerconstante, hoe meer kracht het kost om de veer uit te rekken. Het is in de formule voor de veerkracht ook mogelijk om niet de eenheden **meter** en **newton per meter** te gebruiken, maar bijvoorbeeld **centimeter** en **newton per centimeter**.



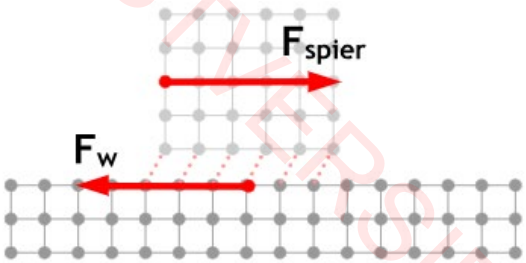
De **normaalkracht** (**F_N**) is de kracht die ervoor zorgt dat een voorwerp niet door een ondergrond heen zakt. Hieronder zien we bijvoorbeeld twee blokken die niet door de grond zakken en een persoon die niet door een boom heen kan duwen. Zoals je kunt zien wijst de normaalkracht in alle gevallen **loodrecht** op de ondergrond.

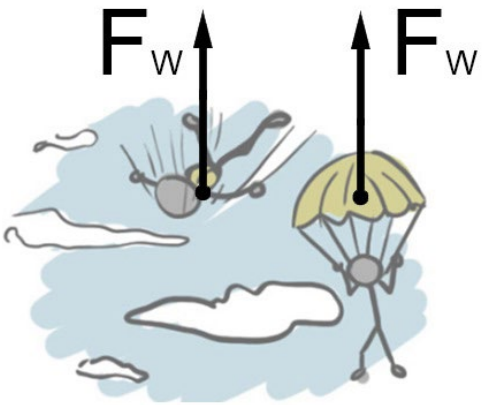


De normaalkracht ontstaat wanneer de atomen in de ondergrond dichter op elkaar worden geduwd. Als atomen te dicht op elkaar zitten, dan stoten ze elkaar af. Deze afstotende kracht is de normaalkracht (op de website is hier een animatie van te zien).

De laatste kracht die we zullen bespreken is de **wrijvingskracht** (**F_w**). Er bestaan verschillende soorten wrijvingskracht. In de onderstaande linker afbeelding wordt de **schuifwrijvingskracht** (**$F_{w,schuif}$**) afgebeeld. Deze kracht ontstaat als we een voorwerp over een ondergrond **schuiven**. De atomen aan de grond trekken aan de atomen in het voorwerp en dit zorgt voor een afremmende kracht. De schuifwrijvingskracht wijst altijd **tegen de bewegingsrichting** van het voorwerp in. Naast de schuifwrijvingskracht bestaat ook nog de **rolwrijvingskracht** (**$F_{w,rol}$**) en de **luchtwrijvingskracht** (**$F_{w,lucht}$**). Ook deze krachten werken altijd **tegen de bewegingsrichting in**.

TESTVERSIE





INSTRUCTIEVIDEO SOORTEN KRACHT

De grootte van de schuifwrijvingskracht kunnen we beschrijven met een formule. Als we op een blok een kleine kracht uitoefenen, dan kan het zijn dat deze kracht niet groot genoeg is om het blok in beweging te krijgen. In dat geval wordt de duwkracht volledig opgeheven door de wrijvingskracht. Er geldt dan dus:

$$F_{w,schuif} = F_{duw} \qquad \text{(stilstand)}$$

Als we het blok wel in beweging krijgen, dan wordt de schuifwrijvingskracht gegeven door:

$$F_{w,schuif} = fF_N \qquad \text{(beweging)}$$

Schuifwrijvingskracht ($F_{w,s}$)	newton (N)
Wrijvingscoëfficiënt (f)	-
Normaalkracht (F_N)	newton (N)

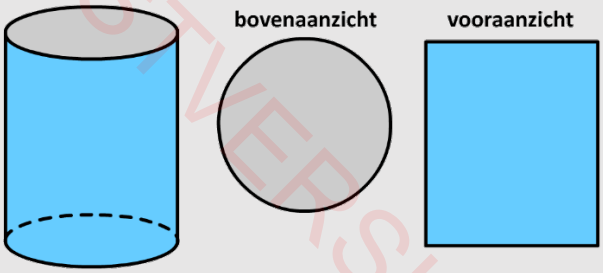
De **wrijvingscoëfficiënt** (**f**) is een constante die afhangt van het materiaal en de vorm van het voorwerp en de ondergrond. Merk op dat de schuifwrijvingskracht **niet afhankelijk is van de snelheid**! De bovenstaande formule geldt ook voor de **rolwrijvingskracht** (**$F_{w,rol}$**).

De grootte van de luchtwrijvingskracht kunnen we als volgt berekenen:

$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$$

Luchtwrijvingskracht ($F_{w,lucht}$)	newton (N)
Luchtweerstandcoëfficiënt (c_w)	-
Dichtheid van de lucht(ρ)	kilogram per kubieke meter (kg/m^3)
Frontaal oppervlak (A)	vierkante meter (m^2)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

De **luchtweerstandcoëfficiënt** (**c_w**) is een constante die afhangt van de vorm van het voorwerp. Zoals je in de formule kan zien is de luchtwrijvingskracht **wél afhankelijk van de snelheid**. Het **frontale oppervlak** (**A**) is de doorsnede van het voorwerp dat je ziet als je het voorwerp langs de bewegingsrichting bekijkt. Dit is gelijk aan het oppervlak van de wind dat bij de beweging onderschept wordt. Stel dat de onderstaande cilinder door de lucht beweegt. Als dit voorwerp omhoog beweegt, dan is het frontaal oppervlak gelijk aan het oppervlak van het bovenaanzicht. Dit is in dit geval een cirkel. Als het voorwerp naar rechts beweegt, dan is het frontaal oppervlak gelijk aan de doorsnede van het zijaanzicht. In dit geval is dat een rechthoek.

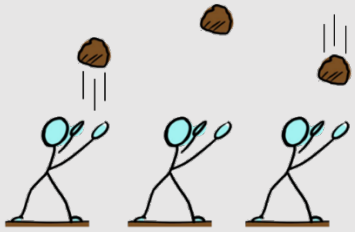


TESTVERSIE

Zorg dat je verschillende soorten krachten in de juiste richting en op schaal kan tekenen

1. Ga naar deze opdracht op de website met de onderstaande QR-code of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.

2. (4p) Een persoon gooit een steen de lucht in. De persoon is hieronder op drie momenten weergegeven. In de linker afbeelding beweegt de steen omhoog, in de middelste afbeelding blijft de steen een moment stilstaan op zijn hoogste punt en in de rechter afbeelding valt de steen naar beneden. Teken in alle drie de situaties de krachten die werken op de steen.



Zorg dat je kan rekenen met de zwaartekracht en de veerkracht

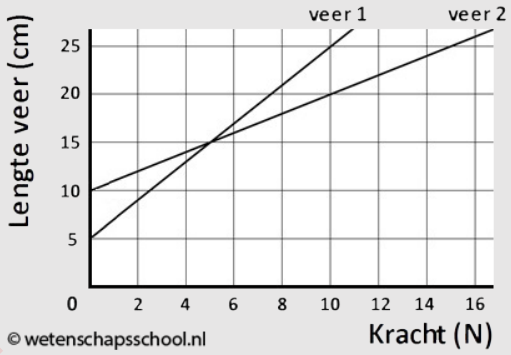
3. (4p) Een blokje heeft een massa van 80 gram en wordt aan een veer gehangen. De veer rekt 10 cm uit. Bereken de veerconstante in N/cm.

4. (4p) Een veer in het zadel van een fiets heeft als er niemand op zit een lengte van 5,0 cm. Als een persoon met een massa van 55 kg op het zadel gaat zitten wordt de lengte van de veer verkleint tot 4,2 cm. Bereken de veerconstante van deze veer.

5. (2p) Als je op de planeet Venus staat, ondervind je een gigantische kracht die je in elkaar drukt. Leg met een berekening uit of deze kracht veroorzaakt wordt door de zwaartekracht of door de luchtdruk.

6. (3p) Een blok met een massa van 1,2 kg wordt aan een veer met een veerconstante van 350 N/m gehangen. Voordat het blokje aan de veer hing, had de veer een lengte van 10 cm. Bereken de totale lengte van de veer als het blokje aan de veer hangt.

7. (6p) In het onderstaande diagram is de totale lengte van twee veren uitgezet tegen de spierkracht waarmee de veren zijn uitgerekt. Bereken voor beide veren de veerconstante.



Zorg dat je kan rekenen met de schuifwrijvingskracht en de luchtwrijvingskracht (VWO)

8. (4p) Toon aan dat zowel de luchtwrijvingscoëfficiënt als de schuifwrijvingscoëfficiënt geen eenheid hebben.

9. (3p) Een vogel heeft een frontaal oppervlak van 45 cm^2 en vliegt met een snelheid van 12 m/s door de lucht. De luchtwrijvingscoëfficiënt van de vogel is 0,8. Bereken de luchtwrijvingskracht die de vogel ondervindt.

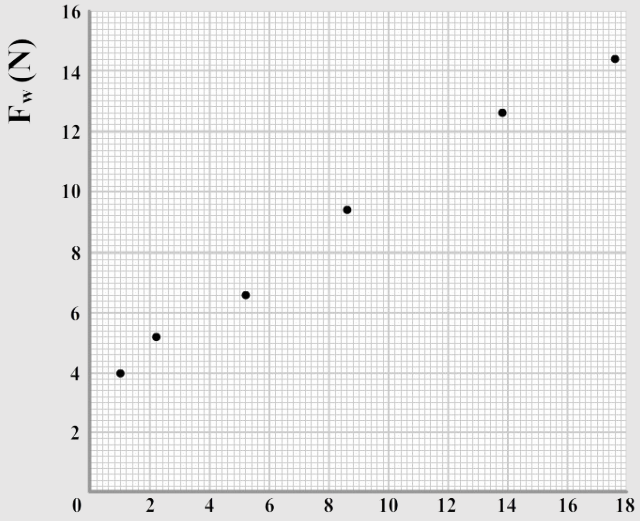
10. Een auto rijdt over een weg en ervaart zowel een rolwrijvingskracht als een luchtwrijvingskracht. Dan verdubbelt de auto zijn snelheid.

    a. (1p) Wat gebeurt er met de luchtwrijvingskracht?

    b. (1p) Wat gebeurt er met de rolwrijvingskracht?

TESTVERSIE

11. Een voorwerp wordt vooruit getrokken met verschillende snelheden. Bij elk van deze snelheden is de totale wrijvingskracht werkende op het voorwerp gemeten. De totale wrijvingskracht bestaat uit zowel rolwrijving als luchtwrijving. De gegevens zijn in het onderstaande diagram verwerkt:



a. (2p) De punten liggen allemaal ongeveer op een rechte lijn. Bedenk op basis van deze observatie welke grootheid en welke eenheid op de horizontale as moet komen te staan.

b. (1p) Leg uit waarom deze lijn niet de oorsprong snijdt.

c. (2p) Teken in het diagram een grafiek voor alleen de luchtwrijvingskracht en alleen de rolwrijvingskracht.

d. (4p) De voorzijde van het voorwerp heeft afmetingen van 0,60 en 0,89 m. Bepaal met behulp van de grafiek de luchtwrijvingscoëfficiënt (c_w).

12. Een leerling slaat met een knuppel tegen een honkbal met een diameter van 6,63 cm. De honkbal bereikt hierdoor een snelheid van 150 km/h. De c_w-waarde van deze honkbal is 0,15.

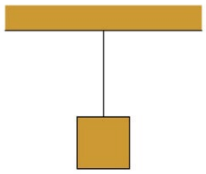
a. (2p) Leg uit wat het frontaal oppervlak van de honkbal is. Reken dit oppervlak ook uit.

b. (2p) Bereken de luchtwrijvingskracht werkende op de honkbal.

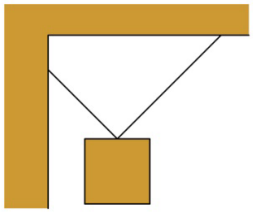
TESTVERSIE

Stencil Krachten Tekenen

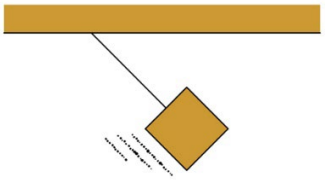
Teken en benoem de krachten die op het blok werken in de volgende situaties:



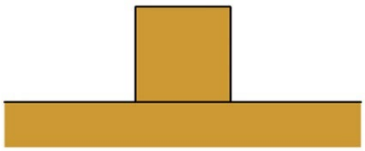
Een blok hangt stil



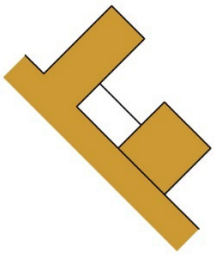
Een blok hangt stil



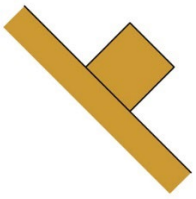
Een blok slingert in het vacuüm



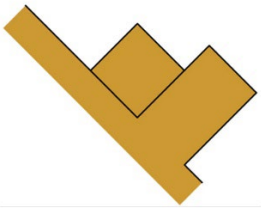
Een blok ligt stil



Een blok hangt stil



Een blok ligt stil op een helling



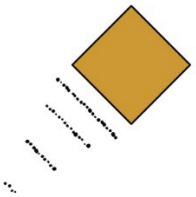
Een blok ligt stil

Een blok beweegt zonder wrijving

Een blok komt tot stilstand dankzij wrijving

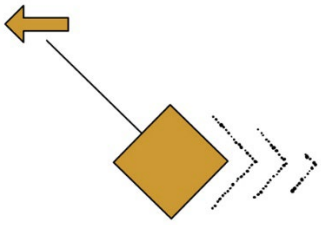
Een blok valt in het vacuum

Een blok valt in de lucht



Een blok is de lucht in gegooid

Een blok is de lucht in gegooid en hangt een moment stil op zijn hoogste punt



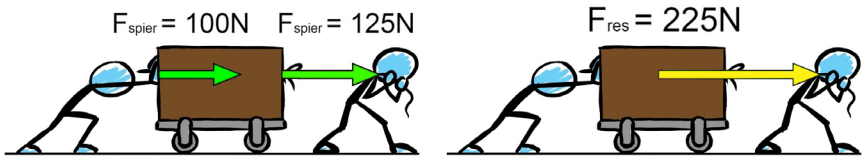
Een blok wordt voorgetrokken in de lucht

TESTVERSIE

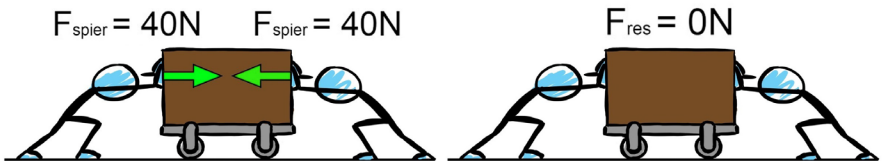
§2 Het krachtenevenwicht

In deze paragraaf gaan we krachten bij elkaar optellen. We noemen de totale kracht die op een voorwerp werkt de resulterende kracht. We gaan hier o.a. de parallellogrammethode en de stelling van Pythagoras voor gebruiken. Ook gaan we de parallellogrammethode toepassen om krachtenevenwichten te tekenen.

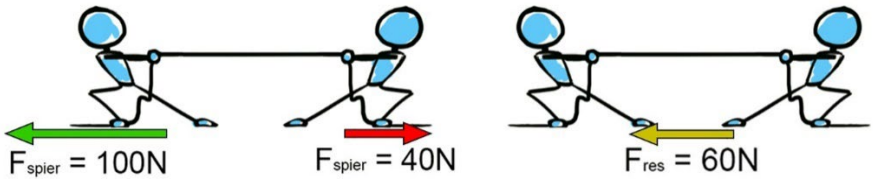
De totale kracht die op een voorwerp werkt noemen we de **resulterende kracht** (**F_{res}**). Hieronder zien we twee personen die beide een kracht uit oefenen op een kar. De linker persoon oefent een kracht van 100 N uit en de rechter persoon een kracht van 125 N. In totaal oefenen ze dus een resulterende kracht naar rechts uit van 100 + 125 = 225 N.



Hieronder werken twee krachten juist tegen elkaar in. We vinden nu een resulterende kracht van 40 - 40 = 0 N.



In de onderstaande afbeelding oefent één persoon een kracht van 100 N uit naar links en de andere persoon een kracht van 40 N naar rechts. De linker leerling oefent dus een 100 – 40 = 60 N grotere kracht uit dan de rechter leerling. De resulterende kracht is dus 60 N en wijst naar links.



Voorbeeld

Opdracht:
Een persoon trekt een zware kar naar rechts. Op de kar werkt een wrijvingskracht van 120 N. De resulterende kracht werkende op de kar is 30 N en wijst ook naar rechts. Teken de spierkracht, de wrijvingskracht en de resulterende kracht op schaal.

Antwoord:
Een resulterende kracht van 30 N naar rechts vertelt ons dat de **spierkracht 30 N groter** moet zijn dan de **wrijvingskracht**. De spierkracht is dus gelijk aan 120 + 30 = 150 N.

Nu moeten we een **krachtenschaal** kiezen. Hoe **groter de pijlen** zijn, hoe **nauwkeurig** de krachten getekend kunnen worden. Een goede keuze is bijvoorbeeld **1,0 cm ≙ 20 N**. Op deze schaal zijn de krachten niet te klein, maar passen ze nog wel net in je schrift. Op deze schaal wordt de spierkracht 150 / 20 = 7,5 cm, de wrijvingskracht 120 / 20 = 6,0 cm en resulterende kracht 30 / 20 = 1,5 cm. Hieronder zijn deze krachten getekend:

TESTVERSIE

De algemene formule voor de resulterende kracht is:

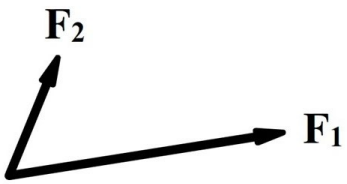
$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

We kunnen dit afkorten tot:

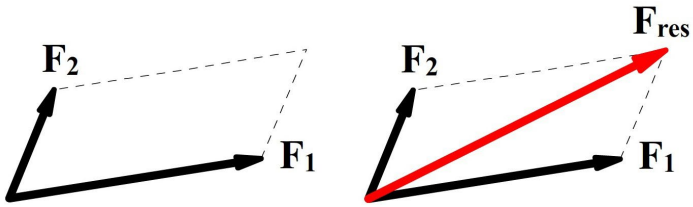
$$\vec{F}_{res} = \sum \vec{F}$$

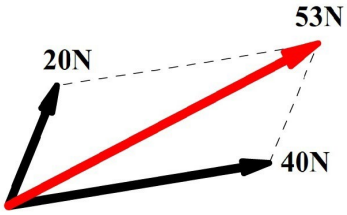
Resulterende kracht (Fres)	newton (N)
Som van alle krachten (ΣF)	newton (N)

Het sommatieteken Σ staat voor "de som van". Er staat hier dus dat de resulterende kracht gelijk is aan de som van de individuele krachten. De pijltjes boven de krachten geven aan dat we bij deze optelling wel rekening moeten houden met de richting van de krachten. Zoals we net gezien hebben, moeten we twee krachten die tegen elkaar in werken juist van elkaar aftrekken. Maar wat nu als de krachten onder een **willekeurige hoek** werken. De twee honden in de volgende afbeelding kunnen bijvoorbeeld elk een spankracht uitoefenen op de hand van hun baasje in een willekeurige richting.

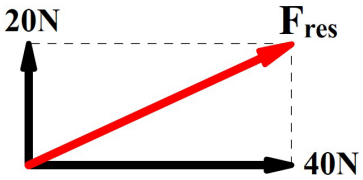


In dit geval gebruiken we voor het "optellen van de krachten" de **parallellogrammethode**. Een **parallellogram** is een vierhoek, waarbij de tegenoverstaande zijden **parallel** aan elkaar lopen en **even lang** zijn. In de onderstaande afbeelding is te zien hoe met het parallellogram de resulterende kracht te bepalen is.





In de rechter afbeelding zien we dat kracht F_1 gelijk is aan 40 N en kracht F_2 aan 20 N. Als we de schaal bepalen en hiermee de resulterende kracht bepalen, dan vinden we 53 N (ga dit zelf na!). Merk op dat 20 + 40 ≠ 53. Het "optellen van krachten" met een parallellogram werkt dus niet zoals je normaal gesproken optelt!



In de rechter afbeelding is het parallellogram een simpele rechthoek bestaande uit twee rechthoekige driehoeken. In dit geval kunnen we daarom gebruik maken van de **stelling van Pythagoras** om de resulterende kracht te berekenen:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

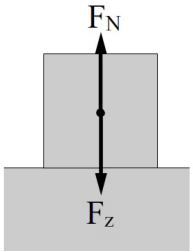
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{20^2 + 40^2} = 45 \text{ N}$$

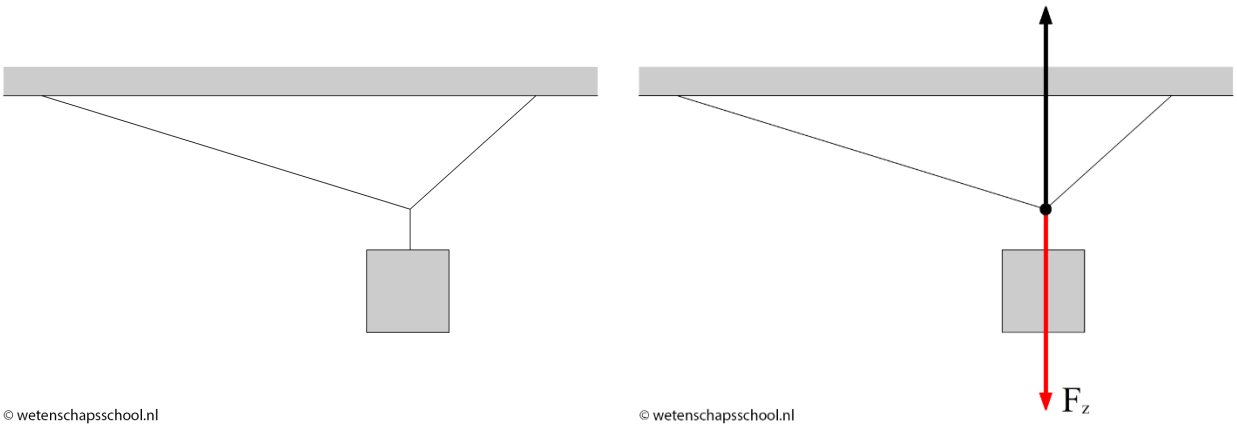
Bij een rechthoekig parallellogram kunnen we ook de sinus, de cosinus en de tangens gebruiken.

TESTVERSIE

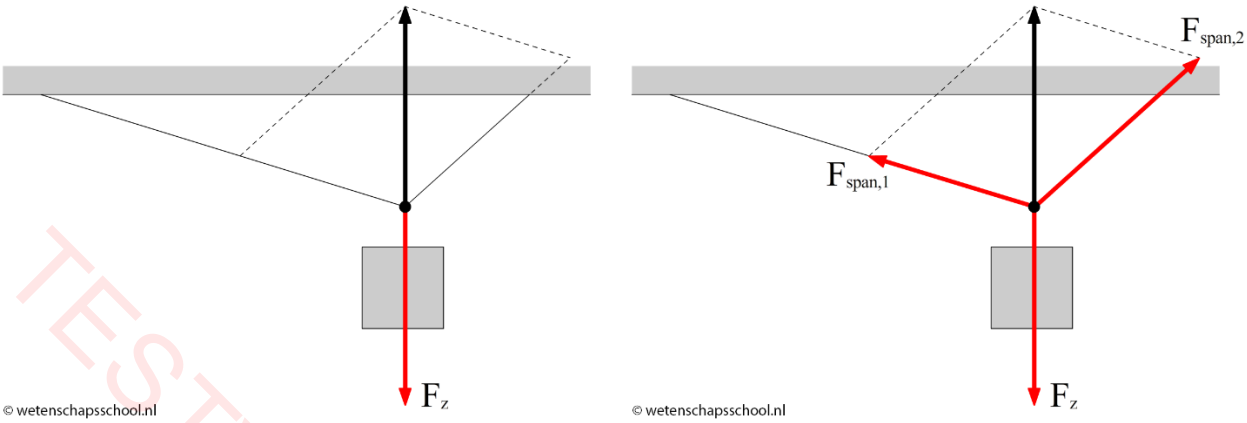
We gebruiken een parallellogram o.a. bij het construeren van **krachtenevenwichten**. Hieronder zien we een simpel voorbeeld van een krachtenevenwicht. Omdat het blok stil ligt op de grond, weten we dat de resulterende kracht nul moet zijn. De zwaartekracht en de normaalkracht die op het blok werken moeten dus **even groot** zijn. De krachten houden elkaar precies **in evenwicht**.



Hetzelfde geldt ook voor de onderstaande afbeelding. Een blok hangt hier met behulp van twee touwen aan een plafond. Omdat het blok stil hangt, weten we dat de zwaartekracht in evenwicht moet zijn met een andere kracht die in tegengestelde richting werkt. Dit is in de rechter afbeelding weergegeven.



Deze kracht omhoog wordt geleverd door de twee spankrachten tezamen. Met behulp van de parallellogrammethode kunnen we bepalen hoe groot deze spankrachten zijn (zie de onderstaande afbeeldingen).



EXPERIMENT KRACHTEN-EVENWICHT

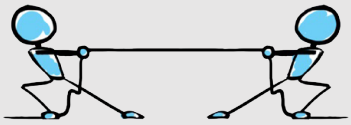
INSTRUCTIEVIDEO KRACHTEN-EVENWICHT

TESTVERSIE

Zorg dat je de resulterende kracht kan bepalen zonder de parallellogrammethode

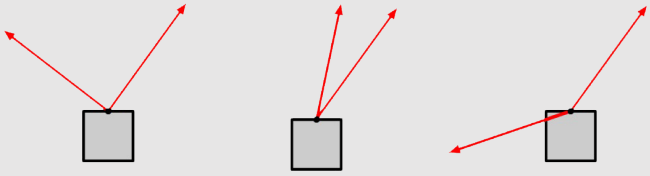
1. (2p) Een persoon trekt een kar naar rechts. De wrijvingskracht op de kar is 40 N. De resulterende kracht is 20 N naar rechts. Bereken de spierkracht van de persoon.

2. (3p) Twee leerlingen zijn aan het touwtrekken. De linker persoon oefent een kracht van 65 N uit. De resulterende kracht is gelijk aan 35 N en wijst naar rechts. Teken de twee spierkrachten en de resulterende kracht op schaal.

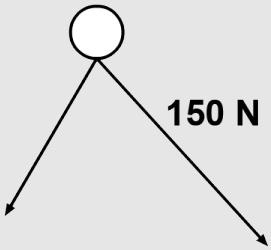


Zorg dat je de resulterende kracht kan bepalen met de parallellogrammethode

3. (6p) In de onderstaande afbeelding werken er telkens twee krachten op een voorwerp. Teken telkens de resulterende kracht. Meet van het midden van het bolletje tot de punt van de pijl.

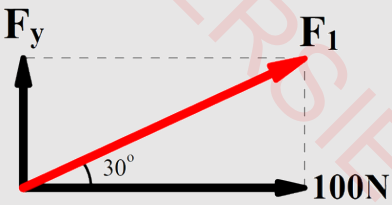


4. (4p) Bepaal in de volgende afbeelding de grootte van de linker kracht en van de resulterende kracht. Zorg dat je op de millimeter nauwkeurig meet.

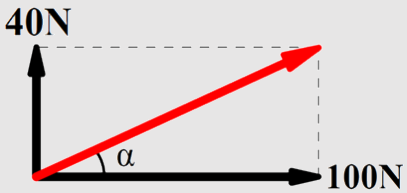


5. (2p) Een kracht van 50 N staat loodrecht op een kracht van 20 N. Bereken de resulterende kracht (Let op! Als wordt gevraagd naar een berekening, dan mag je geen pijlen opmeten om op je antwoord te komen).

6. (2p) Bereken (!) kracht F_1 en kracht F_y in de volgende afbeelding.



7. Bestudeer de onderstaande afbeelding:



a. (2p) Bereken de resulterende kracht.

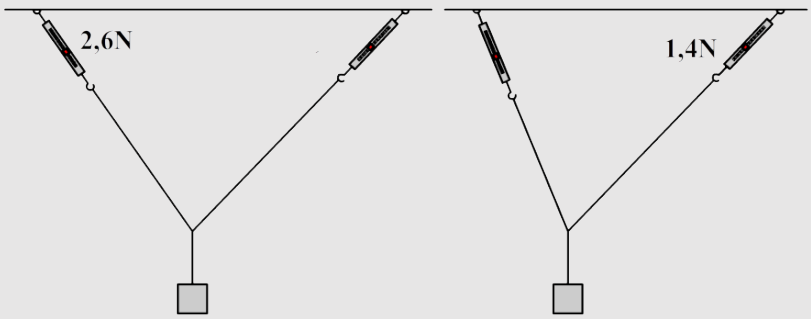
b. (2p) Bereken de hoek α.

TEST VERSIE

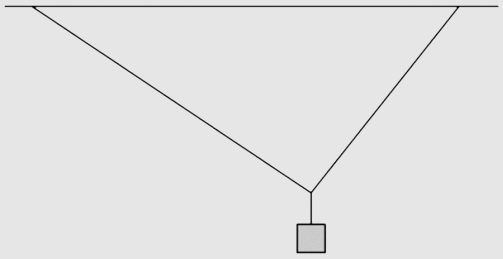
Zorg dat je krachtenevenwichten kan construeren met de parallellogrammethode

8. Maak het stencil aan het einde van de paragraaf.

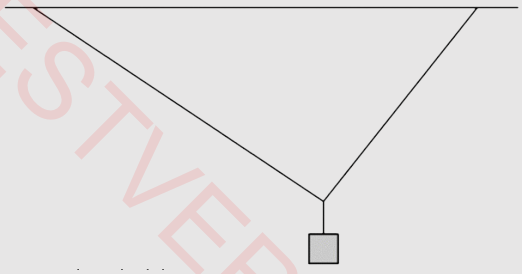
9. (5p) In de volgende afbeeldingen zien we een blokje dat aan twee touwtjes is opgehangen. Deze touwtjes zijn via newtonmeters aan het plafond verbonden. Met deze meters kan de spankracht in het touw gemeten worden. Bepaal in beide gevallen de massa van het blokje.



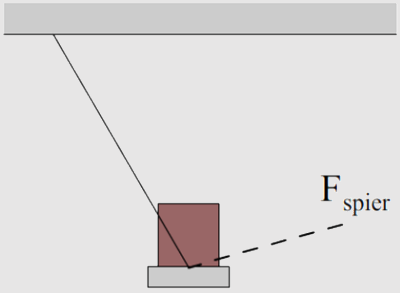
10. (5p) Een blokje heeft een massa van 200 gram. Bepaal de grootte van de spankrachten in de touwen.

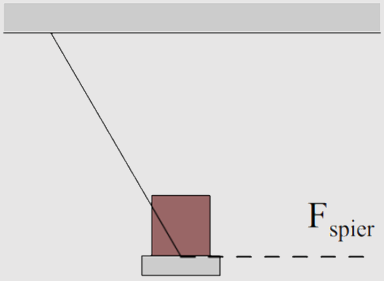


11. (5p) In het rechter touw is de spankracht 25 N. Bepaal de massa van het blokje.



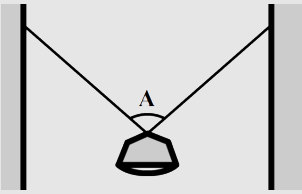
12. (VWO,2p) Een leerling trekt een andere leerling naar achteren op een schommel en houdt de leerling dan stil in deze positie. Ga na in welk van de twee onderstaande gevallen de spierkracht groter is.





TESTVERSIE

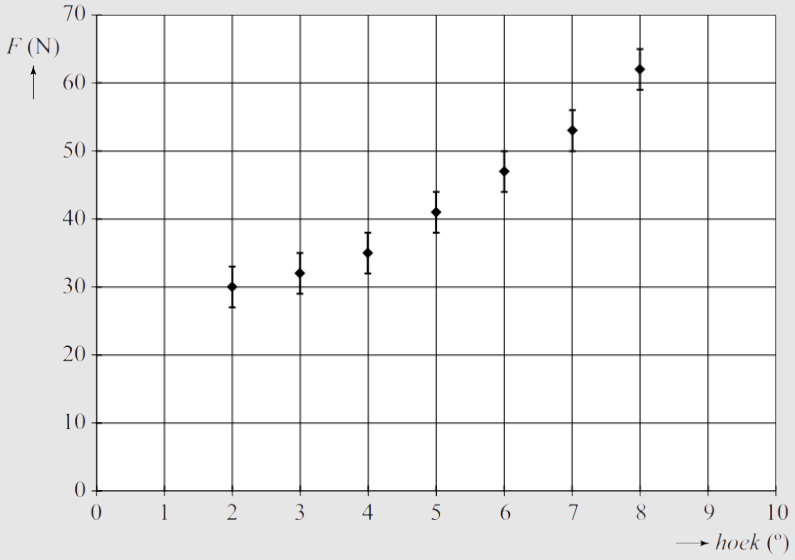
13. (VWO,2p) Een lamp hangt op aan twee kabels (zie de rechter afbeelding). Stel dat de hoek A in de afbeelding groter wordt. Wat gebeurt er in dat geval met de grootte van de spankrachten in de kabels. Leg je antwoord uit met behulp van een tekening.



14. (VWO) Een persoon wil de spankracht meten in een gitaarsnaar. Om hierachter te komen, bevestigt hij een krachtmeter aan het midden van een snaar. Als hij de snaar 1,0 cm omhoogtrekt, geeft de krachtmeter 3,8 N aan. De snaar heeft een lengte van 35,0 cm.

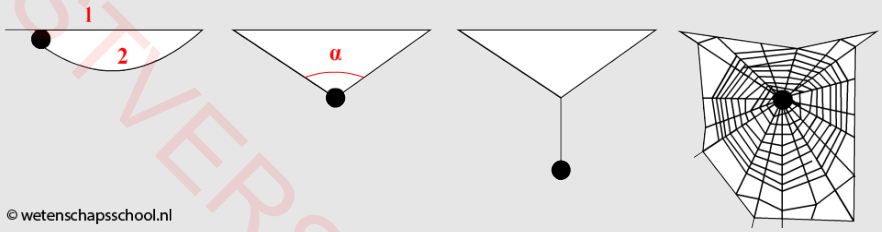
    a. (4p) Bereken (!) de spankracht in de gitaarsnaar in deze situatie.

    b. (2p) Door aan de gitaarsnaar te trekken heeft de persoon de spankracht in de snaar beïnvloed. De leerling heeft echter een manier gevonden om zijn eigen invloed uit te sluiten. Hij rekt de snaar steeds verder op en bepaalt iedere keer de spankracht. De resultaten zijn zichtbaar in het onderstaande diagram, waarin de hoek van de snaar met de horizontaal uitgezet is tegen de spankracht.



    Bepaal met behulp van de grafiek de spankracht in de snaar als de persoon de snaar niet aanraakt.
    (bron: examen VWO 2015-2)

15. (VWO) Een kruisspin maakt zijn web in een aantal vaste stappen. Eerst laat de spin een draad met de wind meewaaien (draad 1). Dan spant de spin langs het eerste draad een tweede draad (draad 2). Precies in het midden van de tweede draad start de spin een derde draad waarmee hij afzakt naar de grond. Vooral in de eerste stappen moeten de draden sterk genoeg zijn om de spin met een massa van 75 mg te dragen. In de tweede afbeelding hangt de spin in het midden van draad 2. De hoek α die hierdoor ontstaat in draad 2 is gelijk aan 110 graden.



    a. (4p) Bereken de spankrachten die werken in draad 2 in de tweede afbeelding.

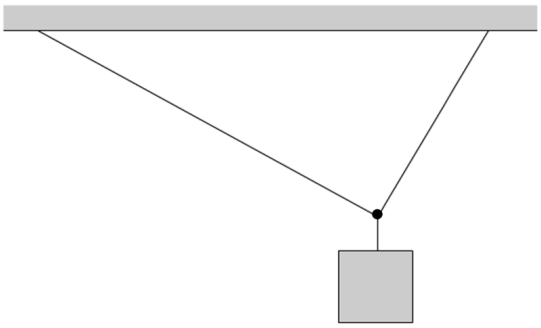
    b. (2p) Draad 2 knapt al bij een spankracht van 94×10^{-4} N. Bereken hoe groot de hoek α maximaal kan zijn zonder dat de draad knapt.

TEST VERSIE

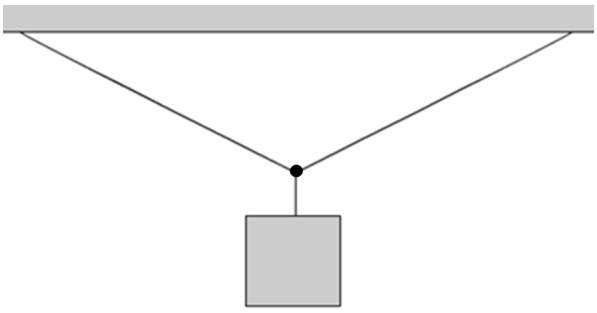
KRACHTENEVENWICHTEN

Teken telkens het krachtenevenwicht op schaal. Start alle pijlen in de aangegeven zwarte punten.

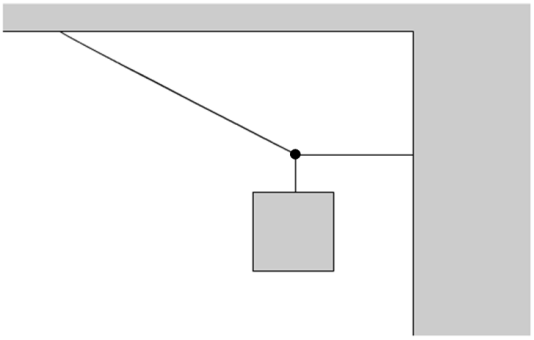
F_z = 10 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



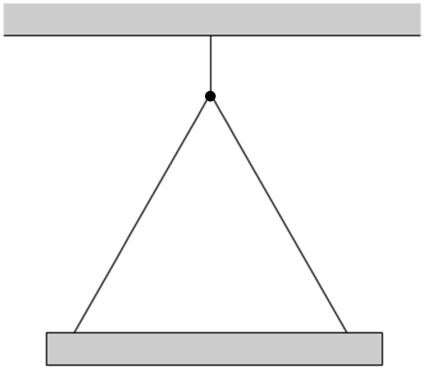
F_z = 25 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



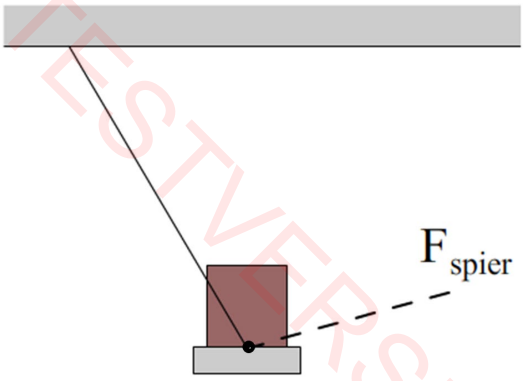
F_z = 50 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



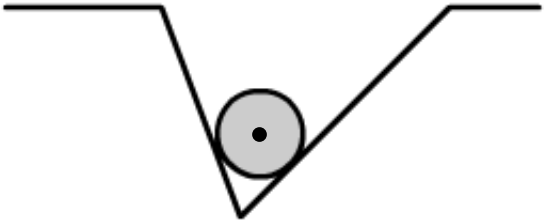
F_z = 100 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



Een persoon op een schommel wordt uit zijn evenwichtstand getrokken. F_z = 500 N. Bepaal de spankracht en de spierkracht.



F_z = 50 N. Bepaal de twee normaalkracht die werken op de bal.



TESTVERSIE

§3 De eerste wet van Newton

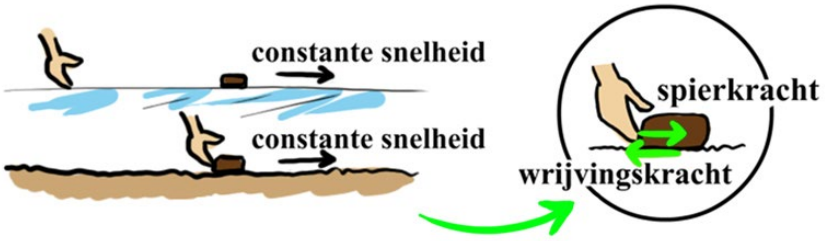
In deze paragraaf gaan we leren dat krachtenevenwichten ook optreden bij voorwerpen die met een constante snelheid bewegen. We noemen dit principe de eerste wet van Newton.

De resulterende kracht op een voorwerp is niet alleen **nul** als een voorwerp een tijdje stil staat, maar ook als een voorwerp in een **rechte lijn** en met een **constante snelheid** beweegt (ook wel een **eenparige beweging** genoemd). We noemen dit principe de **eerste wet van Newton**. Wiskundig kunnen we dit als volgt samenvatten:

$$\vec{v} = \text{constant} \quad \Leftrightarrow \quad F_{res} = 0$$

Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)
Resulterende kracht (F_{res})	newton (N)

Laten we een paar voorbeelden bespreken. Als we een steentje een tikje geven op een perfect gladde ijsbaan, dan blijft het steentje met een **constante snelheid** voortbewegen. Na de tik werkt er geen spierkracht meer op het steentje en is de **resulterende kracht** dus **nul**. Dit komt dus overeen met de eerste wet van Newton.



Als we een voorwerp over een ruw oppervlak voortduwen met een **constante snelheid**, dan blijkt de spierkracht gelijk te zijn aan de wrijvingskracht. Ook hier is de **resulterende kracht** dan dus **nul**. Ook hier geldt dus de eerste wet van Newton.

De eerste wet van Newton is ook goed te merken tijdens het fietsen. Als een stoplicht op groen springt en je begint te fietsen, dan moet je aan het begin heel veel kracht zetten. Tijdens het versnellen moet jouw spierkracht immers **groter** zijn dan de wrijvingskracht (zie de eerste onderstaande afbeelding). Als je echter eenmaal met een constante snelheid rijdt, dan kost het fietsen plotseling veel minder kracht. Bij een constante snelheid is de resulterende kracht namelijk nul en dat betekent dat de spierkracht nu slechts **even groot** hoeft te zijn als de wrijvingskracht.

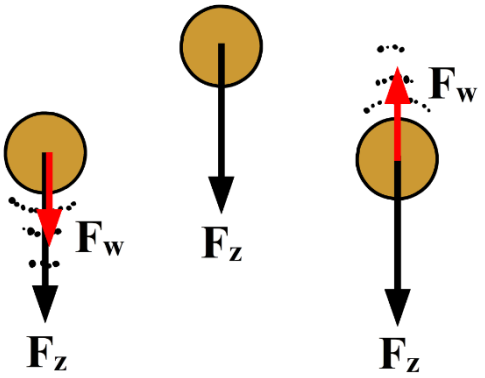
EXPERIMENT EERSTE WET VAN NEWTON

INSTRUCTIEVIDEO EERSTE WET VAN NEWTON

TESTVERSIE

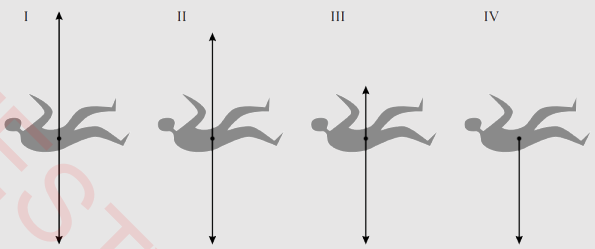
Ook in de metro is de eerste wet van Newton goed te merken. Als de metro versnelt of remt, dan moeten we ons goed vasthouden. Als de metro echter eenmaal met een constante snelheid rijdt, dan is de resulterende kracht nul en voel je niets meer van de beweging. Het is daarom dan ook niet meer nodig je vast te houden. Op eenzelfde manier merken we niets van de beweging van de aarde om de zon.

Er zijn ook situaties te bedenken waarbij een voorwerp stil staat, maar toch de resulterende kracht niet nul is. Dit gebeurt bijvoorbeeld als we een bal omhoog gooien. Op het hoogste punt staat de bal **één moment stil**. Bij stilstand denk je misschien direct aan een krachtenevenwicht, maar de snelheid is in dit voorbeeld **niet constant**. Eén moment eerder ging de bal nog omhoog en één moment later gaat de bal alweer naar beneden. De snelheid is dus niet constant en als gevolg is de **resulterende kracht** ook **niet nul**. Dit klopt ook, want op het hoogste punt werkt er maar één kracht op de bal. Dit is de **zwaartekracht** die de bal weer naar beneden zal trekken.



Zorg dat je kan redeneren met de eerste wet van Newton

1. Op de fietser uit deze paragraaf werken ook krachten in de verticale richting.
   a. (2p) Noem een kracht die omhoog werkt en een kracht die naar beneden werkt.
   b. (1p) Waarom speelden deze krachten geen rol bij het beschrijven van de beweging van de fietser?
2. (3p) Een auto rijdt met constante snelheid over een snelweg. Leg met behulp van de eerste wet van Newton uit of het nodig is dat de auto continu gas blijft geven om deze snelheid te behouden.
3. (3p) Een raket reist in de ruimte met een constante snelheid op weg naar een verre planeet. Leg met behulp van de eerste wet van Newton uit of het nodig is dat de raket continu gas blijft geven om deze snelheid te behouden.
4. (2p) Een leerling gaat een stukje rijden op zijn skateboard. De leerling moet eerst flink afzetten om op gang te komen, maar als hij eenmaal op gang is, kost het veel minder moeite om op snelheid te blijven. Leg dit uit met behulp van de krachten die op de skateboarder werken.
5. (3p) Een leerling fietst al een tijdje met een constante snelheid. Ze kijkt op haar horloge en ziet dat ze moet opschieten om op tijd op school te komen. Ze versnelt daarom naar een hogere snelheid. Als ze deze snelheid bereikt heeft, fiets ze met een constante snelheid verder totdat ze op school is aangekomen. Beschrijf hoe de krachten op de leerling veranderen gedurende deze fietstocht.
6. (2p) Een persoon maakt een hoge sprong met behulp van een trampoline. In de onderstaande afbeeldingen zien we de persoon op het hoogste punt van een sprong. Geef aan in welk van de tekeningen de krachten werkende op de persoon correct zijn weergegeven:



7. (5p, VWO) Een regendruppel heeft bij benadering een bolvorm. Na een tijdje te vallen wordt de snelheid van de druppel constant. Ga na dat voor deze snelheid geldt dat:

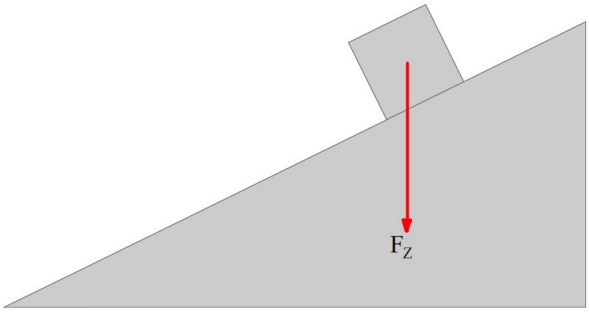
$$v = \sqrt{\frac{8\rho_{water} g r}{3\rho_{lucht} c_w}}$$

TESTVERSIE

§4 Ontbinden van krachten

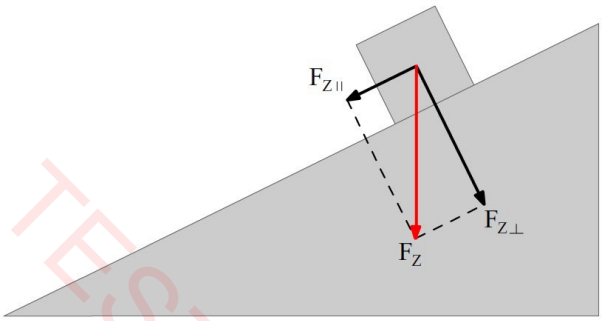
In deze paragraaf gaan we twee andere klassieke krachtenevenwichten bespreken: het blokje dat met constante snelheid van een helling glijdt en een slee die met constante snelheid wordt voortgetrokken. In beide gevallen blijkt het handig om een kracht op te delen in twee componenten. We noemen dit het ontbinden van een kracht.

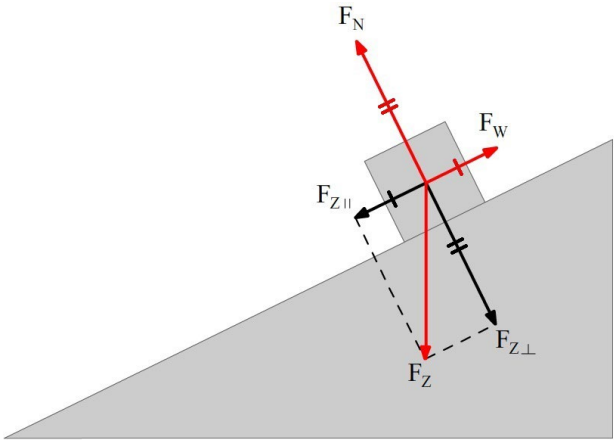
Soms is het handig om een kracht op te splitsen in twee krachten. We noemen dit het **ontbinden van krachten**. We gebruiken deze techniek bijvoorbeeld als we een blokje beschrijven dat door middel van de zwaartekracht met een constante snelheid van een helling af schuift.



De zwaartekracht die op het blokje werkt, doet hier twee dingen met het blokje. Het trekt het blokje **van de helling af** en het trekt het blokje **tegen de helling aan**. De kracht waarmee het blokje van de helling wordt getrokken noemen we ook wel de **component van de zwaartekracht in de bewegingsrichting** (**$F_{z||}$**). De kracht waarmee het blokje tegen de helling aangetrokken wordt, noemen we ook wel de **component van de zwaartekracht loodrecht op de bewegingsrichting** (**$F_{z\perp}$**). In de onderstaande linker afbeelding is te zien hoe we de zwaartekracht ontbinden in deze twee componenten met behulp van een parallellogram.

Omdat het blok met een constante snelheid naar beneden schuift, weten we volgens de **eerste wet van Newton** dat de **resulterende kracht nul** moet zijn. De krachten die werken op het blok moeten dus **in evenwicht** zijn. $F_{z||}$ is dus gelijk aan de wrijvingskracht en $F_{z\perp}$ aan de normaalkracht (zie de onderstaande rechter afbeelding). Op deze manier zijn alle krachten in evenwicht en is de resulterende kracht nul.



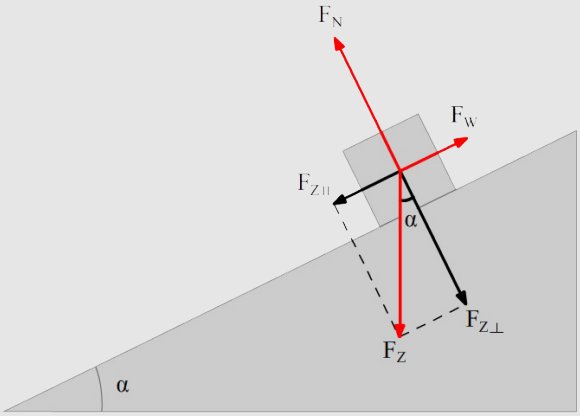


Let erop dat de normaalkracht zoals gebruikelijk loodrecht op het oppervlak werkt (en hier dus niet verticaal omhoog wijst). Merk ook op dat de normaalkracht nu niet even groot is als de zwaartekracht, maar alleen aan de loodrechte component van de zwaartekracht.

TESTVERSIE

VWO STOF

De **hellingshoek** (**α**) van de helling blijkt gelijk te zijn aan de hoek tussen F_z en $F_{z\perp}$ (zie de onderstaande afbeelding).



Met deze hoek kunnen we met behulp van de sinus en de cosinus de grootte van de componenten $F_{z||}$ en $F_{z\perp}$ berekenen. Met de cosinus vinden we bijvoorbeeld:

$$\cos\alpha = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{F_{z\perp}}{F_z}$$

Met de sinus vinden we:

$$\sin\alpha = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{F_{z||}}{F_z}$$

Voorbeeld (VWO)

Vraag:
Een blok met een massa van 100 kg glijdt met constante snelheid van een helling met een hellingshoek van 20 graden. Bereken de grootte van de wrijvingskracht werkende op het blok.

Antwoord:
Merk in eerste instantie op dat er gevraagd wordt naar een **berekening**. We mogen in dat geval niet meten in de afbeelding.

Laten we beginnen met het uitrekenen van de **zwaartekracht**:

$$F_z = mg = 100 \times 9,81 = 981 \text{ N}$$

Omdat het blok met een **constante snelheid** van de helling glijdt, weten we met behulp van de **eerste wet van Newton** dat de **wrijvingskracht even groot** moet zijn als $\mathbf{F_{z||}}$. In de rechter afbeelding is te zien dat we de grootte van deze kracht kunnen uitrekenen met behulp van de **sinus**. De **overstaande zijde** (**o**) van de aangegeven driehoek is namelijk even lang als $\mathbf{F_{z||}}$.

Er geldt hier:

$$\sin\alpha = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{F_{z||}}{F_z}$$

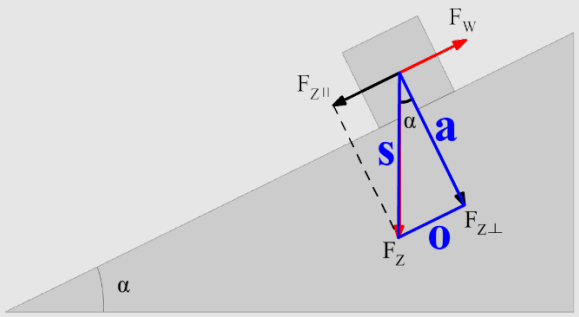
Als we deze formule omschrijven, dan vinden we:

$$F_{z||} = F_z \sin\alpha$$

Als we dit invullen, dan vinden we:

$$F_{z||} = 981 \times \sin 20^\circ = 336 \text{ N}$$

Let er bij deze berekening op dat je rekenmachine op **graden** (**degrees**) ingesteld is. De wrijvingskracht werkende op het blok is dus $3{,}4 \times 10^2$ N.

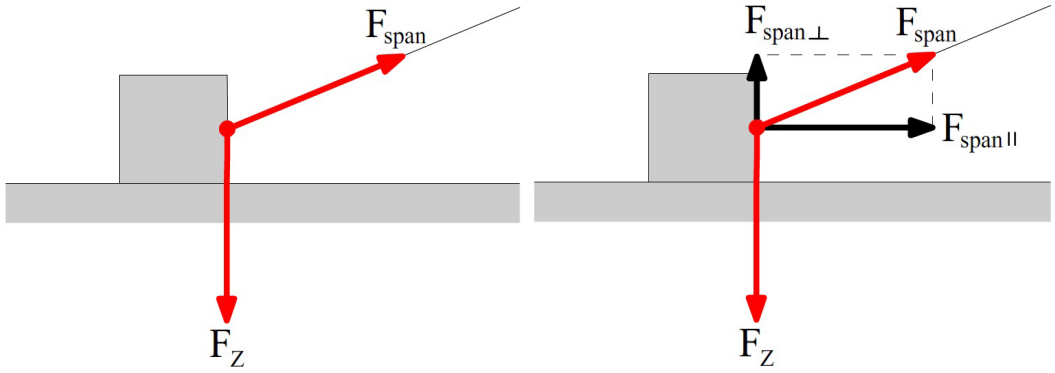


EXPERIMENT DE HELLING

INSTRUCTIEVIDEO DE HELLING

TESTVERSIE

Laten we nog een tweede voorbeeld bespreken waarbij het ontbinden van krachten noodzakelijk is. Een blok wordt met behulp van een spankracht naar rechts gesleept met een constante snelheid (zie de onderstaande linker afbeelding). Het ligt hier voor de hand om de spankracht te ontbinden in een component $F_{span||}$ (waarmee het blok naar rechts wordt getrokken) en een component $F_{span\perp}$ (waarmee het blok omhoog wordt getrokken). Wederom gebruiken we hiervoor de parallellogrammethode.

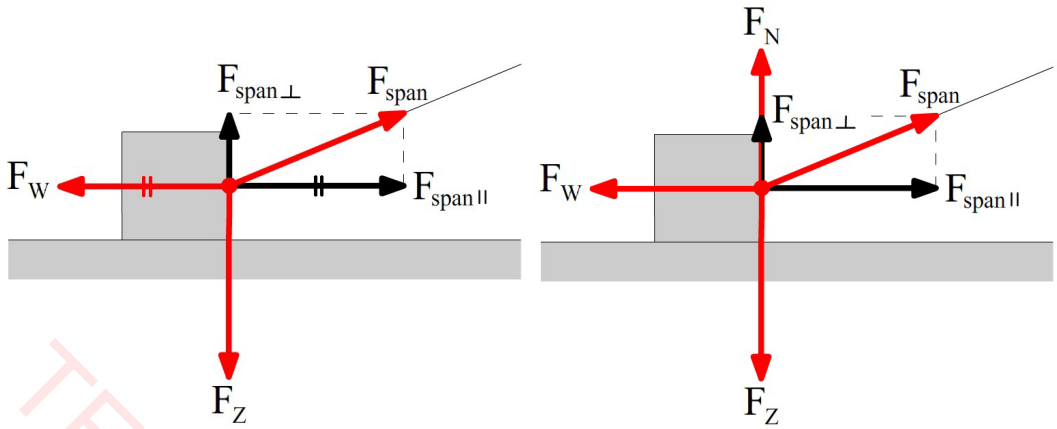


Omdat het blok met een constante snelheid naar rechts wordt gesleept, weten we dat ook hier de resulterende kracht nul moet zijn. Dit betekent o.a. dat $F_{span||}$ gelijk moet zijn aan de wrijvingskracht (zie de linker onderstaande afbeelding).

In de verticale richting werken drie krachten. De zwaartekracht werkt naar beneden en de normaalkracht en $F_{span\perp}$ werken omhoog. Om ervoor te zorgen dat de krachten die omhoog werken in evenwicht zijn met de kracht die naar beneden werkt, moet in deze situatie gelden dat:

$$F_z = F_{span\perp} + F_N$$

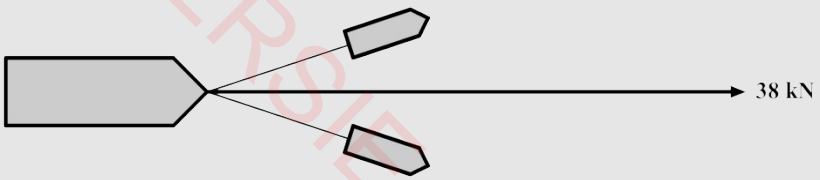
In de rechter afbeelding is dit evenwicht goed te zien. Als je de pijlen voor F_N en $F_{span\perp}$ "op elkaar stapelt", dan krijg je een pijl die precies even groot is als de pijl voor F_z. Alle krachten zijn nu dus in evenwicht en de resulterende kracht is dus nul.



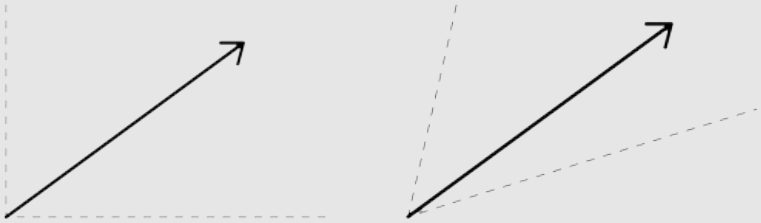
TESTVERSIE

Zorg dat je krachten kan ontbinden met de parallellogrammethode

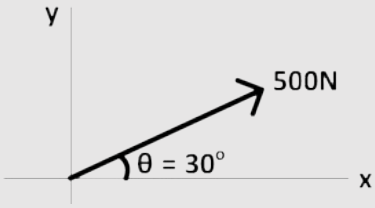
1. (3p) In de volgende afbeelding trekken twee kleine sleepbootjes een grotere boot voort met behulp van twee touwen. De resulterende kracht van de twee spankrachten in de touwen is in de afbeelding weergegeven. Bepaal de grootte van de twee spankrachten die de sleepbootjes uitoefenen.



2. (4p) Ontbind de krachten in de volgende afbeeldingen in twee componenten die over de stippellijnen lopen.



3. In de onderstaande afbeelding werkt een kracht van 500 N onder een hoek van 30 graden ten opzichte van de x-as.



   a. (3p) Ontbind de kracht in een component langs de x-as en een component langs de y-as. Bepaal dan door te meten de grootte van deze krachten.
   b. (2p) Ga nu met de sinus en cosinus na dat je hetzelfde antwoord vindt. Zo niet, dan staat je rekenmachine waarschijnlijk niet op graden ingesteld. Verander dit voordat je verder gaat.

Zorg dat je krachtenevenwichten kan construeren bij een voorwerp op een hellend vlak en zorg op het VWO had je hier ook mee kan rekenen

4. Maak het eerste stencil aan het einde van de paragraaf.
5. Een jongen met een massa van 40 kg glijdt met een constante snelheid van een glijbaan. De helling van de glijbaan is 40 graden.
   a. (HAVO,4p) Bepaal de grootte van de wrijvingskracht die de jongen ondervindt.
   b. (VWO,4p) Bereken de grootte van de wrijvingskracht die de jongen ondervindt.
6. Een vliegtuig beweegt met een constante snelheid onder een hoek van 15° met de horizontaal. De massa van het vliegtuig is 20×10^4 kg. De voorwaartse kracht op het vliegtuig (de stuwkracht) is $1{,}1 \times 10^5$ N. Buiten de zwaartekracht, de stuwkracht en de luchtwrijvingskracht werkt er ook een liftkracht op de vleugels van het vliegtuig. Deze kracht werkt altijd loodrecht op de vleugels.
   a. (HAVO,6p) Bepaal de grootte van de luchtwrijvingskracht en de liftkracht.
   b. (VWO,6p) Bereken de grootte van de luchtwrijvingskracht en de liftkracht.
7. Een speelgoedautootje met een massa van 1,2 kg bevat een motor die een kracht levert van 15 N. De auto wordt op een helling met een hellingshoek van 25° gezet. De auto blijkt hier met een constante snelheid tegenop te rijden.
   a. (HAVO,6p) Bepaal de normaalkracht en de wrijvingskracht die op deze auto werken.
   b. (VWO,5p) Bereken de normaalkracht en de wrijvingskracht die op deze auto werken.
8. Hetzelfde autootje wordt nu op een andere helling gezet, maar nu rijdt het autootje van de helling af. Ook deze helling heeft een hoek van 25°. Wederom is de snelheid constant.
   a. (HAVO,2p) Bepaal de normaalkracht en de wrijvingskracht opnieuw.
   b. (VWO,2p) Bereken de normaalkracht en de wrijvingskracht opnieuw.

TEN ENERGIE

9. (VWO,2p) In de onderstaande afbeelding zien we een blok dat glijdt van een hellend vlak met hellingshoek A. Laat met behulp van een tekening zien hoe de normaalkracht werkende op het blok verandert als we de hellingshoek groter maken.

Zorg dat je krachtenevenwichten kan construeren bij een voorwerp voortgetrokken onder een hoek en zorg op het VWO had je hier ook mee kan rekenen

10. Maak het tweede stencil aan het einde van de paragraaf.

11. Een slee wordt met een constante snelheid vooruit getrokken. De slee heeft een massa van 9,5 kg. De spankracht in het touw is 30 N en het touw staat onder een hoek van 37° met de horizontaal.

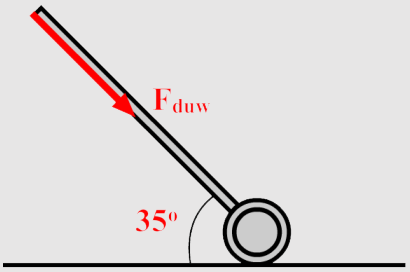
    a. (HAVO,6p) Bepaal de wrijvingskracht en de normaalkracht die de slee ondervindt.

    b. (VWO,6p) Bereken de wrijvingskracht en de normaalkracht die de slee ondervindt.

12. Een grasmaaier wordt vooruit geduwd met een constante snelheid van 0,15 m/s. De gebruiker van de grasmaaier oefent een spierkracht uit op de grasmaaier van 150 N. De grasmaaier heeft een massa van 5,8 kg.

    a. (HAVO,6p) Bepaal de wrijvingskracht en de normaalkracht die op de grasmaaier werkt.

    b. (VWO,6p) Bereken de wrijvingskracht en de normaalkracht die op de grasmaaier werkt.

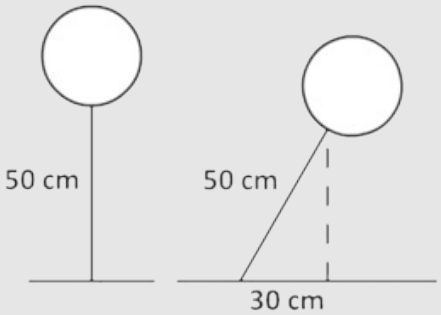


13. Een ballon zit vast aan een touw met een lengte van 50 cm. Het touw zit vast aan de grond. De zwaartekracht die op de ballon werkt is 0,40 N. De opwaartse kracht van de lucht op de ballon is 0,48 N.

    a. (3p) Teken de drie krachten die werken op de ballon in de linker tekening en bereken de spankracht.

    b. (5p) De wind blaast de ballon 30 cm opzij. Bepaal de grootte van de kracht waarmee de wind de ballon in deze situatie opzij blaast. Teken hiervoor eerst alle krachten die op de ballon werken in deze situatie. Je mag aannemen dat de opwaartse kracht gelijk is gebleven.

    c. (VWO,3p) Vind nu hetzelfde antwoord met behulp van een berekening.



14. (VWO,6p) Een leerling maait het gras met een grasmaaier met een massa van 3,5 kg. De hoek tussen de ondergrond en de grasmaaier is 35 graden (zie de onderstaande afbeelding). De leerling duwt hard genoeg dat de grasmaaier nét in beweging komt. De kracht F_{duw} die hij uitoefent is 150 N. Bereken de wrijvingscoëfficiënt f.

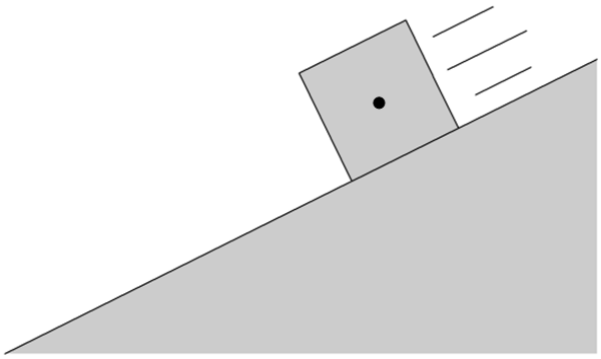
15. (EXTRA,7p) Een leerling maait met constante snelheid het gras met een grasmaaier van 3,5 kg. De hoek tussen de ondergrond en de grasmaaier is 35 graden (zie de bovenstaande afbeelding). De maaier ondervindt veel weerstand tijdens het maaien van het gras. De wrijvingscoëfficiënt is daarom vrij groot (f = 0,80). Bereken de minimale kracht F_{duw} waarmee de leerling moet duwen om de grasmaaier in beweging te krijgen.

TESTVERSIE

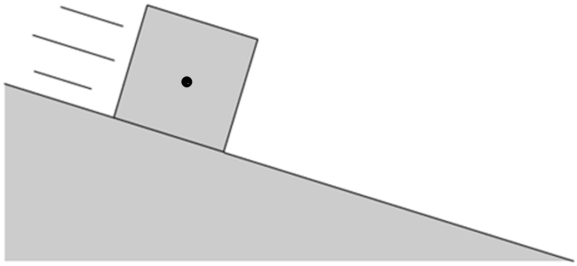
KRACHTENEVENWICHTEN OP EEN HELLEND VLAK

Teken telkens het krachtenevenwicht op schaal. Start alle pijlen in de aangegeven zwarte punten.

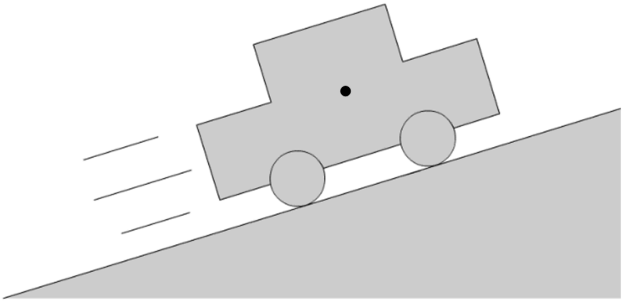
Een blok waarop een zwaartekracht werkt van 50 N glijdt met een constante snelheid van een helling. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.



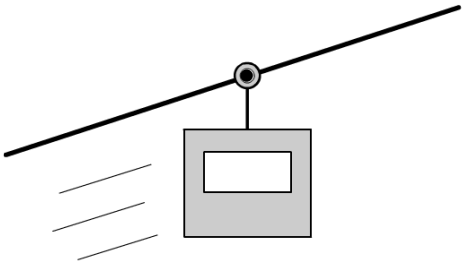
Een blok waarop een zwaartekracht werkt van 50 N glijdt met een constante snelheid van een helling. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.



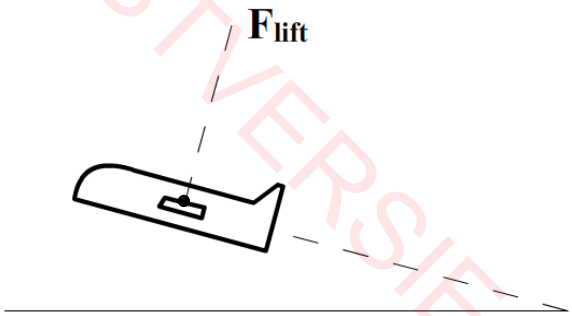
Een auto waarop een zwaartekracht werkt van 3000 N rijdt met een constante snelheid een helling op met een motorkracht van 5000 N. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.



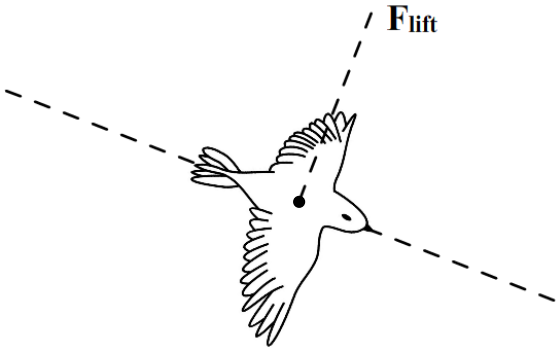
Een cabine van een kabelbaan met een zwaartekracht van 2000 N wordt met een motorkracht van 2500 N omhoog getakeld. Bepaal de grootte van de wrijvingskracht en de resulterende spankracht die op de cabine werkt.



Een vliegtuig met een zwaartekracht van 10 kN stijgt met constante snelheid op met een motorkracht van 15 kN. Bepaal de liftkracht en de wrijvingskracht die werken op het vliegtuig.



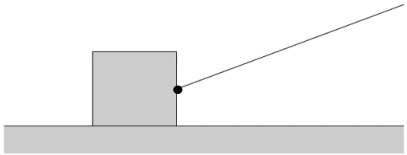
Een vogel maakt een daling met constante snelheid. De zwaartekracht werkende op de vogel is 150 N en de vogel zet geen kracht. Bepaal de liftkracht en de wrijvingskracht werkende op de vogel.



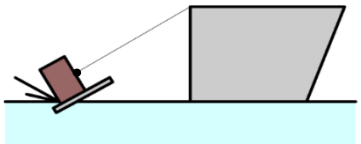
TESTVERSIE

STENCIL 2: KRACHTENEVENWICHTEN BIJ VOORTREKKEN ONDER EEN HOEK
Teken telkens het krachtenevenwicht op schaal op de aangegeven zwarte punten. Neem aan dat de snelheid van de voorwerpen telkens constant is.

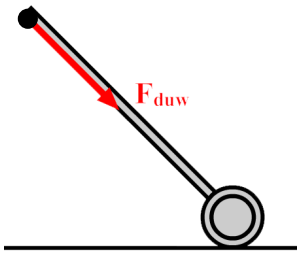
Een blok met een zwaartekracht van 100 N wordt aan een touw naar rechts getrokken met een spankracht van 100 N. De snelheid is constant. Bepaalde normaalkracht en de wrijvingskracht werkende op het blok.



Een waterskiër wordt met een spankracht van 400 N voortgetrokken. De skiër ervaart een opwaartse kracht van 400 N van het water. Bepaal de grootte van de zwaartekracht en de wrijvingskracht.



Een grasmaaier met een zwaartekracht van 40 N wordt met constante snelheid naar rechts geduwd. De duwkracht werkt schuin naar beneden en is gelijk aan 40 N. Bepaal de grootte van de wrijvingskracht en de normaalkracht.



§5 De tweede wet van Newton

In deze paragraaf gaan we rekenen met de tweede wet van Newton. Deze wet vertelt ons hoe groot de resulterende kracht is werkend op een versnellend voorwerp.

Eerder dit hoofdstuk hebben we gezien dat de eerste wet van Newton ons vertelt dat de resulterende kracht nul is als de snelheid van een voorwerp constant is. De **tweede wet van Newton** vertelt ons wat er gebeurt als de resulterende kracht **niet** nul is. In dat geval geldt:

$$F_{res} = ma$$

Versnelling (a)	meter per seconde per seconde (m/s^2)
Resulterende kracht (F_{res})	newton (N)
Massa (m)	kilogram (kg)

De formule wordt ook vaak in de volgende vorm geschreven:

$$a = \frac{F_{res}}{m}$$

In deze vorm is goed te zien dat een voorwerp **versnelt** als er een resulterende kracht op werkt. Ook zien we dat deze versnelling **kleiner** wordt als de massa van het voorwerp **groter** is. Voorwerpen met een grote massa zijn dus moeilijk in beweging te krijgen en ook moeilijk af te remmen. Hoe groter de massa van een voorwerp is, hoe moeilijker het dus is om de snelheid van dit voorwerp te veranderen. We noemen dit principe **traagheid**.

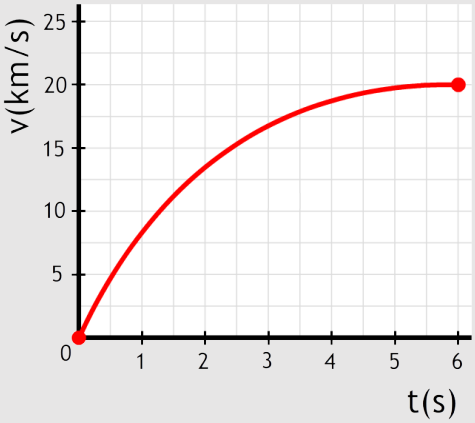
EXPERIMENT TWEEDE WET VAN NEWTON & TRAAGHEID

INSTRUCTIEVIDEO TWEEDE WET VAN NEWTON

TESTVERSIE

Voorbeeld

Vraag:
In het onderstaande (v,t)-diagram is het opstijgen van een raket beschreven. De raket heeft een massa van 2,8 × 10^6 kg. Bepaal de motorkracht van de raket op t = 0 s. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

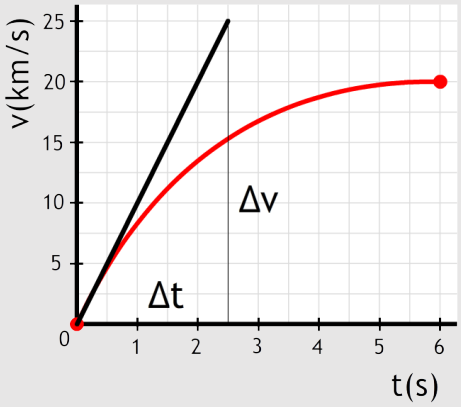


Antwoord:
Met behulp van een **raaklijn** op t = 0 s vinden we de **versnelling** (zie de afbeelding in de rechter kolom). Met behulp van de raaklijn vinden we de volgende versnelling:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \times 10^3}{2,5} = 1,0 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

Met de **tweede wet van Newton** kunnen we nu de **resulterende kracht** berekenen:

$$F_{res} = ma = 2,8 \times 10^6 \times 1,0 \times 10^4 = 2,8 \times 10^{10} \text{ N}$$



Dit is echter nog niet het antwoord. We willen niet de resulterende kracht weten, maar de **motorkracht**. In deze situatie werkt op de raket een **motorkracht omhoog** en een **zwaartekracht omlaag**. Er werkt op dit moment nog geen luchtwrijvingskracht, omdat de grafiek op t = 0 s een snelheid van 0 m/s heeft. Er geldt dus:

$$F_{res} = F_m - F_z$$

Dit kunnen we omschrijven tot:

$$F_m = F_{res} + F_z$$

Als we dit invullen, dan vinden we:

$$F_m = 2,8 \times 10^{10} + 2,8 \times 10^6 \times 9,81 = 2,8 \times 10^{10} \text{ N}$$

Zorg dat je kan rekenen met de formule F_{res} = ma

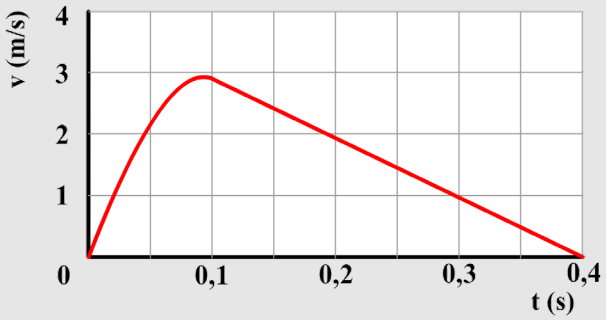
1. (1p) Leid de eenheid van de kracht af in SI-grondeenheden met behulp van de volgende formule:

   $$F_{res} = ma$$

2. Een auto versnelt vanuit stilstand naar 100 km/h in 25 seconden. De auto heeft een massa van 3,5 × 10^3 kg.
   a. (5p) Bereken de resulterende kracht die op de auto werkt.
   b. (2p) De wrijvingskracht die op de auto werkt tijdens het optrekken was gelijk aan 3,0 × 10^3 N. Bereken hiermee de motorkracht van de auto.

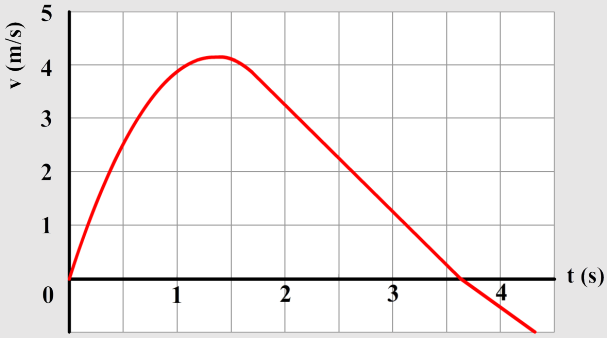
3. Het rechter (v,t)-diagram beschrijft een sprong van een volleybalspeler met een massa van 75 kg.
   a. (4p) Bepaal de resulterende kracht werkende op de springer op tijdstip t = 0 s.
   b. (2p) Bepaal de afzetkracht van de springer op tijdstip t = 0 s.

   (bron: examen VWO 2015-1)



TESTVERSIE

4. Space Shot is een spectaculaire attractie in het pretpark Six Flags. Hierbij kan een groep mensen zich laten lanceren met behulp van een ring om een hoge toren. De massa van de ring met bezoekers is $2{,}4 \times 10^3$ kg. Hieronder zien we een (v,t)-diagram van de beweging.

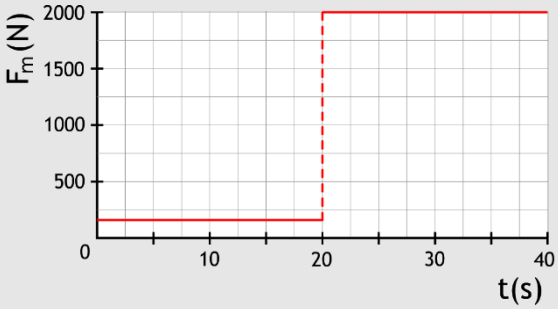


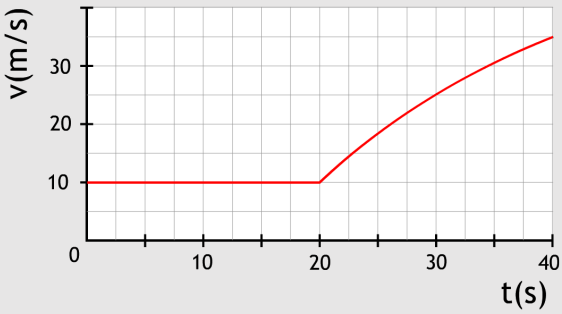
a. (5p) Bepaal de motorkracht waarmee de ring wordt afgeschoten. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

b. (VWO,4p) In werkelijkheid is de wrijvingskracht niet te verwaarlozen. Dit is bijvoorbeeld te zien aan de lichte knik in de grafiek op tijdstip t = 3,62 s (leg je geodriehoek op de grafiek om de knik goed te kunnen zien). Leg uit waarom we aan de aanwezigheid van deze knik kunnen zien dat er wel degelijk een wrijvingskracht werkt.

(bron: examen VWO 2003-1)

5. Een auto rijdt over een lange weg met een constante snelheid. Op t = 20 s besluit de chauffeur zijn gaspedaal verder in te trappen om te versnellen. Hieronder is het (v,t)- en het (F_m,t)-diagram weergegeven van deze beweging. De massa van auto met chauffeur is $1{,}0 \times 10^3$ kg.





a. (2p) Bepaal de grootte van de totale wrijvingskracht op de auto vóór het versnellen. Verklaar je antwoord.

b. (5p) Bepaal de grootte van de wrijvingskracht op tijdstip t = 30 s.

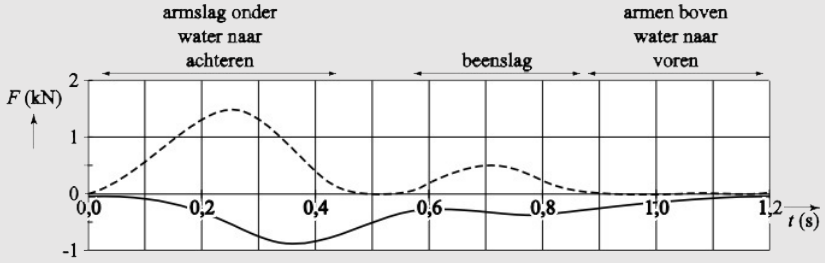
6. Een auto met een massa van 2200 kg wordt weggetakeld met behulp van een kabel. De kabel zit onder een hoek van 23 graden met de horizontaal aan de auto vast. De spankracht in de kabel is 450 N. In eerste instantie laten we de wrijvingskrachten buiten beschouwing.

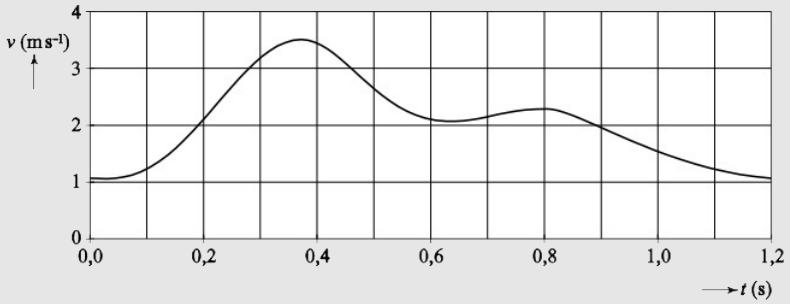
a. (4p) Bereken de snelheid van de auto na 5,0 s als er geen wrijvingskracht werkt.

b. (VWO,6p) In werkelijkheid werkt er natuurlijk wel een wrijvingskracht. De wrijvingscoëfficiënt van het contactoppervlak tussen de banden van de auto en de weg is 0,007. Bereken nogmaals de snelheid van de auto na 5,0 s.

TESTVERSIE

7. (VWO) Hieronder zien we een (F,t)- en een (v,t)-diagram van een zwemmer die een volledige zwemslag maakt. In het bovenste diagram staat de stippellijn voor de spierkracht van de zwemmer en de doorgetrokken lijn voor de wrijvingskracht.



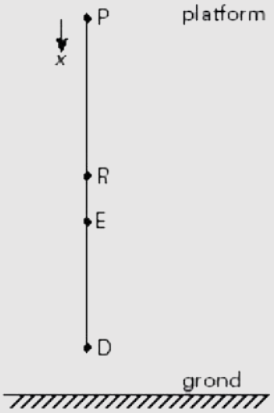


a. (2p) Het tijdstip waarop de snelheid maximaal is, valt later dan het tijdstip waarop de voortstuwingskracht maximaal is. Verklaar dit.

b. (1p) Op tijdstip t = 0,37 s is de snelheid even constant. Verklaar dit.

c. (1p) Na tijdstip t = 0,37 s is de wrijvingskracht voor een tijdje groter dan de spierkracht. Leg uit of de zwemmer hier vooruit of achteruit beweegt.
(bron: examen VWO 2011-2)

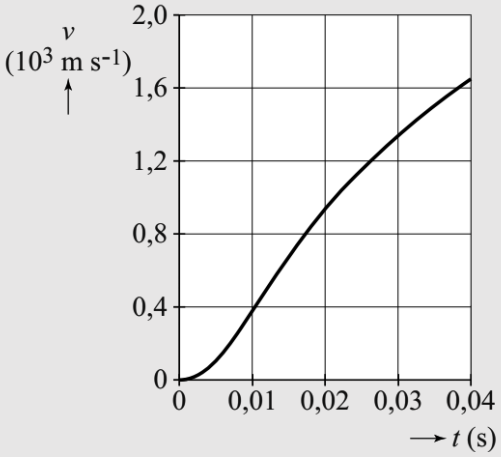
8. (2p) Een leerling wil een bungeejump maken. Op een hoog platform wordt een 15 meter lang elastisch koord aan hem vastgemaakt. De leerling laat zich dan zonder beginsnelheid van het platform vallen. In het laagste punt van de sprong is het koord 20 m uitgerekt.

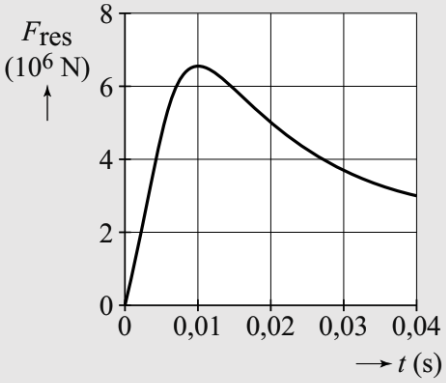


In de schematische tekening zijn een aantal punten met letters aangegeven. P is het platform waar de sprong begint. R is de plaats (15 m onder P) waar het koord begint uit te rekken. E is de evenwichtsstand waar de leerling aan het einde van de sprong in rust blijft hangen. D is het laagste punt (35 m onder P). Beredeneer of de leerling op het traject van R naar E versnelt of vertraagt. Verwaarloos hierbij de wrijvingskrachten.
(bron: examen VWO 2001-1)

TESTVERSIE

9. Tegen het einde van de Eerste Wereldoorlog introduceerde het Duitse leger het Parijse Kanon. Dit kanon kon Parijs beschieten van achter de frontlinie, op een afstand van 120 km. Een granaat bereikte hierbij een hoogte van wel 40 km. De loop was extra lang gemaakt, zodat de granaten een voldoende hoge snelheid kregen om de afstand te overbruggen. Hieronder zien we het (v,t)-diagram en het (F_{res},t)-diagram van een granaat weergegeven tijdens het afschieten. Op t = 0,04 s verlaat de granaat de loop.

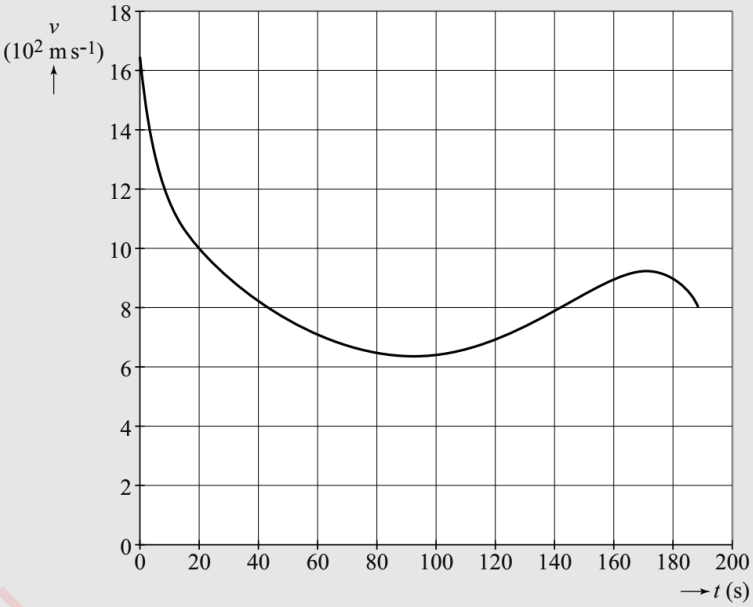




a. (3p) Bepaal met behulp van het linker diagram de lengte van de loop van het kanon.

b. (4p) Laat met behulp van beide diagrammen zien dat de massa van de granaat 112 kg is.

c. (2p) Hieronder is het (v,t)-diagram van de baan van de granaat te zien. Ook het effect van de luchtwrijving is hierbij meegenomen. Op t = 190 s komt de granaat aan op de grond. Bepaal de afstand die de granaat in totaal heeft afgelegd.



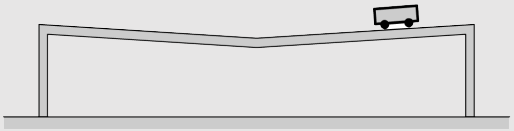
d. (2p) Leg uit waarom je een antwoord vindt groter dan de 120 km die aan het begin van de vraag genoemd is.

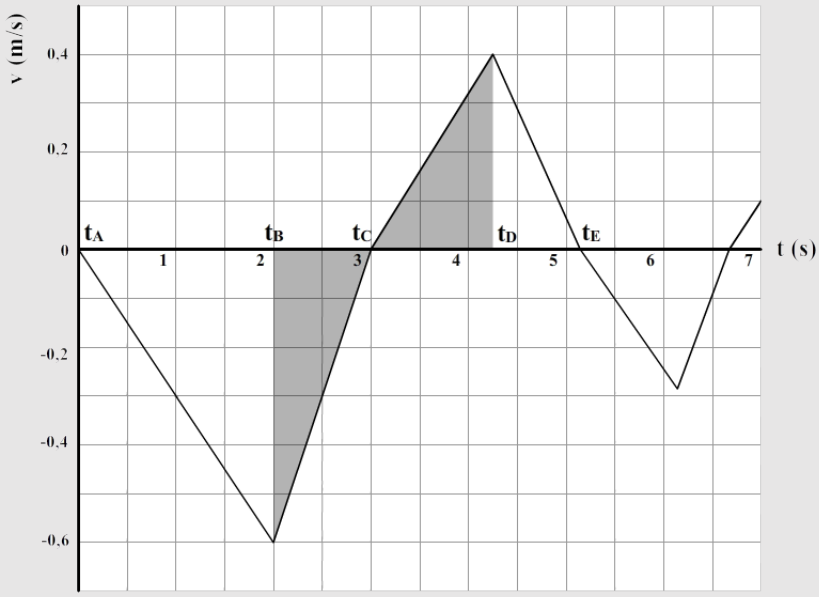
e. (3p) Leg uit waarom de snelheid eerst afneemt (tot t = 90 s), daarna weer toeneemt (tot t = 170 s) en uiteindelijk weer even afneemt (tot t = 190 s).

f. (VWO,1p) Er wordt vaak gezegd dat de snelheid op het hoogste punt van een beweging nul is. Leg uit waarom dit bij deze beweging niet het geval is.
(bron: examen VWO 2019-2)

TESTVERSIE

10. (VWO) In het onderstaande (v,t)-diagram is de beweging van een karretje beschreven dat heen en weer beweegt op een rail met een knik in het midden. Tussen tijdstip t_B en t_C gaat het karretje de linker helling op en tussen tijdstip t_C en t_D gaat het karretje de linker helling weer af.





a. (1p) Hoe kan je aan het diagram zien dat er wrijvingskracht werkt?

b. (4p) De kar ondervindt tijdens zijn beweging een constante wrijvingskracht. Leg uit waarom de versnelling tussen t_b en t_c en tussen t_c en t_d dan toch anders is.

c. (5p) Bepaal de wrijvingskracht op de kar. Neem hiervoor aan dat de massa van het karretje gelijk is aan 43 gram (heftige vraag!).
(bron: examen VWO 1986-2)

§6 De derde wet van Newton

In deze paragraaf introduceren we de derde wet van Newton. Deze wet beschrijft de terugslag die een voorwerp ervaart als deze een kracht uitoefent op een ander voorwerp.

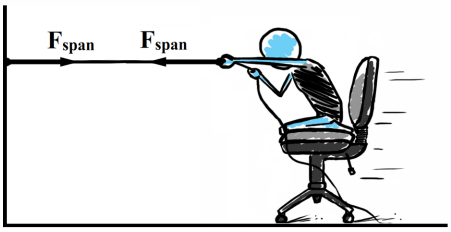
De **derde wet van Newton** vertelt ons dat krachten altijd **in paren** voorkomen. Voor elke kracht die voorwerp A op voorwerp B uitoefent, is er ook een kracht die voorwerp B op voorwerp A uitoefent. Beide krachten zijn altijd **even groot** en wijzen in **tegengestelde richting**. Wiskundig schrijven we de derde wet als volgt op:

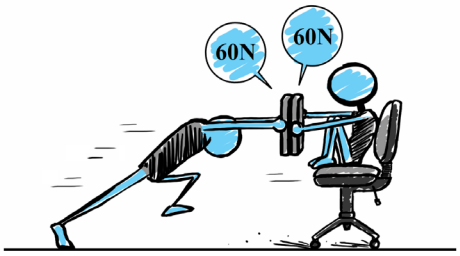
$$F_{A \to B} = -F_{B \to A}$$

Kracht van A op B ($F_{A \to B}$)	newton (N)
Kracht van B op A ($F_{B \to A}$)	newton (N)

TESTVERSIE

Laten we een paar voorbeelden bespreken. In de linker onderstaande afbeelding zien we persoon die zichzelf met behulp van een touw richting een muur trekt. De persoon oefent een spierkracht op de muur uit die naar **rechts** werkt. Als gevolg oefent de muur een kracht op de persoon uit die naar **links** werkt. Het is deze kracht die ervoor zorgt dat de persoon richting de muur beweegt. Dat deze krachten altijd even groot zijn, zien we goed als twee personen twee weegschalen tegen elkaar aan duwen (zie de rechter onderstaande afbeelding). Hoe hard de personen ook duwen, beide weegschalen zullen altijd dezelfde waarde aangeven. Dit geldt zelfs in de onderstaande situatie waarbij de ene persoon actief duwt en de andere persoon de weegschaal alleen stil probeert te houden. De derde wet van Newton geldt altijd.





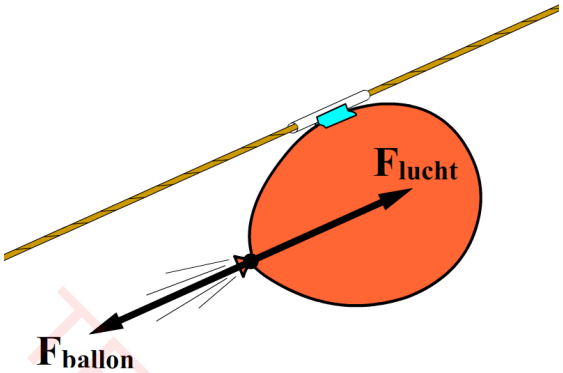
EXPERIMENT DERDE WET VAN NEWTON

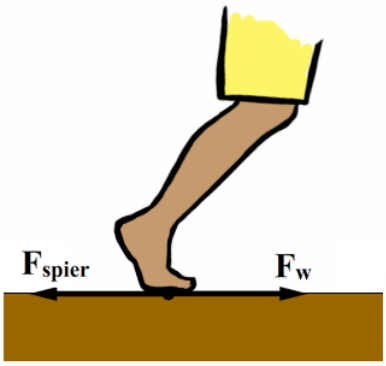
INSTRUCTIEVIDEO DERDE WET VAN NEWTON

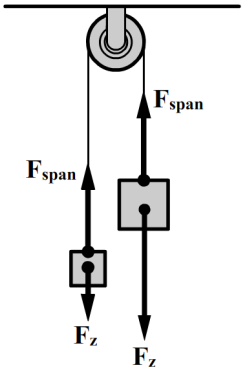
De derde wet van Newton ligt ook aan de basis van **raketaandrijving**. Een vliegtuig stijgt op doordat de vleugels van het vliegtuig zich afzetten tegen de lucht. In de ruimte is echter geen lucht, dus is een ander mechanisme nodig. Een raket drijft zichzelf aan door gas weg te schieten dat ontstaat bij explosies van brandstof in de motor. Doordat de raket een kracht uitoefent op dit gas, oefent het gas ook weer een kracht uit op de raket. Het is door deze kracht dat de raket vooruit gaat. Hetzelfde effect zien we als we een opgeblazen ballon loslaten. De ballon perst lucht naar buiten en als gevolg oefent de lucht een kracht uit waarmee de ballon naar voren gaat (zie de onderstaande linker afbeelding).

We gebruiken de derde wet ook tijdens het lopen. Om vooruit te komen, zetten we ons af tegen de grond. Dit doen we door een spierkracht naar achteren uit te oefenen. Als gevolg levert de grond een wrijvingskracht naar voren. Het is door deze kracht dat we vooruit gaan.

De derde wet kan ook goed gebruikt worden om allerlei natuurkundige problemen op te lossen. Denk bijvoorbeeld aan twee blokken die aan een katrol hangen (zie de onderstaande rechter afbeelding). Ook wanneer de massa's verschillend zijn, weten we dat de spankrachten in beide uiteinden van het touw gelijk moeten zijn dankzij de derde wet.

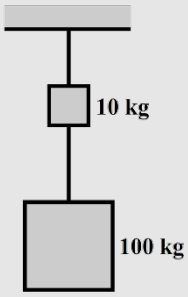






Zorg dat je kan redeneren met de derde wet van Newton

1. (2p) Je loopt een trap op. In welke richting werkt de spierkracht? Hoe kan het dat je door het uitoefenen van deze kracht omhoog gaat?
2. (2p) Leg uit hoe raketaandrijving werkt.
3. (3p) Hiernaast zien we twee blokken die onder elkaar zijn opgehangen. Het bovenste blok heeft een massa van 10 kg en het onderste blok een massa van 100 kg. De blokken hangen stil. Geef aan welke krachten werkende op dit systeem gelijk zijn. Ligt je antwoord toe.
4. Maak de quiz op de website met de rechter QR-code.



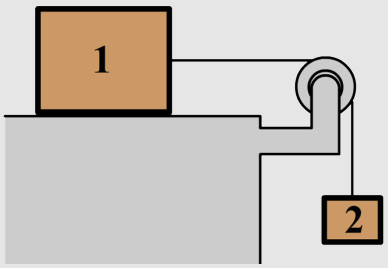
TESTVERSIE

5. Persoon A met een massa van 100 kg duwt persoon B met een massa van 60 kg.
   a. (1p) Leg uit of persoon A een grotere kracht uitoefent of persoon B een grotere kracht uitoefent of dat beide personen een even grote kracht op elkaar uitoefenen.
   b. (1p) Leg uit of persoon A een grotere versnelling ondergaat of persoon B een grotere versnelling ondergaat of dat beide personen een even grote versnelling ondergaan.
   c. (2p) Persoon A duwt met een kracht van 55 N. Bereken voor elk van de personen de versnelling die ze zullen ondervinden.
   d. (1p) Nu duwt juist persoon B. Ook deze persoon duwt met 55 N. Leg uit hoe groot de versnellingen nu zijn.

6. Een persoon met een massa van 80 kg duwt een boodschappenkar vooruit met een versnelling van 0,60 m/s^2. Hij doet dit door zich met een kracht van 160 N af te zetten tegen de ondergrond.
   a. (1p) Leg uit in welke richting de persoon zich moet afzetten.
   b. (3p) Bereken de kracht waarmee de kar tegen de persoon duwt (tip: het is handig om de persoon en de kar even te tekenen, inclusief de krachten die op beide objecten werken).
   c. (1p) Bereken de kracht waarmee de persoon tegen de kar duwt.
   d. (3p) De totale wrijvingskracht werkende op de kar is gelijk aan 24 N. Bereken hiermee de massa van de kar.

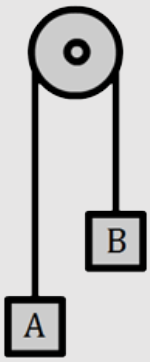
7. (3p) De aarde versnelt ons op het aardoppervlak met een versnelling van 9,81 m/s^2. Volgens de derde wet van Newton geldt dat als de aarde een kracht uitoefent op een persoon, dat de persoon dan ook een kracht uitoefent op de aarde. Bereken de versnelling die de aarde ondervindt van een persoon met een massa van 70 kg.

8. Een blokje (1) met massa 2,50 kg wordt met behulp van een ander blokje (2) in beweging gebracht (zie de onderstaande afbeelding). Neem aan dat alle wrijvingskrachten te verwaarlozen zijn. De blokjes voeren samen een eenparig versnelde beweging uit. De blokjes hebben vanuit stilstand na 1,58 s een snelheid van 1,14 m/s.



   a. (3p) Bereken de spankracht in het touw. Bereken daartoe eerst de versnelling van de blokjes.
   b. (HAVO) Laat zien dat de massa van blokje 2 gelijk moet zijn aan 0,198 kg.
   c. (4p, VWO) Bereken de massa van blokje 2.

9. (VWO) In de onderstaande afbeelding zien we de blokjes A en B die aan een katrol bevestigd zijn. Beide blokjes hebben een massa van 100 gram. Omdat de massa's gelijk zijn, kunnen we beide blokjes stilzetten (zelfs als de blokjes zich op een verschillende hoogte bevinden).



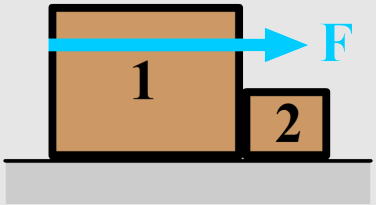
   a. (3p) Bereken de spankracht in het koord.
   b. (3p) Blokje A wordt vervangen door een blokje met een grotere massa. Hierdoor begint blokje A met een versnelling van 0,50 m/s^2 te dalen. Bereken wederom de spankracht in het koord. De wrijvingskracht in het touw mag verwaarloosd worden.
   c. (5p) We kunnen de versnelling van de blokjes met willekeurige massa berekenen met de volgende algemene formule:

      $$a = g\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \quad (m_A > m_B)$$

      Leid deze formule af.
   d. (3p) In plaats van blokje A, hangen we nu een blokje van 150 gram op. Blokje B heeft nog steeds een massa van 100 gram. Bereken de spankracht in het touw.

TEST-TEST

10. In de volgende afbeelding zijn twee blokken te zien die vooruit worden geduwd met een kracht F van 9 N over een wrijvingsloos oppervlak. De massa van blok 1 is twee keer zo groot als de massa van blok 2.



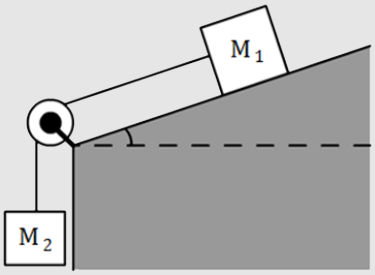
a. (2p) Op blok 1 werken twee krachten in horizontale richting. Op blok 2 werkt maar één kracht in horizontale richting. Benoem welke krachten dit zijn.

b. (1p) Leg uit of beide blokken wel of niet dezelfde versnelling ondergaan.

c. (1p) Leg uit of beide blokken wel of niet dezelfde resulterende kracht ervaren.

d. (4p) Bereken de normaalkrachten tussen de twee blokken.

11. (VWO) Een blokje (M_1) met een massa van 200 gram ondergaat een versnelling van 0,20 m/s^2 mede doordat het naar beneden wordt getrokken door een ander blokje (M_2). De situatie is hieronder afgebeeld. De helling wordt zo gekozen dat de wrijvingskracht die op het blok werkt precies wordt gecompenseerd door de component van de zwaartekracht waarmee het blokje van de helling wordt getrokken. De luchtwrijvingskracht is te verwaarlozen.



a. (3p) Bereken de spankracht in het touw werkende op blokje M_2.

b. (3p) Bereken de massa van blokje M_2.

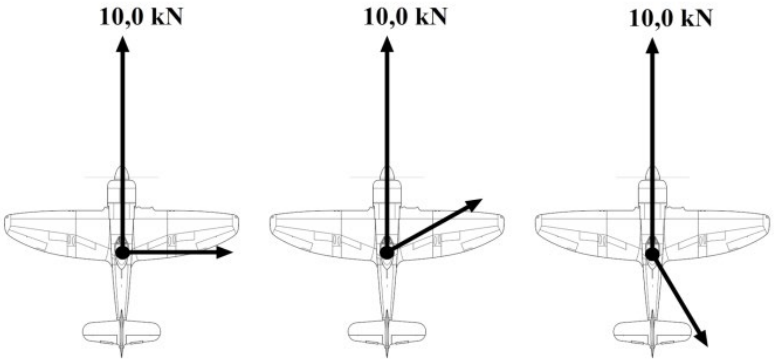
c. (EXTRA) Bereken de hellingshoek α. Maak hiervoor eventueel gebruik van de volgende wiskundige regel:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

De schuifwrijvingscoëfficiënt f van blok M_1 is gelijk aan 0,80.

§7 Oefentoets

Het vliegtuig
Hieronder zien we telkens een vliegtuig dat met constante snelheid door de lucht vliegt. In elke afbeelding is een motorkracht weergegeven van 10,0 kN en ook een windkracht.

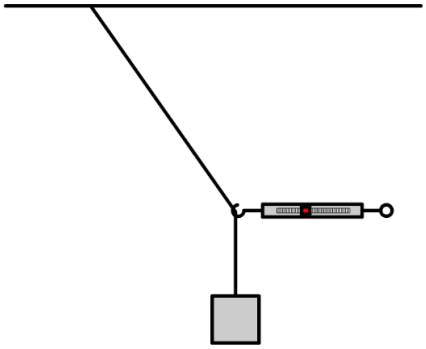


1 (6p) Teken in alle drie de gevallen de luchtwrijvingskracht op schaal.

2 (2p) Bepaal ook de grootte van de luchtwrijvingskrachten.

TESTVERSIE

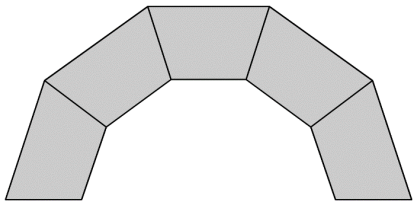
De Newtonmeter
Een leerling wil met een newtonmeter de massa van een blokje meten, maar helaas heeft de newtonmeter niet genoeg bereik om het blokje te kunnen meten. Om toch de massa te kunnen meten, maakt de leerling de linker onderstaande opstelling. De leerling vindt dat de newtonmeter 5,0 N aangeeft.



3 (4p) Bepaal met behulp van de afbeelding de massa van het blokje.

De Romeinse boog

In de oudheid werd ontdekt dat je met behulp van een krachtenevenwicht een boog van stenen kan maken zonder daarbij cement te hoeven gebruiken. De bovenste steen in de rechter afbeelding heeft een massa van 300 kg.



4 (4p) Bepaal met een behulp van een constructietekening hoe groot de normaalkrachten zijn die de bovenste steen uitoefent op de twee aangrenzende stenen.

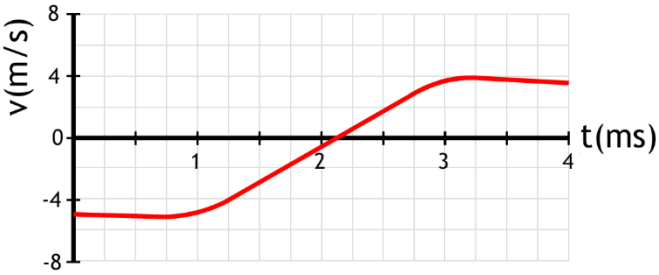
De stuiterbal

Een plastic stuiterbal met een diameter van 5,0 cm valt van een hoogte van 1,5 meter naar beneden en komt tegen de grond met een snelheid van 5,4 m/s. De dichtheid van plastic is $1{,}2 \times 10^3$ kg/m^3.

5 (3p) Laat zien dat de zwaartekracht werkende op de bal gelijk is aan 0,77 N.

6 (4p) Laat met een berekening zien dat de luchtwrijvingskracht in dit geval verwaarloosbaar is. Ga uit van een c_w-waarde van 0,01.

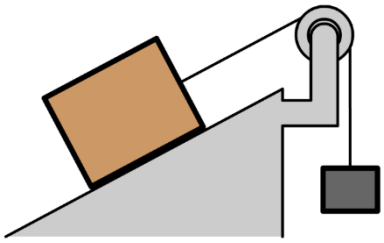
Als de stuiterbal tegen de grond komt, ondergaat deze een behoorlijke versnelling. Hiernaast is in een (v,t)-diagram ingezoomd op de periode waarin de stuiterbal de grond raakt.



7 (6p!) Bepaal de maximale elastische kracht die de stuiterbal uitoefent.

Het hellende vlak

Een houten blokje met een massa van 200 gram wordt een helling op versneld met behulp van een katrol en een zwaarder blokje met een massa van 400 gram (zie de onderstaande afbeelding. Deze afbeelding is niet op schaal afgebeeld). De versnelling van beide blokken is gelijk aan 0,50 m/s^2. De hellingshoek is 31 graden.



8 (HAVO, 4p) Bepaal met behulp van een tekening de grootte van de normaal kracht werkende op het grote blok.

9 (VWO, 4p) Bereken met behulp van een tekening de grootte van de normaal kracht werkende op het grote blok.

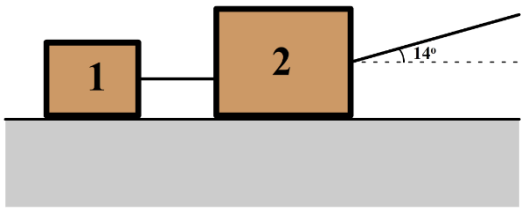
10 (2p) Laat met een bereken zien dat de spankracht in het touw gelijk is aan 3,7 N.

11 (HAVO, 2p) Bepaal de grootte van de wrijvingskracht werkende op het grote blok.

12 (VWO, 2p) Bereken de grootte van de wrijvingskracht werkende op het grote blok.

Twee blokken

In de rechter situatie worden twee blokken met een spankracht van 100 N naar rechts getrokken onder een hoek van 14°. Blok 2 heeft een massa van 20 kg en ondergaat een versnelling van 0,80 m/s^2. We verwaarlozen de wrijvingskracht.



13 (3p, HAVO) Laat met een bepaling zien dat de spankracht tussen blok 1 en blok 2 gelijk is aan 1,2 kg.

14 (3p, VWO) Laat met een berekening zien dat de spankracht tussen blok 1 en blok 2 gelijk is aan 1,2 kg.

15 (3p) Bereken de massa van blok 1.

Botsing

Een kleine personenauto met een massa van 1200 kg botst tegen een vrachtauto met een massa van 12 000 kg. De vrachtauto komt met een 5,0 keer grotere versnelling aanrijden.

16 (2p) Leg uit of de kracht werkende op de personenauto kleiner, gelijk of groter is dan de kracht werkende op de vrachtauto tijdens de botsing.

TOEVERSIE

Hoofdstuk 4
Gravitatie

§1 De vrije val

In dit hoofdstuk gaan we de zwaartekracht bestuderen. In de eerste paragraaf kijken we naar de valbeweging op aarde. Daarna gaan we zien hoe de zwaartekracht er ook voor kan zorgen dat objecten in een baan om de aarde kunnen belanden.

Als een voorwerp ongehinderd valt, dan spreken we van een **vrije val**. Bij een vrije val werkt dus **alleen de zwaartekracht** op het voorwerp. Alle andere krachten zijn dan **afwezig** of **verwaarloosbaar klein**. Voor een vrije val geldt dus:

$$F_{res} = F_z$$

Als we deze vergelijking uitwerken met de formules F_{res} = ma en F_z = mg, dan vinden we:

$$ma = mg$$

Door aan beide kanten de massa weg te strepen vinden we dan:

$$a = g$$

Een voorwerp dat een vrije val ondergaat heeft dus altijd een versnelling gelijk aan de **valversnelling** (**g**), ongeacht de massa van dit voorwerp. In afwezigheid van luchtwrijving zou een veer dus even snel moeten vallen als een hamer. Dit experiment is getest op de maan en dit blijkt inderdaad het geval te zijn (zie ook de filmpjes op de website met behulp van de rechter QR-code).

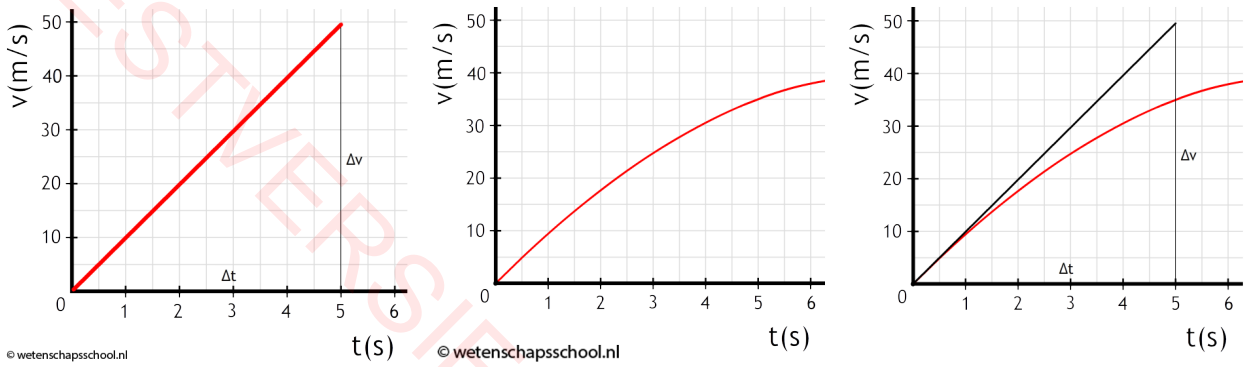
EXPERIMENT
VALLEN IN VACUUM

Het (v,t)-diagram van een vrije val is linksonder afgebeeld. Als we het diagram nauwkeurig aflezen, dan vinden we inderdaad de valversnelling (g):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{49,05}{5,00} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

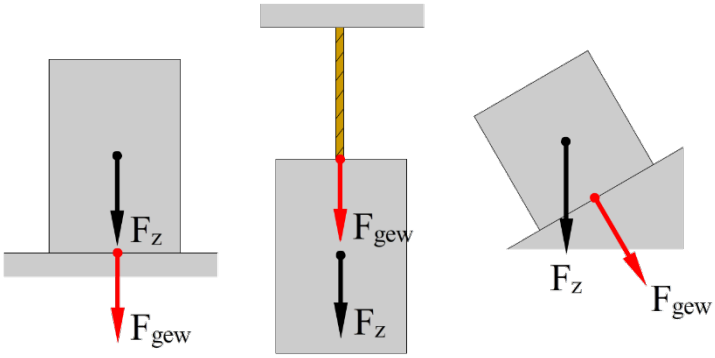
In het middelste (v,t)-diagram zien we een val waarbij de luchtwrijvingskracht niet te verwaarlozen is. Zoals je kunt zien wordt de versnelling steeds kleiner. Ook met dit diagram kunnen we echter de valversnelling bepalen. Dit doen we door op t = 0 s een raaklijn te tekenen (zie de rechter afbeelding). Op dit tijdstip is de snelheid van het voorwerp namelijk nog nul en is er dus ook geen luchtwrijvingskracht. Als gevolg hebben we op dit moment te maken met een vrije val en geldt dus ook a = g.



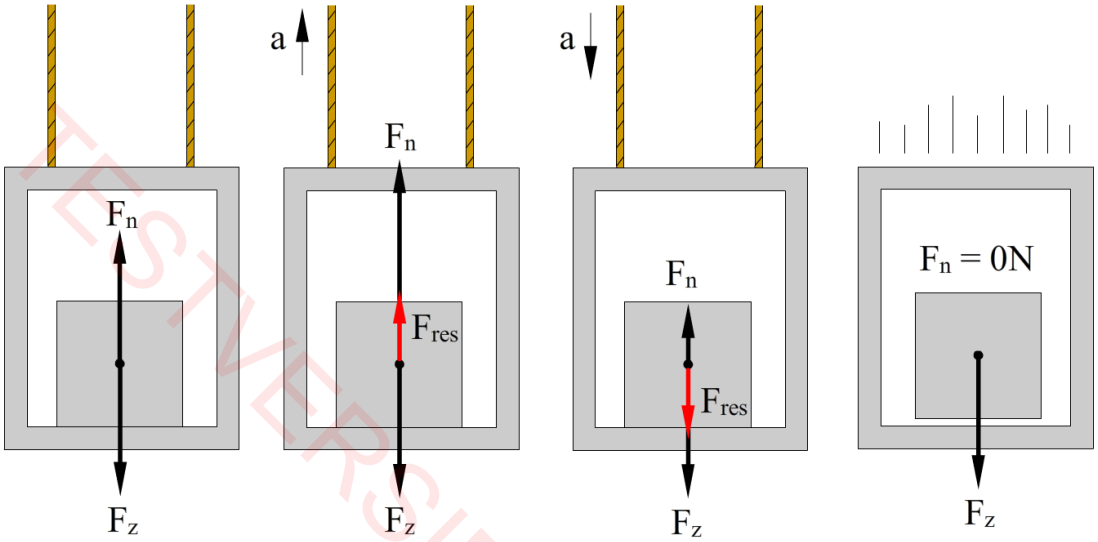
TESTVERSIE

Een bijzondere eigenschap van een **vrije val** is dat je **niet voelt dat je valt**. Als je niet zou zien dat de grond op je afkomt, dan zou je denken dat je zweeft. We noemen dit **gewichtloosheid**. In een filmpje op de website (zie de QR-code onderaan de bladzijde) zien we een vliegtuig in vrije val (het vliegtuig gebruikt een beetje motorkracht om precies de luchtwrijvingskracht op te heffen). In het filmpje is te zien dat de personen in het vliegtuig tijdens de val volledig gewichtloos zijn (zie ook de rechter afbeelding).

Om gewichtloosheid beter te begrijpen, definiëren we de **gewichtkracht** (**F_{gew}**). De gewichtkracht wordt ook wel het **gewicht** genoemd. In het dagelijks leven wordt gewicht vaak uitgedrukt in kilogram, maar dit is **onjuist**. Gewicht is een kracht en wordt dus uitgedrukt in **newton**. Het gewicht is de kracht die een voorwerp uitoefent op zijn **ondersteuning** of **ophangpunt**. In de eerste rechter afbeelding zien we een blok dat op de grond ligt. De aarde trekt het blok naar beneden (dit is de zwaartekracht). Als gevolg duwt het blok tegen de grond aan (dit is het gewicht). In de rechter afbeelding zien we een soortgelijk voorbeeld. De aarde trekt het blok naar beneden (dit is de zwaartekracht). Als gevolg trekt het blok aan het touw (dit is het gewicht).
In deze twee voorbeelden zijn de zwaartekracht en de gewichtkracht **even groot**, maar dit is niet altijd het geval. In de derde afbeelding zien we een blok op een helling. Zoals we in het hoofdstuk kracht gezien hebben, kunnen we de zwaartekracht die op het blok werkt opdelen in een component waarmee het blok van de helling wordt geduwd en een component waarmee het blok tegen de helling aan wordt gedrukt. Deze laatste component is gelijk aan de gewichtkracht (en is in evenwicht met de normaalkracht).



Het verschil tussen zwaartekracht en gewicht is ook duidelijk te ervaren in een **lift**. Hieronder zien we links een lift die stil staat (of met een constante snelheid beweegt). In dit geval is de zwaartekracht in evenwicht met de normaalkracht. Dankzij de derde wet is de **normaalkracht altijd gelijk aan het gewicht**. Het gewicht is nu dus ook gelijk aan de zwaartekracht. In de tweede afbeelding zien we een lift die omhoog versnelt. Er werkt in dit geval dus een resulterende kracht omhoog. Dit betekent dat de normaalkracht groter moet zijn dan de zwaartekracht. Omdat de normaalkracht even groot is als het gewicht, is in dit geval dus ook het gewicht groter. Als gevolg kunnen we concluderen dat een persoon in een lift zich iets zwaarder voelt als deze lift omhoog versnelt. In de derde afbeelding versnelt een lift naar beneden en werkt er dus ook een resulterende kracht naar beneden. Als gevolg wordt de normaalkracht nu kleiner dan normaal het geval is. Dit zorgt ervoor dat we ons iets lichter voelen als een lift naar beneden versnelt. In de rechter afbeelding versnelt de lift naar beneden met g. De resulterende kracht is nu gelijk aan de zwaartekracht (ma = mg). Als gevolg moet de normaalkracht nul zijn. Ook het gewicht is hier dus nul. Het blok is nu gewichtloos.



EXPERIMENT GEWICHTLOOSHEID

INSTRUCTIEVIDEO DE VALBEWEGING & GEWICHT-LOOSHEID

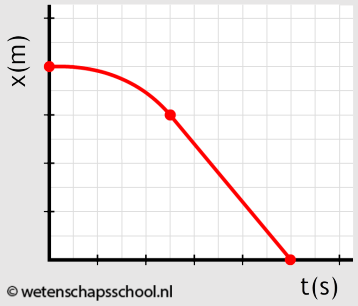
TESTVERSIE

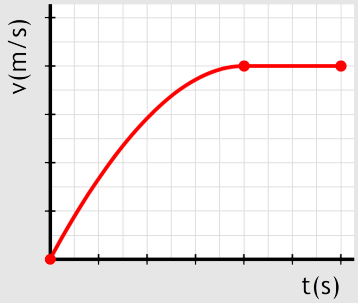
Zorg dat je valbewegingen met en zonder wrijvingskracht met (x,t)- en (v,t)-diagrammen kan beschrijven

1. (2p) Schets een (x,t)- en een (v,t)-diagram van een vallende steen die een vrije val ondergaat.

2. (2p) Schets een (x,t)- en een (v,t)-diagram van een vallende steen met luchtwrijvingskracht.

3. In het onderstaande (x,t)- en (v,t)-diagram wordt een valbeweging beschreven.





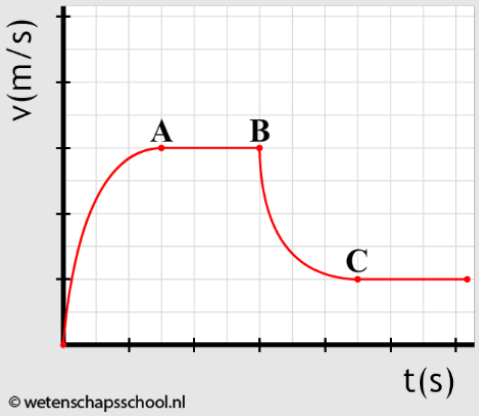
   a. (1p) Leg uit hoe je aan beide diagrammen kunt zien dat de wrijvingskracht niet te verwaarlozen is.

   b. (1p) Bepaal de snelheid van het voorwerp op t = 0 s.

   c. (1p) Bepaal de versnelling van het voorwerp op t = 0 s.

4. (3p) De maan heeft geen atmosfeer. Teken een (v,t)-diagram van de val van een steen op de maan.

5. In het onderstaande (v,t)-diagram is een parachutesprong weergegeven.



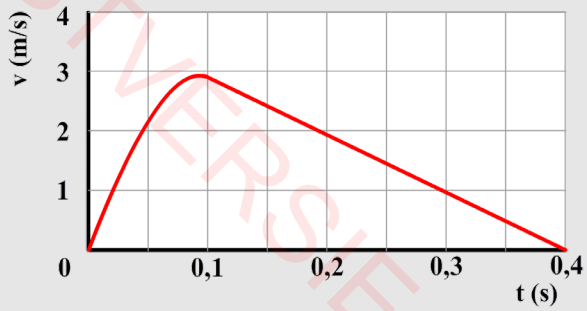
   a. (2p) Op punt B opent de persoon zijn parachute en als gevolg wordt er een grote luchtwrijvingskracht omhoog uitgeoefend op de persoon. Vul de onderstaande zinnen aan en licht je keuzes toe:
   De luchtwrijvingskracht is op dit moment **groter / kleiner** dan de zwaartekracht. De persoon beweegt op dit moment persoon **omhoog / omlaag**.

   b. (2p) De luchtwrijvingskracht werkende op de springer op punt A (parachute dicht) is gelijk aan de luchtwrijvingskracht in punt C (parachute open). Leg uit hoe je dit in het (v,t)-diagram kan zien.

   c. (3p) Leg uit hoe het kan dat de wrijvingskracht op deze twee punten gelijk is.
   (bron: examen VWO 2002-1)

Zorg dat je de valversnelling kan bepalen met behulp van een (v,t)-diagram met en zonder wrijvingskracht

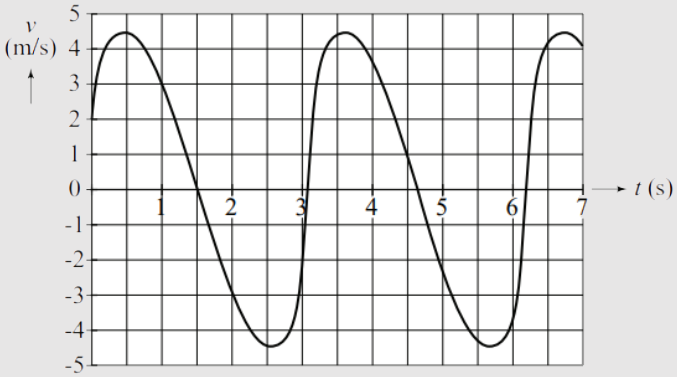
6. (2p) Het onderstaande (v,t)-diagram beschrijft een sprong van een volleybalspeler. Ga na of de wrijvingskracht die de springer ondervindt tussen t = 0,1 en t = 0,4 s verwaarloosbaar is.



(bron: examen VWO 2015-1)

TEGVERSIE

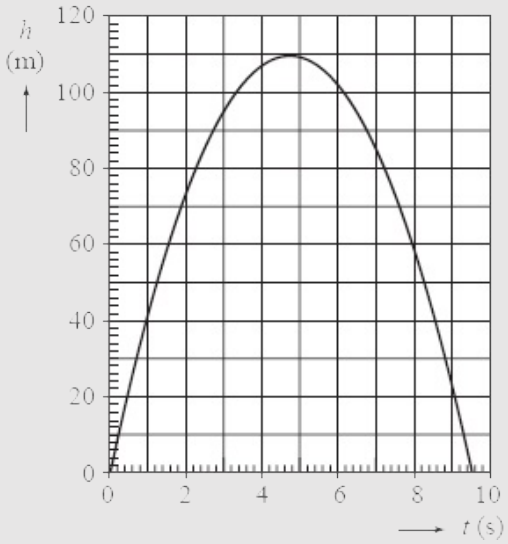
7. (5p) In de onderstaande afbeelding zien we een zogenaamde bungeetrampoline. Een persoon kan hier met behulp van twee elastische koorden en een trampoline erg hoog springen. Hieronder zien we het (v,t)-diagram van een aantal sprongen.



Ga na of de persoon op het hoogste punt nog steeds een kracht van de elastische koorden ondervindt of dat deze op dat moment niet gespannen zijn. Je mag ervan uitgaan dat de wrijvingskrachten op dat moment verwaarloosbaar zijn.
(bron: examen VWO 2011-1)

Zorg dat je kan rekenen met gewicht en gewichtloosheid

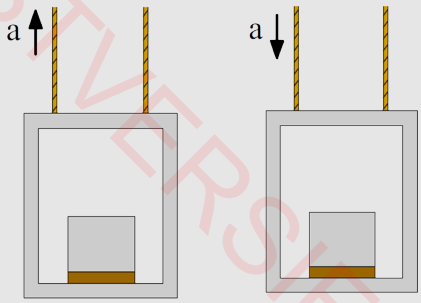
8. In Bremen staat een zogenaamde valtoren waarin voorwerpen over een afstand van 110 meter kunnen vallen in een vacuüm ruimte. In plaats van het voorwerp van bovenaf te laten vallen, kan het voorwerp ook van onderaan omhoog worden afgeschoten. Dit wordt gedaan met een soort katapult. In het rechter (h,t)-diagram is de beweging van het voorwerp te zien vanaf het moment dat het loskwam van de katapult.



   a. (1p) Gedurende welke momenten is het voorwerp gewichtloos?

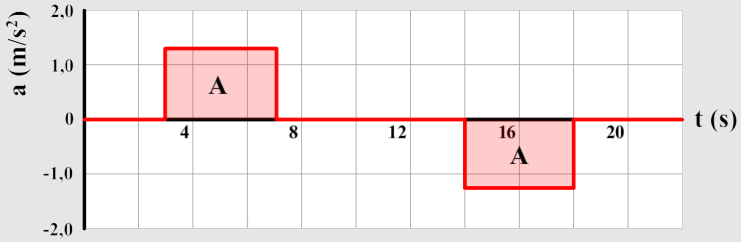
   b. (6p) De katapult heeft er 0,40 seconde over gedaan om het voorwerp vanuit stilstand op snelheid te brengen. Bereken de gemiddelde kracht die de katapult op het voorwerp heeft uitgeoefend. Het voorwerp heeft een massa van 1,5 kg.
   (bron: examen VWO 2008-2)

9. (6p) Hieronder is links een lift weergegeven die omhoog versnelt en rechts een lift die omlaag versnelt. Geef in beide gevallen aan of je je lichter of zwaarder voelt dan normaalgesproken het geval is. Leg dit telkens uit door de krachten werkende op de persoon te schetsen.



TESTVERSIE

10. (VWO) Hieronder is het (a,t)-diagram van de beweging van een persoon met een massa van 75 kg in een lift weergegeven.



a. (4p) Geef aan op welke momenten de lift stilstaat, constant beweegt, versnelt of vertraagt. Je mag ervan uitgaan dat de lift op tijdstip t = 0 s stilstond.

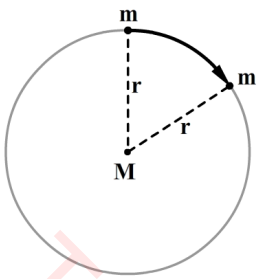
b. (4p) Bereken voor elk deel van de grafiek de resulterende kracht werkende op de persoon.

c. (6p) De persoon stond tijdens de beweging op een weegschaal. Geef voor elk moment aan welke waarde de weegschaal aangeeft.

§2 Cirkelbewegingen

In de komende twee paragrafen gaan we de theorie uit het hoofdstuk "Beweging" en "Kracht" uitbreiden, zodat we hier ook cirkelbewegingen mee kunnen beschrijven. Dit stelt ons in staat om bijvoorbeeld de beweging van de aarde om de zon te begrijpen. In deze paragraaf bestuderen we het beweging-deel van de cirkelbeweging. In de volgende paragraaf kijken we naar de kracht die hiervoor nodig is.

In hoofdstuk "Beweging" en "Kracht" hebben we rechtlijnige bewegingen bestudeerd. In dit hoofdstuk gaan we dit uitbreiden door voorwerpen te bestuderen die een **bocht** maken. Denk bijvoorbeeld aan een auto die de bocht door gaat of de beweging van de aarde om de zon. Om bochten goed te begrijpen bestuderen we eerst de **cirkelbeweging**. Hieronder zien we bijvoorbeeld een massa **m**, die een cirkelbeweging maakt om het middelpunt **M**. De afstand tussen m en M blijft gedurende de beweging constant. We noemen deze afstand de **baanstraal** (**r**).



Zoals altijd vinden we de snelheid van een voorwerp door de afgelegde afstand te delen door de tijdsduur. De afgelegde weg van één omwenteling is gelijk aan de omtrek van de cirkel (**2πr**). De tijd die nodig is voor een omwenteling noemen we de **omlooptijd** (**T**). De snelheid van massa m wordt dus gegeven door:

$$v_{baan} = \frac{2\pi r_{baan}}{T}$$

Baansnelheid (v_{baan})	meter per seconde (m/s)
Baanstraal (r_{baan})	meter (m)
Omlooptijd (T)	seconde (s)

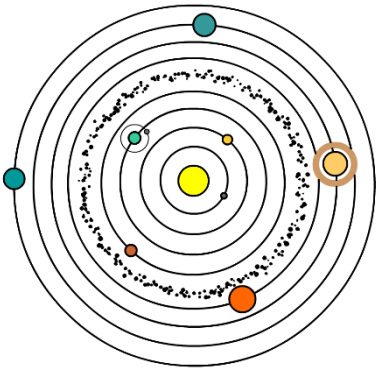
TEST VERSIE

Cirkelbewegingen komen veel voor in de ruimte. Veel **planeten** in ons zonnestelsel maken bijvoorbeeld nagenoeg een cirkelbeweging om de **zon** (zie de onderstaande linker afbeelding). In tabel 31 van BINAS kan je een hele hoop gegevens vinden over de banen van verschillende planeten. Let er bij de opdrachten goed op of je de **straal** van de planeet nodig hebt (de afstand van het middelpunt van de planeet tot het oppervlak) of de **baanstraal** van de planeet (de afstand van het midden van de planeet tot het midden van de zon).

Een ander voorbeeld van een object dat een cirkelbaan maakt is een **satelliet**. Satellieten worden bijvoorbeeld gebruikt om tv-kanalen te ontvangen met een satellietschotel. Om ervoor te zorgen dat de satellietschotel telkens naar de satelliet blijft wijzen, is het nodig dat de satelliet precies meedraait met de aarde. Deze satellieten hebben dus een omlooptijd van **24 uur**. Satellieten met deze omlooptijd worden **geostationaire satellieten** genoemd.

In de onderstaande linker afbeelding zien we tussen de planeet Mars en Jupiter de **asteroidengordel**, bestaande uit allemaal brokstukken en een paar dwergplaneten, waarvan Ceres de grootste is. Het kan gebeuren dat één van deze brokstukken richting de aarde schiet. Een steen die vanuit de ruimte op aarde terecht komt noemen we een **meteoriet**. Een kleine meteoriet doet meestal geen schade, maar de meteoriet die 65 miljoen jaar geleden met de aarde botste had een diameter van ongeveer 10 km en heeft ervoor gezorgd dat de dinosauriërs zijn uitgestorven.

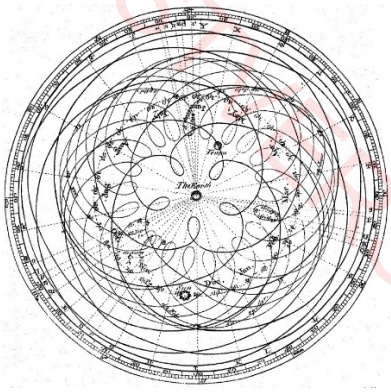
Ook bewegen er een aantal **kometen** in ons zonnestelsel. Een komeet is een object bestaande uit ijs, stof en steen. Het ijs van de komeet smelt door de zon en zorgt dat kometen vaak een staart hebben (zie de rechter afbeelding). De banen van kometen zijn zelden cirkelvormig en daarom zijn de formules uit dit hoofdstuk niet bruikbaar.

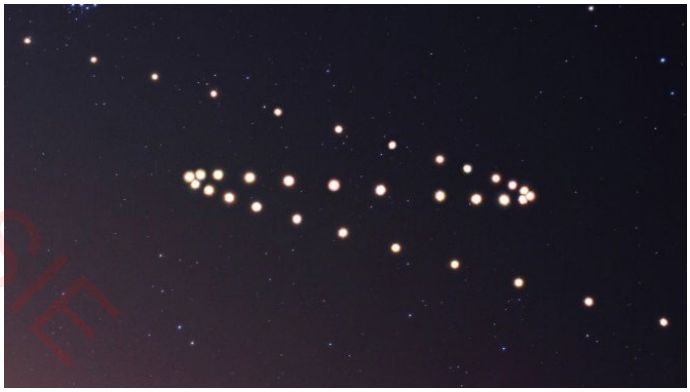


Om veel van de **sterren** die wij in de nacht zien draaien ook planeten. We noemen dit **exoplaneten**. Het ziet er niet naar uit dat we deze planeten snel zullen bereiken. De dichtstbijzijnde ster is namelijk zo'n 4,35 lichtjaren (4,35 lj) van ons vandaan. Een lichtjaar is gelijk aan de afstand die licht aflegt in een jaar. Volgens BINAS geldt dat 1 lj = $9{,}461 \times 10^{15}$ m.

De afstanden binnen het zonnestelsel zijn wel haalbaar. In 1969 lukte het de mens voor het eerst om op de maan te landen. Hoewel de mens nog nooit op een andere planeet heeft gestaan, is het wel gelukt om robotjes te sturen naar verschillende hemellichamen in ons zonnestelsel. Afstanden meten we in dat geval vaak in **astronomische eenheden** (**AE**). 1 AE is gelijk aan de afstand van de aarde tot de zon, oftewel $1{,}49598 \times 10^{11}$ m.

Vanaf de aarde gezien maken de planeten geen cirkelbewegingen, maar de merkwaardige lusjes die hier linksonder te zien zijn. Om de zoveel tijd lijken de planeten voor een korte tijd even achteruit te bewegen. In de rechter afbeelding zien we dit bijvoorbeeld gebeuren met de planeet Mars. Dit fenomeen wordt **retrograde beweging** genoemd.



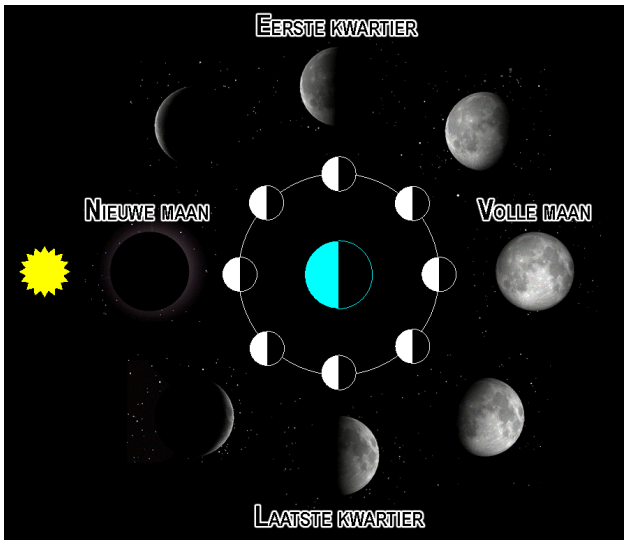


In de 16de eeuw gebruikte Copernicus dit fenomeen om de hypothese te ontkrachten dat de aarde stil staat en dat de zon en de andere planeten om de aarde heen draaien. Dit wordt het **geocentrische wereldbeeld** genoemd. Copernicus liet zien dat de retrograde beweging verklaard kon worden doordat wij de planeten bekijken **vanaf een aarde die zelf ook om de zon beweegt**. We noemen dit het **heliocentrische wereldbeeld**. In de animatie op de website is goed te zien hoe het vanaf de aarde kan lijken dat een planeet soms even achteruit beweegt.

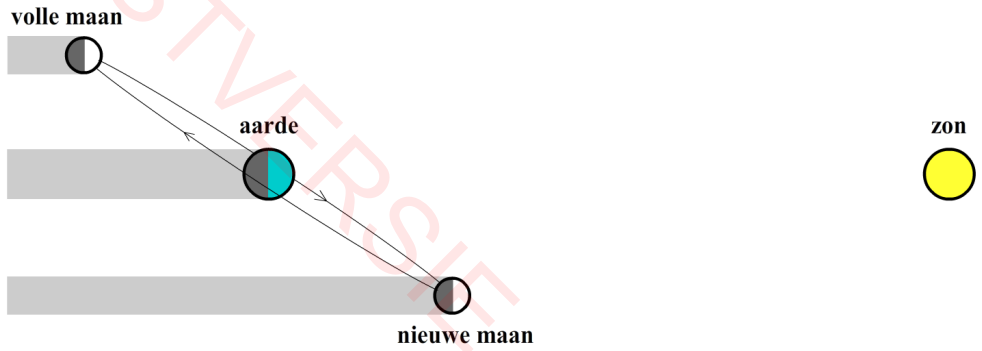
ANIMATIE RETROGRADE BEWEGING

Een andere bekende cirkelbeweging is de baan van de **maan** om de aarde. Ook andere planeten hebben manen. Hieronder zien we bijvoorbeeld de vier manen van Jupiter. Galileo ontdekte deze manen in de 17de eeuw en ontkrachtte hiermee nogmaals de hypothese dat alle hemellichamen om de aarde heen draaien (want deze manen draaien immers om Jupiter!).

De **fasen** van de maan kunnen ook goed met het heliocentrische model verklaard worden. In de onderstaande afbeelding zien we de maan in zijn baan om de aarde. Ook zien we de zon die zowel de aarde als de maan verlicht. Aan de donkere kant van de aarde is het nacht en aan de lichte kant is het dag. Doordat de aarde **om zijn eigen as** draait, wisselen dag en nacht elkaar elke 24 uur af. De maan wordt in zijn baan om de aarde telkens vanaf dezelfde kant verlicht, maar vanaf de aarde gezien is telkens een wisselende hoeveelheid van de donkere en lichte kant te zien.



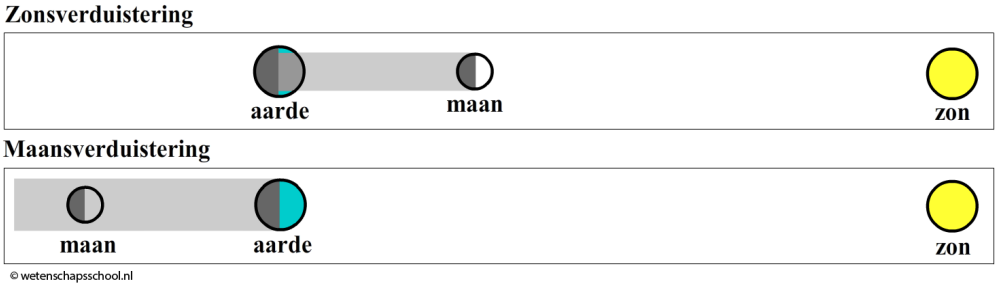
Wellicht dat je je afvraagt hoe we ooit een volle maan zien. Het lijkt in de vorige afbeelding immers dat bij volle maan het licht van de zon geblokkeerd zal worden door de aarde en de maan dus helemaal niet zou bereiken. Dat dit niet het geval is, kunnen we goed zien door de vorige afbeelding eens van de zijkant te bekijken (zie de onderstaande afbeelding). We zien hier dat de baan van de maan onder een hoek staat. Als gevolg kan de volle maan het zonlicht toch bereiken.



© wetenschapsschool.nl

PROEFVERSIE

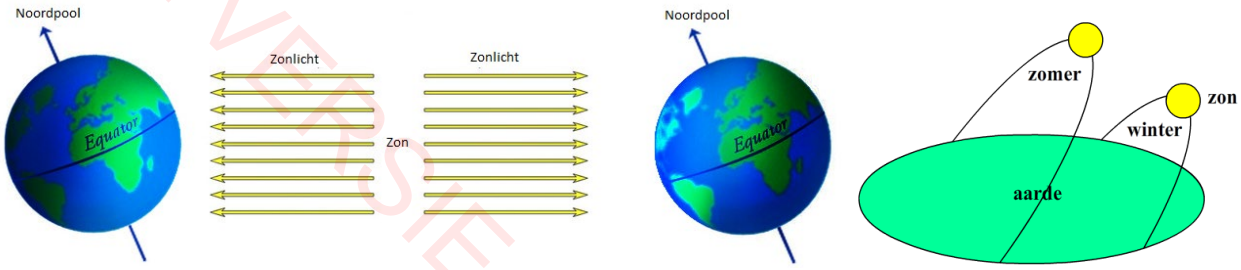
Af en toe staat de maan echter wel precies achter de aarde of tussen de zon en de aarde. Als de maan zich precies tussen de zon en de aarde bevindt, dan vindt een zogenaamde **zonsverduistering** plaats. Het licht van de zon wordt hier geblokkeerd door de maan. De maan kan ook door de schaduw van de aarde trekken. In dat geval spreken we van een **maansverduistering**.



In de onderstaande foto zien we een maansverduistering.

In de onderstaande foto's zien we links een zonsverduistering en rechts zien we de schaduw die de maan door de zonsverduistering op de aarde werpt.

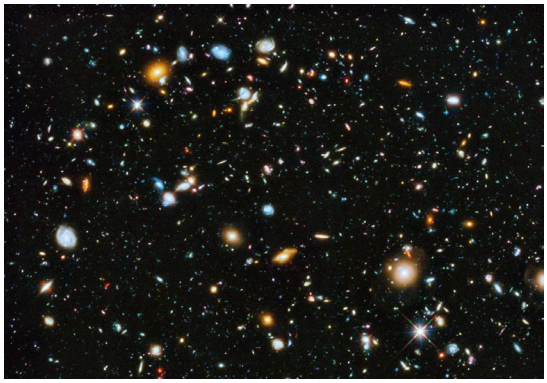
Ook de **seizoenen** zijn goed te begrijpen in het heliocentrische model. De seizoenen ontstaan doordat de as van de aarde onder een hoek staat. Dit is goed te zien in de onderstaande linker afbeelding. Als de aarde in deze afbeelding links van de zon staat, dan wordt de onderkant van de aarde iets beter verlicht dan de bovenkant. Het is nu in het zuidelijk halfrond zomer en in het noordelijk halfrond winter. Als de aarde rechts van de zon staat, dan wordt de bovenkant iets beter verlicht dan de onderkant. Nu is het juist in het noordelijk halfrond zomer. Vanaf de aarde zien we ditzelfde effect doordat de baan van de zon in de zomer hoger boven de horizon staat. In de rechter afbeelding is dit te zien.



TESTVERSIE

Er zijn ook cirkelbewegingen te vinden op nog grotere schaal. Onze zon is slechts één ster in een gigantisch **melkwegstelsel**, ook wel een **sterrenstelsel** genoemd, bestaande uit miljarden sterren. Hieronder is een foto van zo'n melkwegstelsel te zien. Al deze sterren maken cirkelbewegingen om het centrum van dit melkwegstelsel. In het centrum bevindt zich een superzwaar zwart gat. Een zwart gat is een object dat zo zwaar is dat zelfs licht er niet aan kan ontsnappen. Door de sterren te bestuderen die rond dit zwarte gat bewegen (zie de rechter afbeelding), is achterhaald dat het zwarte gat een massa moet hebben gelijk aan 4 miljoen keer de massa van de zon.

In de onderstaande afbeelding zien we een enorme hoeveelheid melkwegstelsels, elk bestaande uit miljarden sterren. Melkwegstelsels die ver van elkaar af staan, bewegen langzaam uit elkaar. Hieruit blijkt dat het heelal steeds groter aan het worden is. We noemen dit ook wel het **uitdijen van het heelal**. Omdat het heelal steeds groter aan het worden is, moet het dus in het verleden kleiner geweest zijn. Door de snelheid van het uitzetten te achterhalen, is het wetenschappers gelukt om uit te rekenen wanneer het hele heelal zich in één punt bevond. Uit dit punt is het hele heelal ontstaan. We noemen dit de **oerknal**.



Als laatst nog even dit. Naast de omlooptijd, gaan we in deze paragraaf ook rekenen met het **toerental**, hetgeen vaak gemeten wordt in **rpm** (dit staat voor **revolutions per minute** of in het Nederlands "omwentelingen per minuut"). Stel dat een wasmachine een toerental heeft van 1500 rpm, dan kunnen we met behulp van een verhoudingstabel gemakkelijk de omlooptijd T in seconden vinden:

1500 omwentelingen	1 omwenteling
60 seconden	... seconden

We vinden dan T = 1 × 60 / 1500 = 0,04000 s.

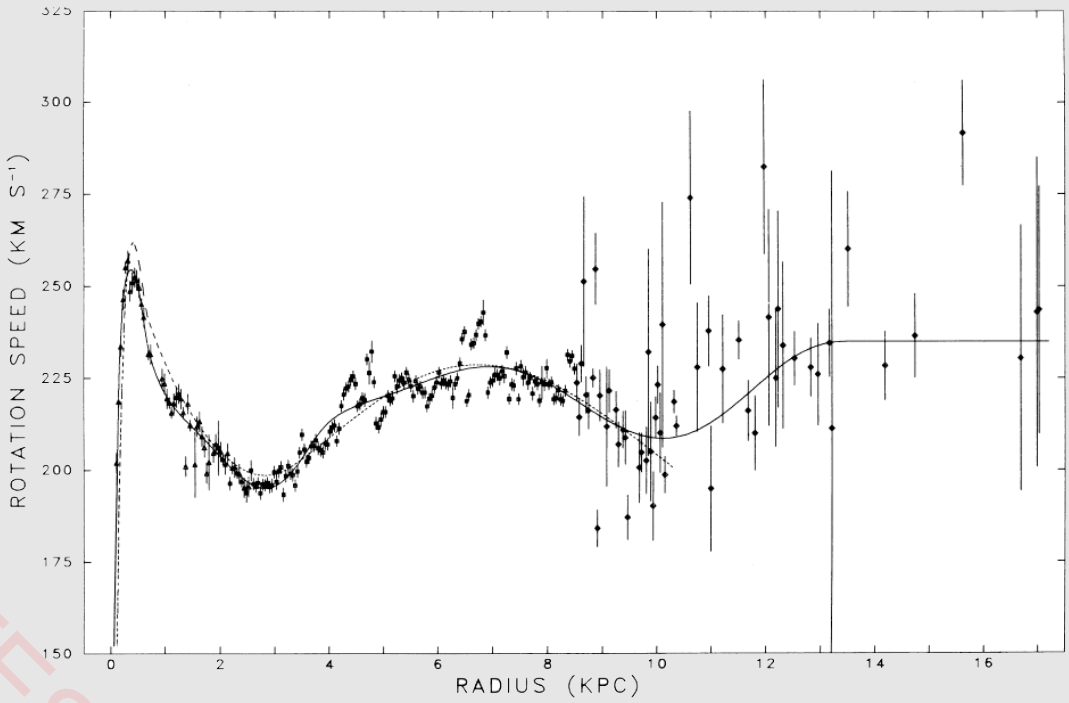
INSTRUCTIEVIDEO CIRKELBEWEGING

Zorg dat je kan rekenen met de baansnelheid

1. (2p) Een steen wordt rondgeslingerd aan een touw. Het touw heeft een lengte van 2,0 meter. De steen maakt elke 0,50 seconden een rondje. Bereken de snelheid van de steen.
2. (2p) Een elektron in een waterstofatoom beweegt met een gigantische snelheid van $2{,}1877 \times 10^{6}$ m/s om de atoomkern. Het elektron bevindt zich op een afstand van $5{,}29177211 \times 10^{-11}$ m van de atoomkern. Bereken hoelang één omwenteling duurt.

TESTVERSIE

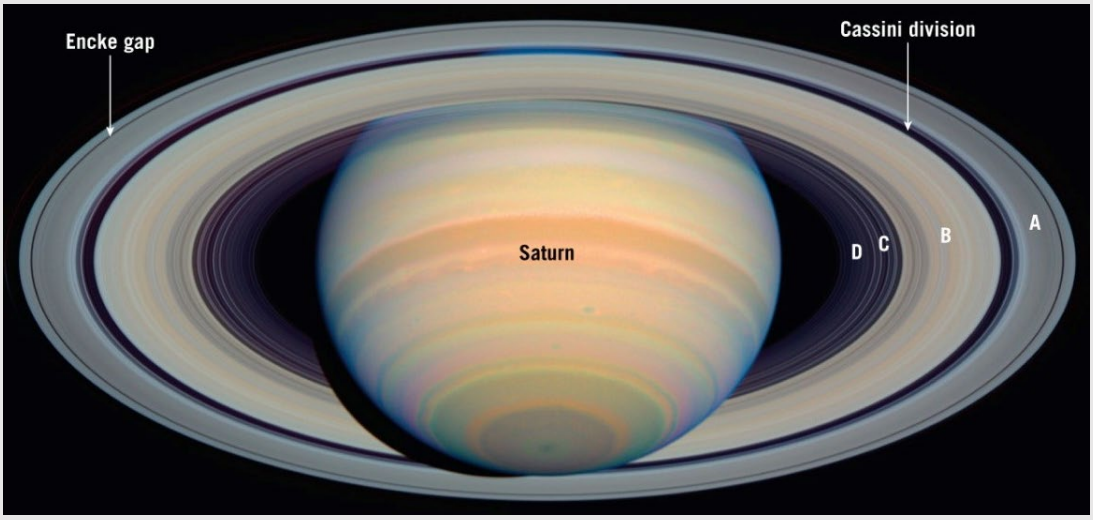
3. (3p) Bereken de snelheid waarmee de aarde om de zon draait. Gebruik hier BINAS tabel 31.
4. (3p) Bereken de snelheid van een persoon op de evenaar ten gevolge van de draaiing van de aarde om zijn eigen as.
5. (2p) Leg uit welke afstanden uit BINAS je hebt moeten gebruiken in de vorige twee vragen.
6. Het internationale ruimtestation bevindt zich op 400 km boven het aardoppervlak en heeft een snelheid van 7,9 km/s.
    a. (3p) Bereken de omlooptijd van het station.
    b. (1p) Waar moest je in de vorige vraag op letten bij het rekenen met de hoogte boven het aardoppervlak.
    c. (2p) Bereken hoeveel rondjes het ruimtestation per dag om de aarde maakt.
7. (4p) Geostationaire satellieten bevinden zich op 35786 km boven het aardoppervlak en maken een baan boven de evenaar. Bereken de snelheid van deze satellieten.
8. (VWO,5p) Amsterdam bevindt zich op 52° noorderbreedte. Bereken de snelheid die een persoon in Amsterdam heeft ten gevolge van de draaiing van de aarde.
9. In de volgende afbeelding zien we de rotatiekromme van een melkwegstelsel. Deze grafiek vertelt ons de snelheid van sterren in het melkwegstelsels op verschillende afstanden van het middelpunt van het stelsel. Deze afstanden worden gemeten in kiloparsec (kpc).



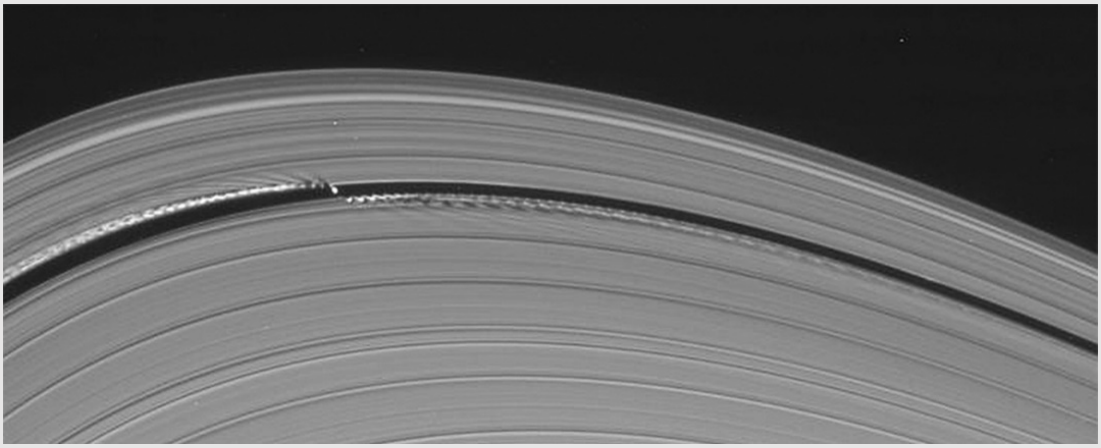
    a. (1p) Leg uit waar de verticale lijnen door de meetpunten voor staan.
    b. (1p) Leg uit waar de grafiek (de doorgetrokken lijn) voor staat.
    c. (4p) Bepaal de omlooptijd van de gemiddelde ster op een afstand van 12,0 kpc in jaren.

TESTVERSIE

10. De planeet Saturnus staat bekend om zijn prachtige ringen (zie de onderstaande afbeelding). In de 17de eeuw liet de astronoom Cassini met een telescoop zien dat de ring eigenlijk uit twee ringen bestond, waartussen zich een scheiding bevond die later de Cassinischeiding werd genoemd. Later werden nog meerdere scheidingen ontdekt. Op de onderstaande afbeelding zie je bijvoorbeeld ook de kleinere Enckescheiding.



Deze Enckescheiding blijft mooi leeg doordat deze schoongehouden wordt door een kleine maan genaamd Pan die elke 13,8 uur een baan maakt om de planeet (zie de onderstaande afbeelding). Schat met behulp van de bovenstaande foto en BINAS de baansnelheid van Pan.



11. De bekendste maan van Saturnus is Titan (zie de onderstaande afbeelding). Bijzonder aan Titan is dat deze maan bedekt is met wolken. Het is de enige maan in ons zonnestelsel met een atmosfeer! Titan beweegt met een snelheid van 5,57 km/s om Saturnus en heeft een omlooptijd van 15,945 dagen. Bereken hiermee hoe hoog Titan zich boven het oppervlak van Saturnus bevindt.

TESTVERSIE

Zorg dat je kan redeneren met het heliocentrische model, met seizoenen en zon- en maansverduisteringen

12. Copernicus kwam als eerste met bewijs voor het heliocentrische model.
    a. (1p) Wat is het heliocentrische model.
    b. (2p) Welk bewijs vond hij? Gebruik in je antwoord in ieder geval het woord retrograde beweging.
13. (1p) Galileo vond bewijs tegen het geocentrische model. Welk bewijs vond hij en waarom verwierp dit het geocentrische model.
14. Vroeger dacht men dat de sterren elke 24 uur een rondje om de aarde maakten.
    a. (2p) Leg uit waarom men dit dacht en geef hiervoor een verklaring.
    b. (3p) De dichtstbijzijnde ster is Promixa Centauri. Bereken de baansnelheid van deze ster als deze elke 24 uur om de aarde zou draaien.
    c. (2p) Leg uit waarom het resultaat bij vraag b bewijst dat de aarde om zijn eigen as moet draaien.
15. De maan draait in iets meer dan 27 dagen in een baan om de aarde.
    a. (2p) Leg uit wanneer zons- en maansverduisteringen plaatsvinden tijdens deze beweging.
    b. (1p) Leg uit waarom niet elke 27 dagen een zons- en een maansverduistering plaatsvindt.
    c. (1p) Leg uit of er in de middag een volle maan zichtbaar kan zijn.
16. (1p) Leg uit hoe de seizoenen ontstaan.

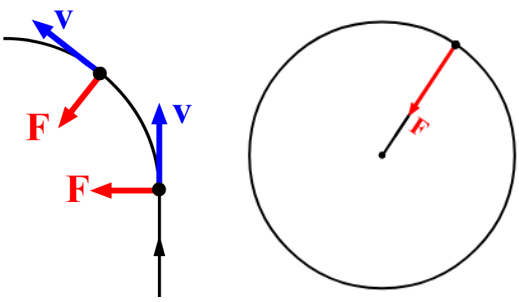
Zorg dat je kan rekenen met het toerental

17. (4p) Een wasmachine heeft een toerental van 1500 rpm. De diameter van de wasmachine is 50 cm. Bereken de snelheid waarmee de wasmachine ronddraait.
18. Een spiraalboor heeft een diameter van 8 mm. Bij het boren door staal draait de boor met een snelheid van 35 m/min.
    a. (4p) Bereken het toerental van de boor.
    b. (2p) Zal bij het boren in hout het toerental groter of kleiner worden? En hoe zit dit met de omlooptijd? Licht je antwoord toe.

§3 De middelpuntzoekende kracht

In deze paragraaf bestuderen we de kracht die nodig is om een object in een cirkelbaan te houden. We noemen dit de middelpuntzoekende kracht.

In de vorige paragraaf hebben we geleerd over cirkelbewegingen, maar hoe krijgen we een voorwerp in een cirkelbaan? Dit doen we door een kracht uit te oefenen loodrecht op de bewegingsrichting van het voorwerp. We zien dit gebeuren in de eerste rechter afbeelding. De tweede afbeelding laat een voorwerp zien dat in een cirkelbaan beweegt. Merk op dat de kracht wederom loodrecht op de bewegingsrichting staat en dat de kracht hierdoor naar het **middelpunt van de cirkelbaan** wijst. We noemen een dergelijke kracht daarom ook wel een **middelpuntzoekende kracht** (**F_{mpz}**).



We kunnen deze beweging als volgt begrijpen. Volgens de eerste wet van Newton bewegen ongehinderde voorwerpen met een **constante snelheid** en in een **rechte lijn** (we noemen dit ook wel een **eenparige beweging**). Een voorwerp dat een cirkelbeweging maakt, zou dus "het liefst" op elk moment rechtdoor willen bewegen. De middelpuntzoekende kracht trekt het voorwerp echter elk moment terug richting het middelpunt van de cirkel. Op deze manier blijft het voorwerp in zijn cirkelbaan.

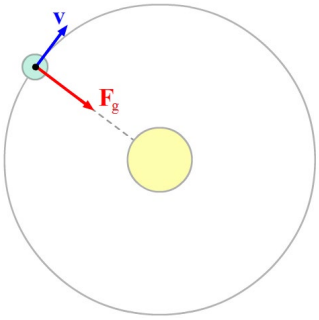
In de extra paragraaf op de website is een bewijs te vinden dat voor het maken van een cirkelbeweging de grootte van de middelpuntzoekende kracht altijd gelijk moet zijn aan:

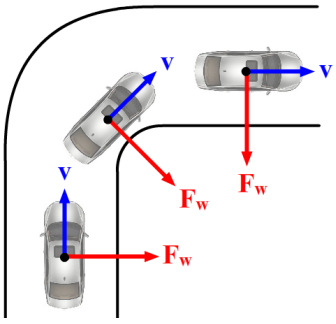
$$F_{mpz} = \frac{mv_{baan}^2}{r_{baan}} \qquad \text{Gebruik altijd SI-eenheden}$$

Middelpuntzoekende kracht (F_{mpz})	newton (N)
Massa (m)	kilogram (kg)
Baansnelheid (v_{baan})	meter per seconde (m/s)
Baanstraal (r_{baan})	meter (m)

Het is belangrijk om te realiseren dat de middelpuntzoekende kracht niet een nieuwe soort kracht is. Het is de kracht die nodig is om een voorwerp in zijn baan te houden en dit kan in principe door elke kracht gedaan worden. Als we een steen horizontaal rondslingeren aan een touw, dan is het bijvoorbeeld de **spankracht** in het touw die ervoor zorgt dat de steen in zijn baan blijft. We zeggen in dat geval dat de middelpuntzoekende kracht **geleverd** wordt door de spierkracht. Een ander voorbeeld is het draaien van de aarde om de zon (zie de afbeelding linksonder). Ook hier werkt een middelpuntzoekende kracht. In dit geval wordt deze kracht geleverd door de **gravitatiekracht**.

Er werkt ook een middelpuntzoekende kracht als een auto een bocht maakt. In dit geval wordt de middelpuntzoekende kracht geleverd door de **wrijvingskracht** tussen de wielen en de weg (zie de afbeelding rechtsonder). Deze extra wrijvingskracht wordt veroorzaakt doordat de bestuurder de voorwielen van de auto draait. De auto "wil" rechtdoor, maar de wrijvingskracht forceert de auto in een cirkelbeweging.



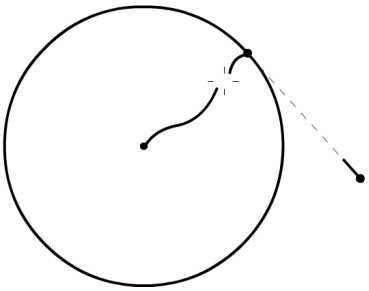


EXPERIMENT MIDDELPUNT-ZOEKENDE KRACHT

INSTRUCTIEVIDEO MIDDELPUNT-ZOEKENDE KRACHT

Als inzittende van een auto **lijkt** het alsof je bij het maken van een bocht **naar de buitenbocht wordt geduwd**. Dit is echter een **illusie**! Wat er gebeurt, is dat de inzittenden in een **rechte lijn** willen **voortbewegen**, terwijl de auto de bocht om gaat. Het is dus niet zo dat je naar de buitenbocht wordt geduwd, maar juist dat de auto je **de bocht in** trekt!

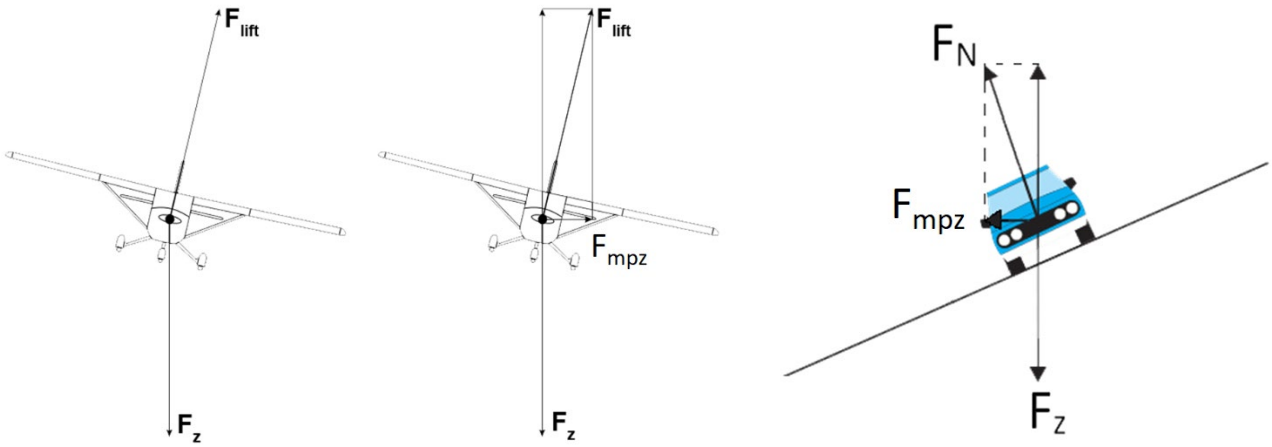
Hetzelfde geldt voor het horizontaal rondslingeren van een steen aan een touw. Het **lijkt** alsof de steen een kracht naar buiten uitoefent, maar in werkelijkheid probeert de steen alleen maar rechtdoor te bewegen en is het jouw spierkracht die de steen in de cirkelbaan houdt. Als op een bepaald moment de middelpuntzoekende kracht zou wegvallen (bijvoorbeeld als het touw breekt), dan zou het voorwerp wegschieten in een rechte lijn in de richting die het op dat moment heeft. Het voorwerp schiet dan dus weg **langs een raaklijn** van de cirkelbaan (zie de onderstaande afbeelding).



PROEFVERSIE

Als een vliegtuig een bocht wil maken, dan moet het vliegtuig zorgen voor een kracht loodrecht op de bewegingsrichting. Dit doet een vliegtuig door te kantelen (zie de volgende linker afbeeldingen). Op de vleugels werkt namelijk een liftkracht die altijd loodrecht op de vleugels werkt. Door te kantelen krijgt deze liftkracht een component in de horizontale richting (zie de middelste onderstaande afbeelding). Deze horizontale component staat loodrecht op de bewegingsrichting van het vliegtuig en zal dus fungeren als een middelpuntzoekende kracht.

Om het gemakkelijker te maken voor auto's om de bocht door te komen wordt een soortgelijk effect gebruikt. Het wegdek wordt een beetje gekanteld, zodat de normaalkracht van de weg een horizontale component krijgt en kan fungeren als middelpuntzoekende kracht. Zonder deze normaalkracht zou alleen de wrijvingskracht de middelpuntzoekende kracht kunnen leveren en als deze kracht niet voldoende is, dan vliegt de auto uit de bocht.



Zorg dat je kan achterhalen welke soort kracht de middelpuntzoekende kracht levert

1. (5p) Geef in de volgende situaties aan welke kracht de middelpuntzoekende kracht levert:
   a. Een steen wordt horizontaal rondgeslingerd aan een touw.
   b. De aarde wordt in zijn baan gehouden om de zon.
   c. Een fietser gaat de bocht door.
   d. Kleding wordt rondgedraaid in een wasmachine.
   e. Een elektron wordt in zijn baan gehouden in een atoom.
2. (1p) Leg uit wat er bedoeld wordt met dat de middelpuntzoekende kracht geen nieuwe soort kracht is.
3. Een auto maakt een bocht naar links en jij zit op een stoel rechtsachter in de auto. Doordat de auto deze bocht maakt, hebt je het gevoel dat je uit de bocht geduwd wordt.
   a. (3p) Leg uit wat er werkelijk aan de hand is. Waarom voelt het dan toch zo?
   b. (1p) Schets welke kant je op zou vliegen als de auto een scherpe bocht maakt en er geen deuren zaten om je in de baan te houden.
4. (1p) Een fietser rijdt door de regen. Het wiel draait snel genoeg dat druppels van het wiel af schieten. Teken op verschillende plaatsen op het wiel in welke richting de druppels wegschieten.

Zorg dat je kan rekenen met de formule voor de middelpuntzoekende kracht

5. (4p) Bereken de gravitatiekracht waarmee de maan in zijn baan om de aarde wordt gehouden. Bereken hiervoor eerst de snelheid van de maan met behulp van BINAS.
6. (3p) Bereken de middelpuntzoekende kracht die werkt op een persoon met een massa van 80 kg op de evenaar ten gevolge van de draaiing van de aarde om zijn eigen as.
7. (4p) Het internationaal ruimtestation heeft een massa van $4{,}2 \times 10^5$ kg en ondervindt een zwaartekracht van $3{,}9 \times 10^6$ N. Het ruimtestation bevindt zich in een baan 400 km boven het aardoppervlak. Bereken hoelang het duurt voordat het ruimtestation een rondje om de aarde gemaakt heeft.

TEST VERSIE

8. (4p) Een proton wordt een magneetveld in geschoten en begint een cirkelbaan te maken. De magnetische kracht werkende op het proton is $8{,}18 \times 10^{-24}$ N en de cirkelbaan heeft een straal van 2,00 cm. De omlooptijd van het proton is 12,7 ms. Bereken hiermee de massa van het proton.

9. (4p) Een elektron beweegt binnen $1{,}52 \times 10^{-16}$ s om de atoomkern in een waterstofatoom. De snelheid van het elektron is $2{,}1877 \times 10^{6}$ m/s. Bereken hiermee de elektrische kracht waarmee het elektron wordt aangetrokken tot de atoomkern.

10. Wetenschappers in de late middeleeuwen ontdekten dat beweging niet altijd voelbaar is. Ze concludeerden hieruit dat het mogelijk was dat de aarde beweegt, zonder dat we hier iets van merken.

    a. (1p) Hoe noemen we dit principe?

    b. (6p) Er werkt wel een middelpuntzoekende kracht op personen op aarde door de draaiing van de aarde om de zon en door de draaiing van de aarde om zijn eigen as. Laat in beide gevallen met een berekening zien dat we hier in het dagelijks leven weinig van merken.

11. Hieronder zien we een indoorwielrenner. Zoals je kunt zien loopt de wielrenbaan in de bochten schuin.

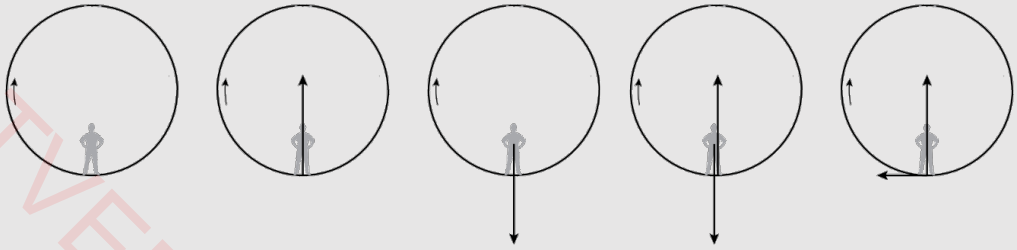
    a. (2p) Waarom is de helling schuin gemaakt? Leg dit uit met behulp van de krachten die er werken.

    b. (5p) De voorste wielrenner heeft een massa van 70 kg. Bepaal aan de hand van de foto de middelpuntzoekende kracht die op deze wielrenner werkt. Maak hiervoor eerst een tekening van de krachten die er werken.

12. In de film Elysium wordt een ringvormig ruimtestation beschreven. Door de snelle rotatie van het schip kunnen mensen op de binnenwand van het schip lopen alsof er zwaartekracht werkt.

    a. (3p) Leg uit hoe men met de draaiing van het schip zwaartekracht kan simuleren.

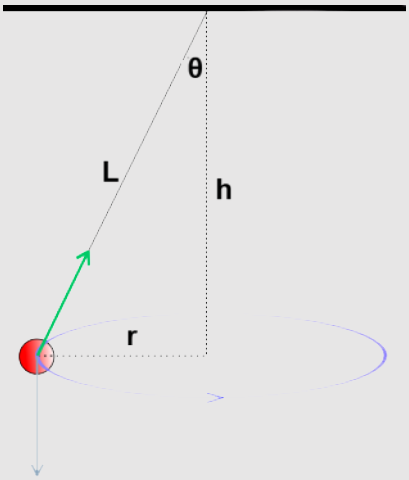
    b. (1p) Geef aan in welk van de onderstaande afbeeldingen de krachten correct zijn weergegeven.



(bron: examen HAVO 2019-1)

TESTVERSIE

13. (VWO) Een blokje aan een slinger maakt cirkelbewegingen zoals hieronder is aangegeven. De slinger heeft een lengte L van 20,6 cm en de hoogte h van 20 cm. De massa van het blokje is 200 g en de hoek θ is 12°. De afbeelding is niet op schaal weergegeven.



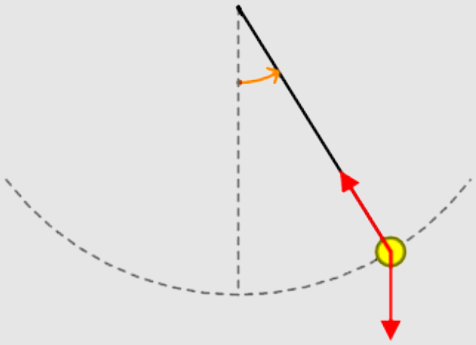
a. (4p) De snelheid van het blokje hangt niet af van de massa. Laat dit zien. Leid hiervoor eerst af dat:

$v = \sqrt{gr\tan\theta}$

b. (3p) Bereken de snelheid van het blokje.

14. (2p) Als een vliegtuig rechtdoor vliegt, dan is de zwaartekracht die op het vliegtuig werkt in evenwicht met de liftkracht die loodrecht op de vleugels werkt. Als het vliegtuig kantelt, dan zal het vliegtuig een bocht maken en ook een beetje dalen. Leg beide fenomenen uit aan de hand van de krachten die er werken.
(bron: examen VWO 2017-1)

15. Hieronder zien we een slinger die heen en weer beweegt. De lengte van het touw is 1,0 m en het blokje heeft een massa van 80 g.



a. (1p) Bij zijn maximale uitwijking is de middelpuntzoekende kracht die op het blokje werkt nul. Leg dit uit.

b. (1p) Op het laagste punt werkt er zowel een spankracht als een zwaartekracht. Leg uit dat de spankracht groter moet zijn dan de zwaartekracht.

c. (4p) De massa gaat met een snelheid van 0,40 m/s door het laagste punt. Bereken de spankracht in het touw.

TESTVERSIE

§4 Gewichtloosheid II (VWO)

In deze paragraaf kijken we nogmaals terug naar het begrip gewicht en gewichtloosheid. Deze keer passen we het toe op de cirkelbeweging.

Ook de middelpuntzoekende kracht kan ervoor zorgen dat een persoon **gewichtloosheid** ervaart. Dit kunnen we begrijpen met het volgende voorbeeld. In de onderstaande afbeelding zien we een aantal achtbaankarretjes door de bocht gaan. Als een karretje stil zou staan boven op deze bocht, dan zou een persoon in dit karretje met zijn volledige zwaartekracht tegen zijn stoel drukken. Als het karretje met een behoorlijke snelheid deze bocht maakt, dan is er een middelpuntzoekende kracht nodig om de persoon in zijn baan te houden. Deze kracht wordt geleverd door de zwaartekracht van de persoon. Een **deel van de zwaartekracht** van de persoon zal nu dus **niet** gebruikt worden om de persoon **tegen de stoel te drukken**, maar zal gebruikt worden als **middelpuntzoekende kracht**. Als gevolg voelt de persoon zich nu **lichter**.

INSTRUCTIEVIDEO GEWICHTLOOS-HEID II

Als de kar nog sneller gaat bewegen, dan komt er een moment dat de **zwaartekracht gelijk** wordt aan de **middelpuntzoekende kracht**. De volledige zwaartekracht wordt nu dus gebruikt als middelpuntzoekende kracht en er is dus geen kracht meer over waarmee de persoon tegen de stoel drukt. Als gevolg ervaart de persoon nu **gewichtloosheid**.

Zorg dat je kan rekenen met gewichtloosheid in cirkelbanen

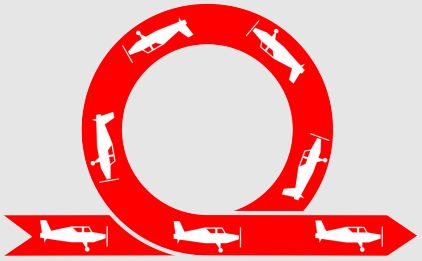
1. Een persoon in een achtbaankarretje gaat over de kop.

   a. (2p) De persoon gaat net snel genoeg dat hij op het hoogste punt even gewichtloos is. Is de middelpuntzoekende kracht nu groter dan, kleiner dan of gelijk aan de zwaartekracht? Is er nu een normaalkracht aanwezig? Zo ja, geef dan ook de richting van de normaalkracht.

   b. (2p) De persoon gaat nu sneller de looping door dan in vraag a. Is de middelpuntzoekende kracht nu groter dan, kleiner dan of gelijk aan de zwaartekracht? Is er nu een normaalkracht aanwezig? Zo ja, geef dan ook de richting van de normaalkracht.

2. (1p) Leg uit in welke omstandigheden men gewichtloosheid ervaart bij het maken van een cirkelbeweging.

3. (4p) Een persoon van 70 kg gaat met zijn vliegtuig over de kop. Zijn cirkelvormige baan heeft een straal van 20 meter. Hij gaat snel genoeg dat zijn stoel een normaalkracht op hem uitoefent van 200 N op het hoogste punt van de cirkelbaan. Bereken de snelheid waarmee het vliegtuig gaat.



TESTEXTRA

4. (4p) Het is mogelijk om als mens door een kleine looping te rennen. De looping in de onderstaande afbeelding heeft een diameter van 2,8m.

Bereken de minimale snelheid die de persoon moet hebben om door de looping te rennen zonder te vallen. Laat hiervoor eerst zien dat:

$v_{min} = \sqrt{gr}$

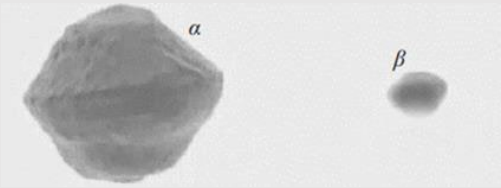
5. Een persoon van 80 kg bevindt zich op de evenaar.

   a. (4p) Laat met een berekening zien dat de middelpuntzoekende kracht die op de persoon werkt door de draaiing van de aarde om zijn as gelijk is aan 2,7 N.

   b. (3p) Hoe groot is de normaalkracht die de grond op de persoon uitoefent in dat geval?

   c. (3p) Hoe snel zou de aarde moeten draaien om de persoon gewichtloos te maken?

6. In de volgende afbeelding zien we een dubbelplanetoïde, bestaand uit twee brokstukken die om elkaar heen draaien. De grote wordt α genoemd en de kleine β.



In de onderstaande tabel staan een aantal gegevens van α:

Massa	$2{,}6 \times 10^{12}$ kg
Diameter	1,5 km
Gravitatieversnelling	$4{,}3 \times 10^{-4}$ m/s^2
Rotatietijd om eigen as	2,5 h

   a. (2p) α draait zo snel dat losliggende stenen op de planetoïde lichter aanvoelen dat je met alleen de zwaartekracht zou verwachten. Leg uit hoe de draaiing van de planetoïde hiervoor zorgt.

   b. (4p) Bereken hoeveel procent een losliggende steen op α lichter aanvoelt dan je met de zwaartekracht alleen zou verwachten.

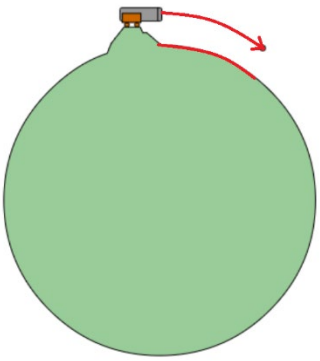
   c. (4p) Als de planetoïde nog sneller zou bewegen, dan zouden losliggende stenen zweven op het oppervlak van de planetoïde. Bij welke omlooptijd gebeurt dit?
   (bron: examen VWO 2014-pilot)

TESTVERSIE

§5 De algemene gravitatiekracht

In deze paragraaf gaan we begrijpen hoe objecten in een baan om een hemellichaam terecht kunnen komen. We zullen ook de benodigde formules opstellen om deze baan te beschrijven.

Voor Newton's ontdekkingen, dachten wetenschappers dat de natuurwetten op aarde anders waren dan de natuurwetten in de ruimte. In de ruimte zien we objecten namelijk vaak in cirkelbanen bewegen, terwijl dit op aarde slechts zelden gebeurt. Newton liet echter zien dat met dezelfde formule zowel het vallen van voorwerpen op aarde als de planeetbanen verklaard konden worden. Newton's redenering was als volgt. Stel dat we een gigantisch kanon op aarde zouden bouwen (zie de volgende afbeelding en de animatie op de website). En stel dat we dan een kogel zo snel afschieten dat de valbeweging van de kanonskogel dezelfde bocht maakt als de kromming van de aarde. In dat geval zou de kogel **altijd vallen**, maar **nooit dichter bij de aarde** komen. Toen claimde Newton dat de maan ook op deze manier om de aarde beweegt. De beweging van de maan was dus gewoon met de zwaartekracht te verklaren!



ANIMATIE NEWTON'S KANNON

Satellieten die wij zelf in een baan om de aarde hebben gebracht, bewegen ook op deze manier. Een goed voorbeeld hiervan is het Internationale Ruimtestation (ISS). Mensen in dit station ervaren **gewichtloosheid**. Veel mensen denken dat dit komt doordat dit ruimtestation zo ver weg van de aarde staat dat zwaartekracht daar niet meer werkt. Dit is echter onjuist. Het internationale ruimtestation bevindt zich slechts op een hoogte van zo'n 400 km boven het aardoppervlak. Op deze hoogte is de zwaartekracht nog sterk aanwezig. De reden dat personen hier toch gewichtloosheid ervaren, is omdat ze een **vrije val** maken (zonder dichter bij de aarde te komen). In de eerste paragraaf hebben we geleerd dat een vrije val altijd zorgt voor gewichtloosheid.

Newton begreep ook dat alle voorwerpen in het universum elkaar aantrekken doormiddel van de **gravitatiekracht**. De gravitatiekracht is een ander woord voor de **zwaartekracht**, maar meestal gebruiken we het woord "zwaartekracht" (F_z) voor het beschrijven van vallende voorwerpen dicht bij het aardoppervlak (of het oppervlak van een ander hemellichaam) en het woord "gravitatiekracht" (F_g) voor het beschrijven van de beweging van objecten in de ruimte waar je de valversnelling g niet direct voorhanden hebt. In de extra paragraaf op de website zullen we bewijzen dat deze kracht gegeven wordt door:

$$F_g = \frac{GMm}{r^2}$$

Gravitatiekracht (F_g)	newton (N)
Gravitatieconstante (G)	$6{,}67384 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
Grootste massa (M)	kilogram (kg)
Kleinste massa (M)	kilogram (kg)
Afstand tussen de massamiddelpunten (r)	meter (m)

Als we deze formule gelijkstellen aan de al bekende formule F_z=mg, dan vinden we:

$$mg = \frac{GMm}{r^2}$$

Als we de massa m aan beide kanten wegstrepen, dan vinden we dat de valversnelling g te berekenen is met:

$$g = \frac{MG}{r^2}$$

Valversnelling (g)	meter per seconde per seconde (m/s^2)

Als we hier voor M de massa van de aarde invullen en voor r de straal van de aarde, dan vinden we de bekende waarde 9,81 m/s^2 terug.

TESTVERSIE

Als een object een cirkelbaan maakt dankzij de gravitatiekracht, dan geldt:

INSTRUCTIEVIDEO GRAVITATIEKRACHT

$$F_{mpz} = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

We kunnen hier aan beide kanten een m en een r wegstrepen en daarna kunnen we de formule herschrijven tot:

$$v_{baan} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Baansnelheid (v_{baan})	meter per seconde (m/s)
Gravitatieconstante (G)	$6{,}67384 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
Grootste massa (M)	kilogram (kg)
Baanstraal (r)	meter (m)

Voorbeeld

Vraag:
In BINAS kan je de massa van de aarde opzoeken. Ga met een berekening na dat de waarde uit BINAS klopt.

Antwoord:
De massa van de aarde komt o.a. voor in de formule uit deze paragraaf met de valversnelling:

$$g = \frac{MG}{r^2}$$

Als we deze formule omschrijven en dan voor r de straal van de aarde invullen, dan vinden we:

$$M = \frac{gr^2}{G} = \frac{9,81 \times (6,371 \times 10^6)^2}{6,67384 \times 10^{-11}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

Dit komt overeen met de waarde van BINAS. Op deze manier heeft Newton dus een manier gevonden om de massa van de aarde te berekenen!

Vraag:
Het internationale ruimtestation (ISS) maakt een baan om de aarde op een hoogte van 400 km boven het aardoppervlak. Bereken de snelheid van het ruimtestation.

Antwoord:
De afstand r van het centrum van de aarde tot de satelliet is in dit geval:

$$r = 6,371 \times 10^6 + 400 \times 10^3 = 6,771 \times 10^6 \text{ m}$$

Met de laatste formule uit de theorie kunnen we dan de baansnelheid uitrekenen. Voor M vullen we de massa van de aarde in:

$$v_{baan} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67384 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{6,771 \times 10^6}} = 7,67 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Met deze snelheid maakt het ruimtestation elke anderhalf uur een rondje om de aarde!

TESTVERSIE

VWO STOF

Als we de bovenstaande formule voor de baansnelheid ($v_{baan} = \sqrt{(GM/r)}$) combineren met $v_{baan}=2\pi r/T$, dan vinden we:

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r}$$

Dit kunnen we herschrijven tot:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Omlooptijd (T)	seconde (s)
Gravitatieconstante (G)	$6{,}67384 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
Grootste massa (M)	kilogram (kg)
Baanstraal (r)	meter (m)

Deze formule wordt de **derde wet van Kepler** genoemd.

Voorbeeld (VWO)

Vraag:
In BINAS is de massa van de zon te vinden. Laat met een berekening zien dat deze massa correct is.

Antwoord:
We kunnen de massa bepalen door de baan van de aarde om de zon te bestuderen. We weten de afstand van de aarde tot de zon ($r = 149{,}6 \times 10^9$ m) en de omlooptijd van de aarde (T = 365,256 dagen). Als we de wet van Kepler omschrijven, dan kunnen we hiermee de massa van de zon uitrekenen:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \times (149,6 \times 10^9)^3}{6,67384 \times 10^{-11} \times (365,256 \times 24 \times 60 \times 60)^2} = 1,99 \times 10^{30}\ \text{kg}$$

Dit is ook de massa die we in BINAS vinden.

Zorg dat je kan rekenen met de algemene gravitatiewet

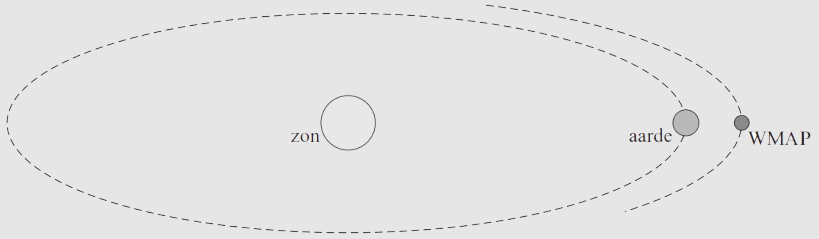
1. (2p) Laat met behulp van de formule van de gravitatiekracht zien dat de eenheid van G geschreven kan worden als Nm^2kg^{-2} en als $m^3kg^{-1}s^{-2}$.
2. (2p) De wetenschapper Cavendish bepaalde in 1798 de constante G door de kracht te meten tussen een loden bol met een massa van 0,75 kg een andere loden bol met een massa van 158 kg. De bollen werden op een afstand van 230 mm van elkaar opgehangen (van middelpunt tot middelpunt). De kracht die Cavendish mat was gelijk aan $1{,}5 \times 10^{-7}$ N. Bereken hiermee de constante G.
3. (3p) Bereken de gravitatiekracht werkende op een persoon van 80 kg in het internationaal ruimtestation (400 km boven het aardoppervlak).

TEGENVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met $g = GM/r^2$ en $v_{baan} = \sqrt{(GM/r)}$ (en met de wet van Kepler voor VWO)

4. (VWO,4p) Leid de derde wet van Kepler af.

5. Hieronder zien we de baan van de satelliet WMAP. De satelliet heeft een massa van 840 kg en bevindt zich in een zogenaamd Langragepunt op 1,50 miljoen kilometer afstand van de aarde. Voorwerpen in een Lagrangepunt hebben de eigenschap dat ze dezelfde omlooptijd hebben als de aarde. In deze opdracht gaan we begrijpen hoe dit mogelijk is.



   a. (4p) Bereken met behulp van de afstand tussen de zon en de aarde dat de omlooptijd van de aarde ongeveer gelijk is aan 365 dagen.
   b. (9p) Als we dezelfde berekening zouden doen voor WMAP, dan vinden we een omlooptijd van ongeveer 371 dagen. We hebben echter eerder gelezen dat de omlooptijd van WMAP gelijk is aan die van de aarde. Dit komt omdat we bij WMAP ook de gravitatiekracht van de aarde mee moeten rekenen. Laat zien dat we in dat geval toch weer op ongeveer 365 dagen uitkomen. Reken hiervoor eerst de totale gravitatiekracht uit die de zon en de aarde op WMAP uitoefenen. (bron: examen VWO 2015-pilot)

6. In deze opdracht bestuderen we twee manieren waarop de massa van de maan gemeten is.

   a. (3p) In 1966 lukte het de Russen voor het eerst om het ruimtevaartuig Luna 10 in een baan om de maan te krijgen. Luna 10 bevond zich 682 km boven het maanoppervlak en de omlooptijd was 178 minuten. Gebruik deze data om de massa van de maan uit te rekenen. Kijk daarna in BINAS of je de juist waarde gevonden hebt.
   b. (2p) In 1969 lukte het de Amerikanen om op de maan te landen. Ze vonden dat op het oppervlak van de maan de valversnelling gelijk is aan 1,62 m/s^2. Gebruik ook deze waarde om de massa van de maan te vinden.

7. (VWO,3p) Bereken op welke hoogte boven het aardoppervlak geostationaire satellieten geplaatst moeten worden.

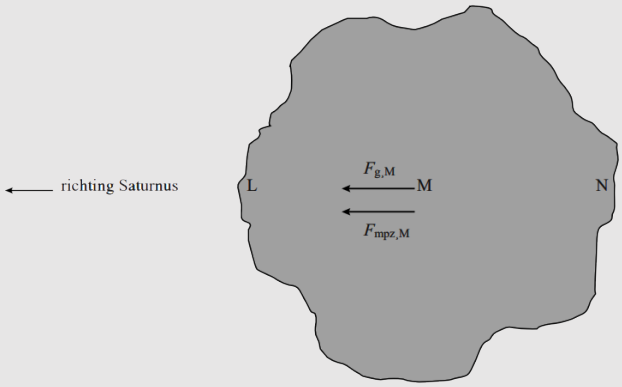
8. (3p) In de koude oorlog wilden de Amerikanen zo veel mogelijk te weten komen over de satellieten van de Russen. De snelheid van de satellieten en de hoogte van de satellieten boven het aardoppervlak kon men snel achterhalen. Het vinden van de massa van de satellieten bleek echter niet mogelijk. Laat aan de hand van een berekening zien dat de massa geen invloed heeft op de beweging van de satelliet en dus ook niet te meten is.

TESTVERSIE

9. (VWO) De ringen van Saturnus bestaan uit vele kleine ijs- en rotsblokken die in een baan om Saturnus bewegen.

   a. (2p) Laat met een formule zien dat de deeltjes in de ring dicht bij Saturnus de deeltjes verder weg telkens inhalen.

   b. (3p) Normaalgesproken zouden de ijs- en rotsblokjes door de zwaartekracht samentrekken en een maan vormen, maar dit wordt door de sterke gravitatiekracht van Saturnus onmogelijk gemaakt. Hieronder zien we een rotsblok in de ring. Omdat het rotsblok in een cirkel om Saturnus draait, weten we dat de gravitatiekracht die in het massamiddelpunt van het rotsblok werkt gelijk is aan de middelpuntzoekende kracht.

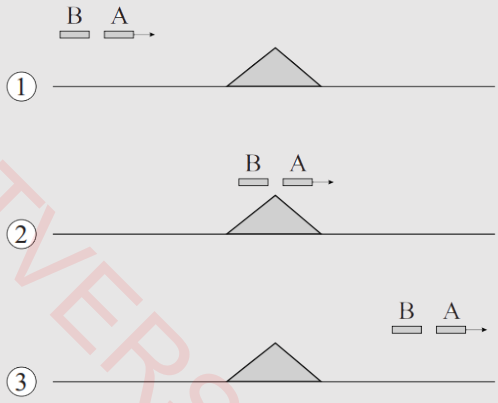


   Op positie L en N in de afbeelding is de gravitatiekracht echter niet gelijk aan de middelpuntzoekende kracht. Leg hiermee uit dat Saturnus de steen uit elkaar zal trekken. Ga ervan uit dat de middelpuntzoekende kracht op alle punten van het rotsblok gelijk is.

   c. (3p) In verticale richting wordt de steen juist in elkaar gedrukt. Laat met behulp van een tekening van krachten zien waarom dit gebeurt.
   (bron: examen VWO 2012-pilot)

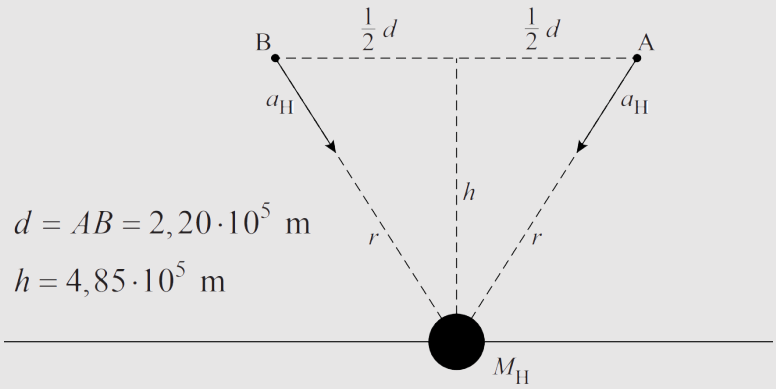
10. (VWO) De valversnelling is niet overal op aarde precies gelijk. Dit komt o.a. door de aanwezigheid van bergen. Om deze variaties te meten zijn twee satellieten, GRACE A en GRACE B, gelanceerd. De twee satellieten draaien achter elkaar aan om de aarde op een hoogte van 485 km met een onderlinge afstand van normaal gesproken 220 km. Kleine afwijkingen in de zwaartekracht beïnvloeden de onderlinge afstand tussen de satellieten.

   a. (3p) Hieronder zien we GRACE A en B over een gebergte bewegen. Leg uit dat de berg ervoor zorgt dat de afstand tussen A en B eerst iets groter wordt en daarna weer de oorspronkelijke waarde aanneemt.



TESTVERSIE

b. (6p) Op een gegeven moment bewegen de twee GRACE satellieten over de Himalaya. De Himalaya wordt in de afbeelding aangegeven als een massa M_H. In de getekende positie ondervinden beide satellieten elk een (zeer kleine) extra versnelling a_H door de gravitatiekracht van M_H.



$d = AB = 2{,}20 \cdot 10^5$ m

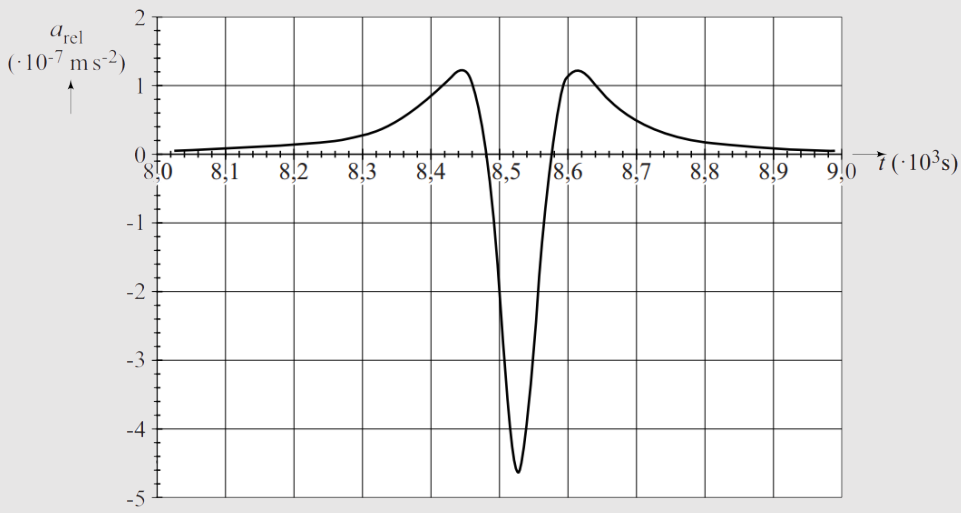
$h = 4{,}85 \cdot 10^5$ m

Voor de grootte van de onderlinge (relatieve) versnelling in de x-richting tussen de twee satellieten geldt:

$$a_{rel,x} = GM_1 \frac{d}{r^3}$$

Toon dit aan.

c. (4p) In de onderstaande afbeelding is de onderlinge versnelling uitgezet tegen de tijd voor de beweging over de Himalaya: Bepaal met dit figuur de massa van de Himalaya.



(bron: examen VWO 2013-pilot)

TESTVERSIE

§6 Oefentoets

De was
Een onderbroek van 65 gram draait rond in een wasmachine met een toerental van 950 rpm. De diameter van de wasmachine is 50 cm.

1 (3p) Bereken de snelheid waarmee de onderbroek ronddraait.
2 (1p) Welke soort kracht levert de middelpuntzoekende kracht die de onderbroek in zijn baan houdt.
3 (3p) Bereken de middelpuntzoekende kracht.

Ruimtesondes
De Parker Solar Probe is een satelliet van de NASA die een baan maakt om de zon. Deze ruimtesonde bevindt zich op 8,86 zonstralen (8,86 R_{zon}) boven het oppervlak van de zon.

4 (4p) In deze baan heeft de ruimtesonde een gigantische snelheid gelijk aan 0,046% van de lichtsnelheid. Laat met een berekening zien dat dit het geval is.
5 (3p) Bereken de omlooptijd van de satelliet in uren.

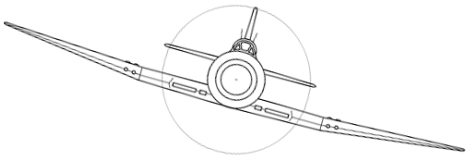
De Galileo Jupiter Atmospheric Probe werd in 1995 de atmosfeer van Jupiter ingeschoten en kon hier 58 minuten lang metingen doen voordat het contact verbroken werd.

6 (4p) Bereken de valversnelling die de ruimtesonde ervoer toen hij net de atmosfeer van Jupiter bereikte. Gebruik hiervoor de straal en de massa van Jupiter. Geef het antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

Normaalgesproken maken internetsatellieten een baan om de aarde op een afstand van $3{,}6 \times 10^4$ km boven het aardoppervlak. De internetsatellieten van SpaceX bevinden zich veel dichterbij op een afstand van 550 km boven het aardoppervlak.

7 (2p) Leg voor beide typen satellieten uit wat het grote voordeel is.
8 (VWO,3p) Bereken de omlooptijd van de satellieten van SpaceX.

Het vliegtuig
Een vliegtuig wordt in de lucht gehouden door de liftkracht. Deze kracht werkt altijd loodrecht op de vleugels. Om de bocht om te gaan moet het vliegtuig kantelen. Hiernaast is een vliegtuig van de voorkant weergegeven tijdens het kantelen. De vleugels staan onder een hoek van 16 graden ten opzichte van de horizon. De massa van het vliegtuig is $4{,}0 \times 10^5$ kg.



9 (HAVO,4p) Bepaal de grootte van de liftkracht. Ga ervan uit dat het vliegtuig op dezelfde hoogte blijft vliegen.
10 (VWO,4p) Bereken de grootte van de liftkracht. Ga ervan uit dat het vliegtuig op dezelfde hoogte blijft vliegen.

Een piloot wil weten hoe groot de bocht zal zijn die hij maakt als hij een snelheid heeft van 1000 km/h en het vliegtuig een hoek maakt van 16° ten opzichte van de horizon.

11 (6p, VWO) Bereken deze straal. Leid hiervoor eerst de volgende formule af:

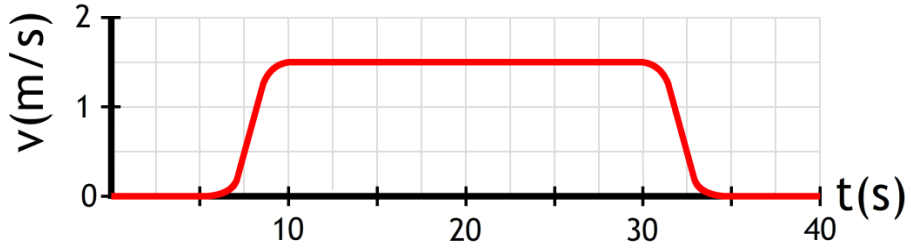
$$r = \frac{v^2}{g \tan\beta}$$

, waarbij β staat voor de hoek van de vleugels met de horizon.

TESTVERSIE

De achtbaan

Een achtbaan bestaat uit een verticale baan waarlangs een karretje omhoog beweegt, waarna een verticale daling volgt en daarna een looping. In de onderstaande (v,t)-diagram is de verticale beweging omhoog weergegeven:



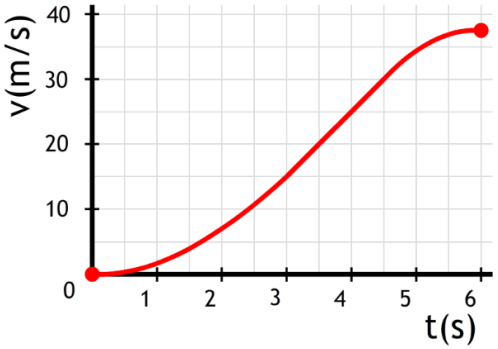
12 (3p) Leg uit op welke momenten het gewicht van de passagiers groter is, kleiner is of gelijk is dan normaal het geval is.

13 (VWO, 2p) Leg uit of je het verschil kan voelen tussen een versnelling omhoog en een vertraging omlaag.

14 (6p) Bereken het gewicht op t = 7,5 s van een passagier met een massa van 75 kg.

15 (3p) Hiernaast is het (v,t)-diagram van de daling weergegeven. Geef aan of de passagiers gedurende deze beweging gewichtloosheid bereiken. Je mag de luchtwrijvingskracht werkende op de passagiers verwaarlozen.

16 (VWO, 3p) Dan gaat een passagier (m = 75 kg) door een looping met een diameter van 18,0 m. Op het hoogste punt hangt de passagier op zijn kop en oefent de bodem van de kar een normaalkracht van 100 N uit naar beneden. Bereken met welke snelheid de passagiers het hoogste punt passeren.



BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
5	Astronomische eenheid en lichtjaar
7	Gravitatieconstante
31	Gegevens over planeten en manen
32B	Gegevens over sterren
32C	Gegevens over de zon

TESTVERSIE

Hoofdstuk 5
Moment (HAVO)

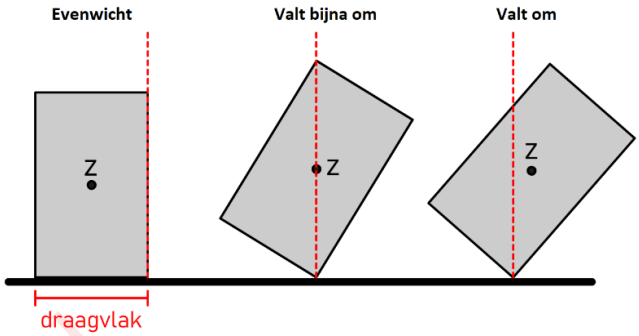
§1 Stabiliteit

Dit hoofdstuk gaat over draaiende voorwerpen. Als een voorwerp omvalt, dan maakt het een draaibeweging. In deze eerste paragraaf bestuderen wanneer voorwerpen omvallen en wanneer niet.

Om te begrijpen wanneer een voorwerp **omvalt** en wanneer niet, hebben we de begrippen zwaartepunt en draagvlak nodig. Het **zwaartepunt** van een voorwerp is de plek waar het voorwerp in balans is. Als we bijvoorbeeld een kubusvormig blok hebben dat overal dezelfde dichtheid heeft, dan zit het zwaartepunt netjes in het midden van het blok. Bij een voorwerp met een ingewikkelde vorm, vind je het zwaartepunt door het voorwerp bijvoorbeeld op je vinger te balanceren. Het zwaartepunt bevindt zich dan op de lijn boven je vinger (zie de onderstaande afbeelding).

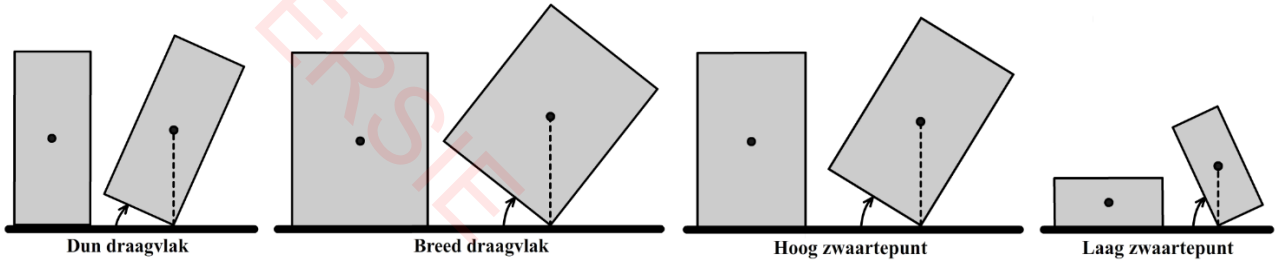
(Afbeelding: APN MJM; CC BY-SA 3.0-mod)

Het oppervlak tussen de verst liggende punten waarop een voorwerp staat noemen we het **draagvlak**. In het onderstaande linker voorwerp is het draagvlak simpelweg gelijk aan de onderzijde van het blok. Bij de stoel in de rechter afbeelding is het draagvlak niet alleen het oppervlak onder de stoelpoten, maar ook het oppervlak ertussen. Een voorwerp is **in evenwicht** als het **zwaartepunt** van het voorwerp zich **boven het draagvlak** bevindt. Als dit niet het geval is, dan **valt het voorwerp om**. Dit is duidelijk te zien in de linker onderstaande afbeelding.



(Afbeelding: ... / MET; CC0)

We noemen een voorwerp **stabiel** als het moeilijk is het voorwerp om te duwen. Een voorwerp is stabieler als het **draagvlak breder** is en als het **zwaartepunt lager** ligt. Linksonder zien we het voordeel van een breder draagvlak. We moeten het blok bij een breder draagvlak onder een grotere hoek kantelen om het te laten vallen. Rechtsonder zien we het effect van een lager zwaartepunt op de stabiliteit. Ook bij een lager zwaartepunt moeten we het voorwerp onder een grotere hoek kantelen om het te laten vallen.

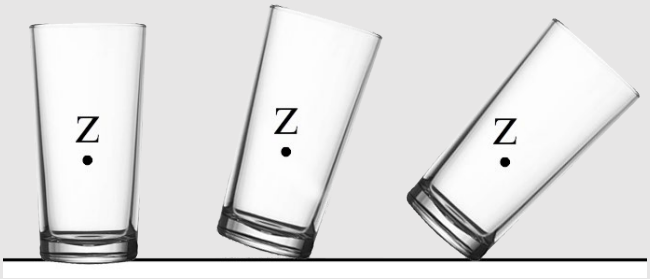


Het verlagen van het zwaartepunt voor meer stabiliteit wordt in het dagelijks leven vaak toegepast. Bij een grote parasol wordt de standaard aan de onderkant bijvoorbeeld gevuld met zand. Dit maakt de onderzijde zwaarder en verlaagt dus het zwaartepunt. Als gevolg valt de parasol minder snel om. Nog een voorbeeld. Als je met een caravan op vakantie gaat, dan is het aan te raden om zware spullen op de grond te plaatsen. Dit maakt de caravan meer stabiel, zodat hij niet met een flinke windvlaag omwaait.

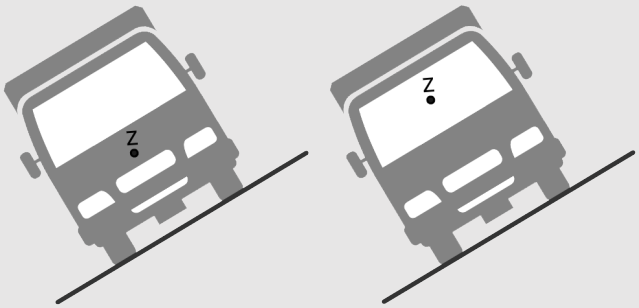
Zorg dat je kan redeneren met stabiliteit

1. (3p) Leg uit waarom je meer kans maakt om een potlood op zijn onderkant te laten balanceren dan op zijn punt. Gebruik hier de begrippen zwaartepunt en draagvlak.

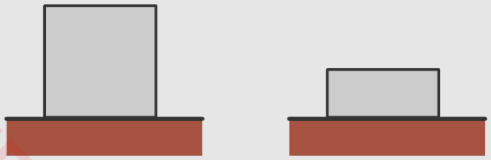
2. (3p) Hieronder is drie keer hetzelfde glas weergegeven. Het zwaartepunt van het glas is in de afbeelding weergegeven met de letter Z. Ga in elk van de gevallen na of het glas zal omvallen.



3. (2p) Hieronder zien we een vrachtauto die over een schuine weg rijdt. In de linker situatie zijn de zwaarste voorwerpen laag in de vrachtauto ingeladen. In de rechter situatie zijn de zware voorwerpen hoger geplaatst. Ga in beide gevallen na of de vrachtauto stabiel staat.



4. Hieronder zie je twee blokken met een homogene dichtheid. Beide blokken worden omgeduwd.



   a. (2p) Teken beide blokken in de stand net voordat ze omvallen.
   b. (1p) Leg aan de hand van deze opdracht uit waarom een voorwerp met een lager zwaartepunt stabieler is.

5. (2p) Bij veel vechtsporten leer je breed te staan en een beetje door de knieën te zakken. Geef twee redenen waarom deze houding je stabieler maakt.

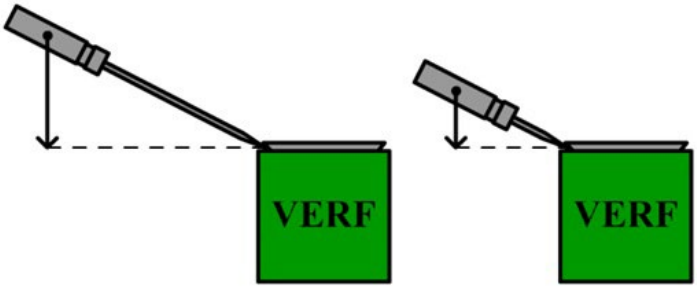
6. Een bal die van een helling rolt is eigenlijk voortdurend aan het omvallen.
   a. (1p) Hoe groot is het draagvlak van een perfecte bal.
   b. (2p) Leg met het begrip draagvlak en zwaartepunt uit waarom een bal van een helling rolt.

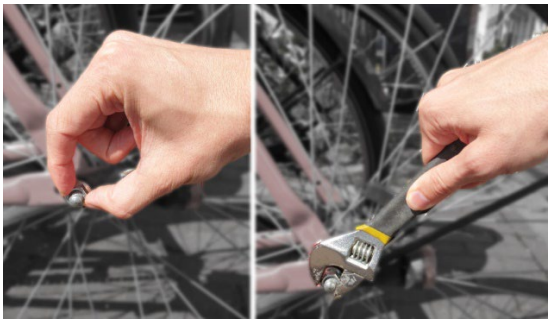
TESTVERSIE

§2 Het moment

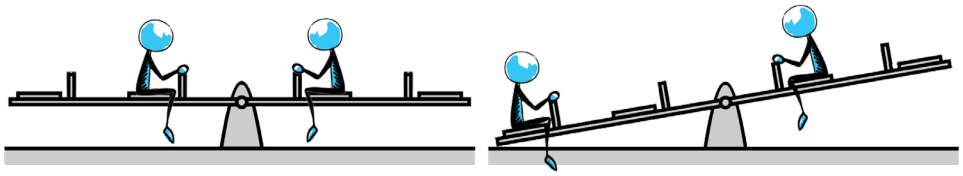
In de rest van dit hoofdstuk gaan we rekenen met krachten werkende op draaiende voorwerpen. We gebruiken hiervoor het begrip moment. Ook gaan we momentevenwichten bestuderen.

In deze paragraaf gaan we het hebben over het principe van de **hefboom**. Met een hefboom kan je een kleine kracht omzetten in een grote kracht. In de onderstaande afbeelding wordt dit principe gebruikt bij het openen van verfpotten. Zoals je wellicht uit ervaring weet, gaat het openen van een verfpot veel gemakkelijker met een langere schroevendraaier. In de rechter afbeelding geldt hetzelfde principe. Een moer omdraaien met alleen je hand is lastig, maar als je de lengte van een sleutel gebruikt, dan kost dit weinig kracht.





Een hefboom heeft altijd een **draaipunt**. Dit is duidelijk te zien bij een wip. In de afbeelding linksonder zien we twee personen met gelijke massa die op gelijke afstanden van het draaipunt zitten. De wip is nu in **evenwicht**. In de rechter afbeelding gaat de linker persoon iets verder van het draaipunt zitten en als gevolg zal de wip aan deze kant dalen. Er geldt dus: hoe verder de persoon van het draaipunt gaat zitten, hoe meer invloed de persoon heeft op de draaiing van de wip. We zeggen in zo'n geval dat de persoon dan een groter **moment** uitoefent op de wip.



We kunnen het moment als volgt berekenen:

$$M = F \times r$$

Moment (M)	newtonmeter (Nm)
Kracht (F)	newton (N)
Arm (r)	meter (m)

De **arm** (**r**) is grofweg de afstand van het draaipunt tot de kracht die op het voorwerp werkt. In de volgende paragraaf gaan we nog een iets preciezere definitie van de arm tegenkomen. De zwaartekracht tekenen we bij het bepalen van het moment altijd in het **zwaartepunt**.

EXPERIMENT MOMENT

TESTVERSIE

Als een voorwerp **in evenwicht** is, dan is de som van de momenten die het voorwerp linksom pogen te draaien gelijk aan de som van de momenten die het voorwerp rechtsom pogen te draaien. In formuletaal wordt dit:

$$\Sigma M_L = \Sigma M_R \quad \text{(evenwicht)}$$

Som van momenten linksom (M_L)	newtonmeter (Nm)
Som van momenten rechtsom (M_R)	newtonmeter (Nm)

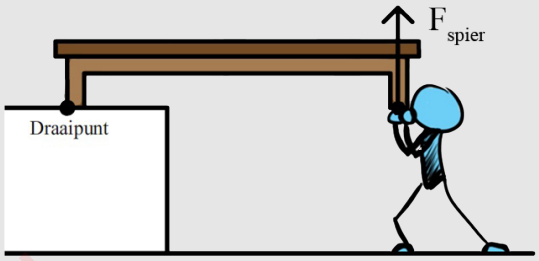
Een bekend voorbeeld waar momenten een belangrijke rol spelen is de hijskraan. Deze gigantische kranen kunnen zware voorwerpen optillen zonder om te vallen. Dit kan omdat de kraan in evenwicht wordt gehouden door een contragewicht (zie de rechter afbeelding). Door de positie van dit contragewicht te verplaatsen, en dus de arm te veranderen, kan de kraan telkens in evenwicht worden gehouden.

EXPERIMENT MOMENT-EVENWICHT

INSTRUCTIEVIDEO MOMENT

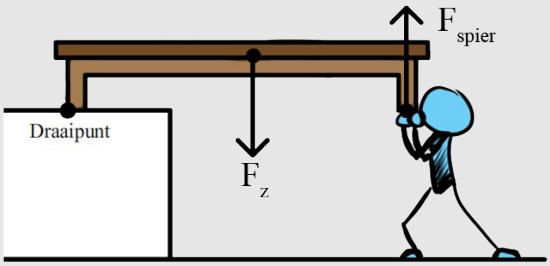
Voorbeeld

Vraag:
In de volgende afbeelding tilt een persoon een bank op die op een verhoging ligt. De bank is van poot tot poot 4,0 m lang en heeft een massa van 10 kg. Bereken de spierkracht die de persoon moet uitoefenen om de bank in horizontale positie te houden.



Antwoord:
Het **zwaartepunt** van de bank bevindt zich in het **midden van de bank**. Op deze plek tekenen we dan ook de zwaartekracht (zie de rechter afbeelding). De **arm van de zwaartekracht** is de afstand van het **draaipunt** tot de **zwaartekracht**. Omdat de zwaartekracht in het **midden van de bank** werkt, is de bijbehorende arm dus 4,0 / 2 = **2,0 m** lang.

De afstand van het draaipunt tot de spierkracht is 4,0 meter. De **arm van de spierkracht** is dus **4,0 m**.



Dan maken we gebruik van het **momentenevenwicht**:

$$F_z \times r_z = F_{spier} \times r_{spier}$$

We vullen nu de gegevens zo veel mogelijk in:

$$10 \times 9,81 \times 2 = F_{spier} \times 4$$

Als we de linker zijde uitrekenen, dan vinden we:

$$196,2 = F_{spier} \times 4$$

Hiermee kunnen we de spierkracht uitrekenen:

$$F_{spier} = \frac{196,2}{4} = 49 \text{ N}$$

TOETSVERSIE

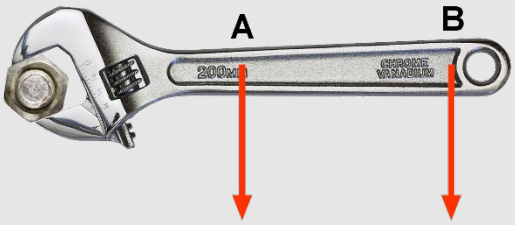
Zorg dat je kan rekenen met M = Fr en het momentenevenwicht

1. Een persoon probeert met een grote ratel een moer vast te draaien (zie de onderstaande afbeelding). In eerste instantie oefent de persoon een kracht uit op punt A. Hiermee komt de moer echter niet los. Daarna oefent de persoon dezelfde kracht uit op punt B. Nu lukt het wel.

   (Afbeelding: MrX; CC BY-SA 3.0-mod)

   a. (3p) Leg uit waarom de persoon de moer wel los krijgt in punt B, terwijl hij op beide punten dezelfde kracht uitoefent.

   b. (2p) De kracht die de persoon op punt B uitoefent is 100 N. Bepaal met behulp van de afbeelding hoeveel kracht de persoon op punt A moet uitoefenen om hetzelfde moment op de ratel uit te oefenen.



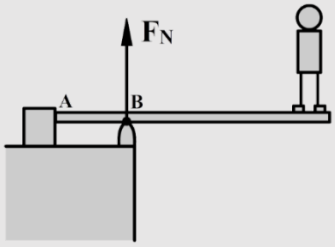
2. Maak het stencil op de volgende bladzijde. Ga ervan uit dat alle armen horizontaal lopen.

3. Een meisje met een massa van 45 kg staat op het uiteinde van een duikplank. De duikplank kan draaien om as A en ligt op steunpunt B. De afstand tussen as A en steunpunt B is 1,6 m. De afstand tussen as A en het meisje is 4,8 m.

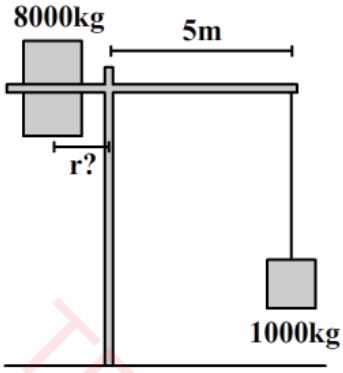
   a. (4p) Bereken de grootte van de kracht die door het steunpunt B op de plank wordt uitgeoefend als het meisje op de duikplank staat. Je mag de massa van de duikplank verwaarlozen.

   b. (2p) Op punt A werkt ook een kracht. Leg uit waarom het niet nodig was rekening te houden met deze kracht in opdracht a.

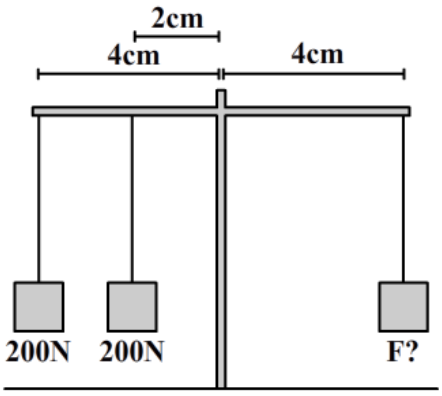
   c. (3p) Bereken de grootte van deze kracht werkende op punt A als het meisje stilstaat op de duikplank.



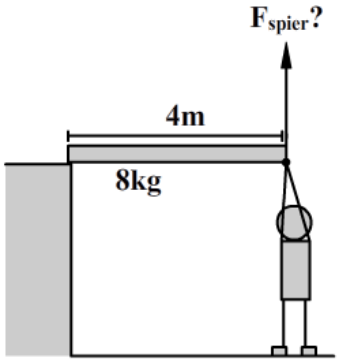
Stencil momenten
Momenten Deel I: horizontale armen



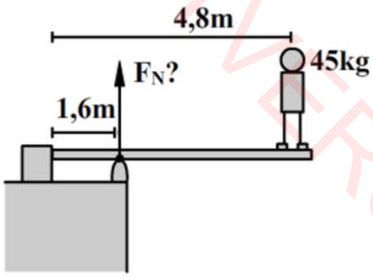
(niet op schaal)



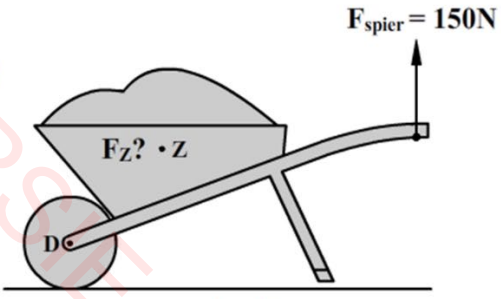
(niet op schaal)



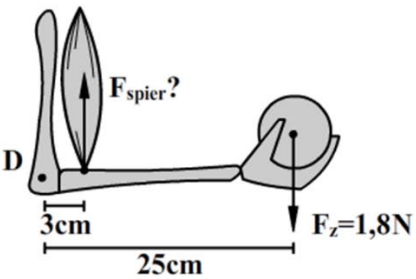
(niet op schaal)



(niet op schaal)

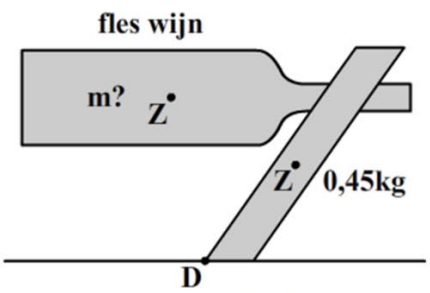


(op schaal)

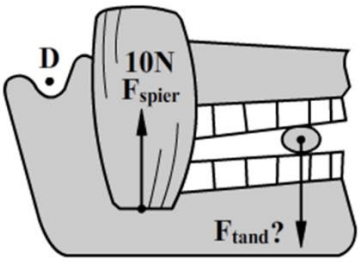


(niet op schaal)

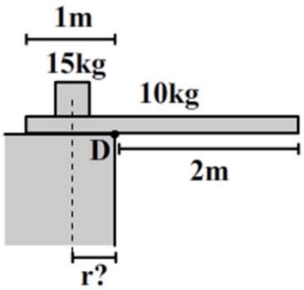
TESTVERSIE



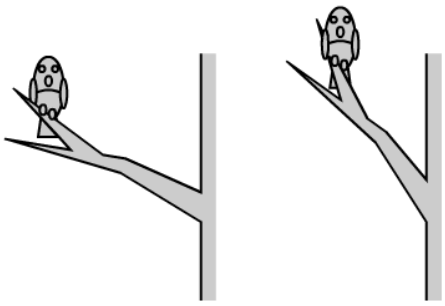
(op schaal)

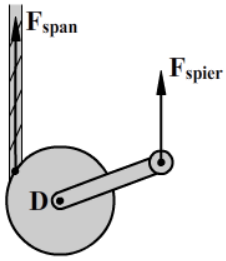


(op schaal)



(niet op schaal)


Welke tak heeft een grotere kans om af te breken?



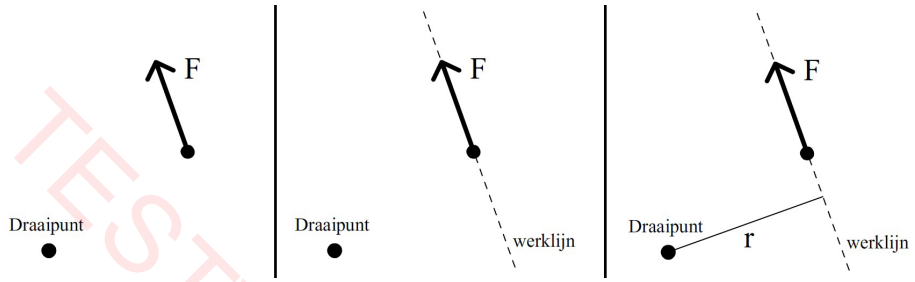
Welke kant draait het handvat op? (op schaal)

§3 De arm

In deze paragraaf gaan we het begrip arm iets nauwkeuriger definiëren. We kunnen hiermee met complexere momentevenwichten rekenen.

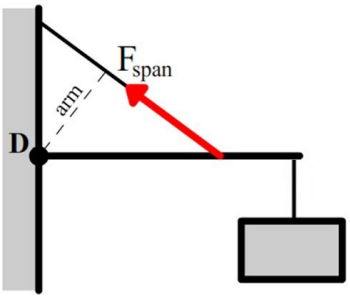
Nu is het tijd voor de iets nauwkeurigere definitie van de arm. Hieronder zien we links een kracht en het bijbehorende draaipunt. Om de arm te vinden tekenen we de lijn van de kracht eerst door in beide richtingen (zie de middelste afbeelding). We noemen dit de **werklijn van de kracht**. De arm voldoet dan aan de volgende twee eisen:

- De arm loopt van het **draaipunt tot aan de werklijn van de kracht**.
- De arm staat **loodrecht op de werklijn** van de kracht.



INSTRUCTIEVIDEO DE ARM

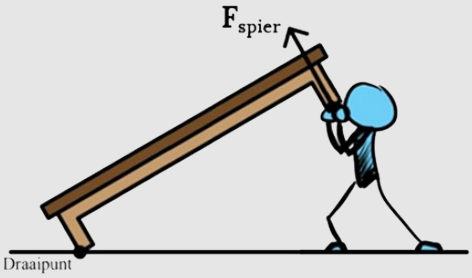
We hebben deze definitie rechts toegepast. We zien hier een uithangbord dat omhoog gehouden wordt met een touw. De arm van de spankracht in het touw loopt hier van het draaipunt tot de werklijn van de spankracht en staat ook loodrecht op de werklijn. Deze arm voldoet dus aan de bovenstaande definitie.



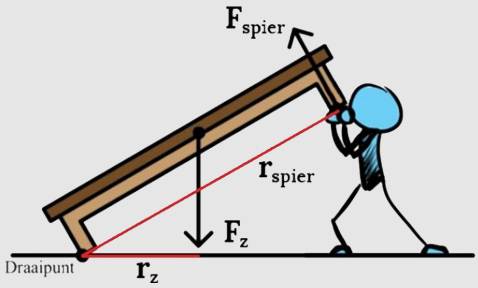
TESTVERSIE

Voorbeeld

Vraag:
Een persoon tilt aan één zijde een bank op met een massa van 15 kg (zie de onderstaande afbeelding). In de afbeelding is ook de spierkracht weergegeven die de persoon uitoefent. Bepaal de grootte van deze kracht. De afbeelding is op schaal weergegeven.



Antwoord:
Het **zwaartepunt** van de bank bevindt zich in het **midden van de bank**. Op deze plek tekenen we dan ook de zwaartekracht. In de rechter afbeelding zien we de **arm van de zwaartekracht** en de **arm van de spierkracht** getekend. Merk op dat in beide gevallen de arm loopt van het **draaipunt tot de werklijn van de kracht** en dat de arm **loodrecht** op deze werklijn staat.



Dan maken we gebruik van het **momentenevenwicht**:

$$F_z \times r_z = F_{spier} \times r_{spier}$$

Omdat de afbeelding **op schaal** is afgebeeld, mogen we **meten** in de tekening. De arm van de spierkracht is 3,9 cm en de arm voor de zwaartekracht is 1,55 cm. We vullen dit in:

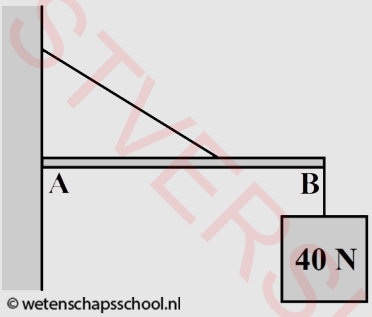
$$F_{spier} \times 3,9 = 15 \times 9,81 \times 1,55$$

Als we hiermee F_{spier} uitrekenen, dan vinden we:

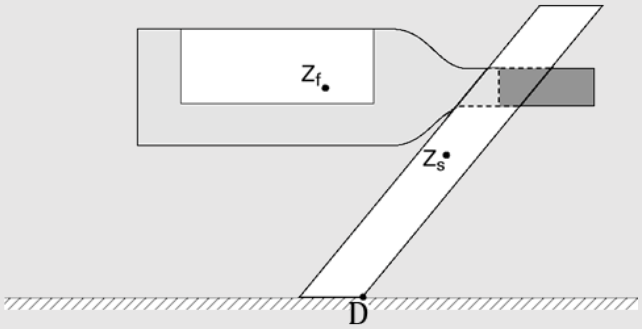
$$F_{spier} = 58 \text{ N}$$

Zorg dat je de arm van een kracht kan tekenen

1. (2p) Beschrijf hoe je de arm van een kracht kan vinden.
2. Maak het tweede stencil aan het eind van dit hoofdstuk.
3. (4p) Een uithangbord is aan een stok opgehangen. De zwaartekracht werkend op het bord is 40 N. De zwaartekracht werkende op de stok mag je verwaarlozen. De stok wordt op zijn plek gehouden met behulp van een touw. Bereken de spankracht in het touw.



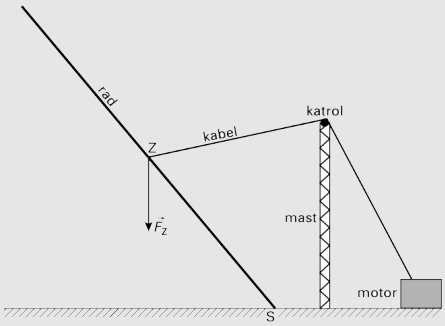
4. In cadeauwinkels tref je de onderstaande flessenstandaard aan. Het is een stuk perspex met een gat waarin de hals van een fles geschoven kan worden. Het stuk perspex kan met de fles in evenwicht worden neergezet. Het is dan niet nodig het perspex aan de ondergrond vast te maken.



   a. (1p) Arceer het gebied in de foto waarin het zwaartepunt van het geheel zich moet bevinden opdat er evenwicht is.
   b. (5p) De fles wordt nu zo ver in het gat geschoven dat de standaard op het punt staat naar rechts te kantelen. Bepaal met behulp van de afbeelding de massa van de fles wijn. Ga ervan uit dat de figuur op schaal is weergegeven en dat de massa van de standaard gelijk is aan 0,45 kg.
   (bron: examen VWO 2000-1)

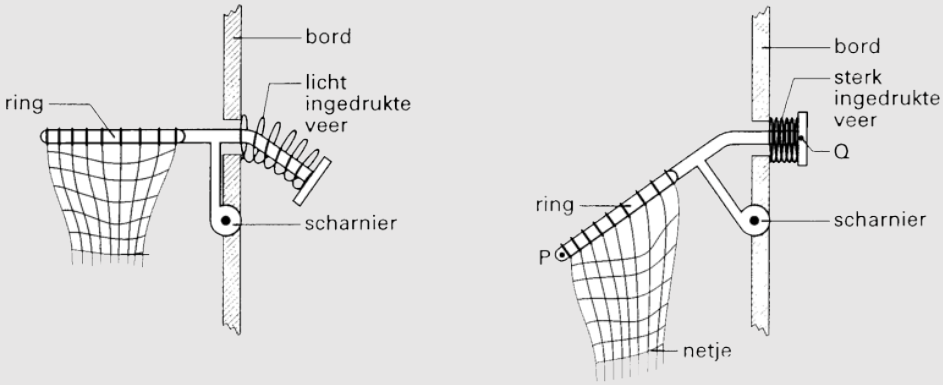
TESTVERSIE

5. (5p) Aan de oever van de Theems in Londen werd voor de start van het jaar 2000 een enorm reuzenrad gebouwd: het Millenniumrad.



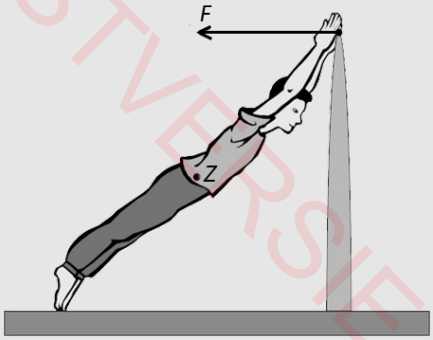
Op de foto kun je zien dat het rad met één kabel omhoog werd getrokken. De kabel was in het zwaartepunt Z van het rad vastgemaakt en liep via een katrol op een mast naar een motor op de grond. Tijdens het omhoogtrekken werd het rad aan één kant in een punt S op de grond vastgehouden, zodat het om dit punt kon kantelen. Het rad heeft een massa van $1{,}5 \times 10^3$ ton. De bovenstaande tekening is op schaal afgebeeld. Bepaal de grootte van de kracht die de kabel op dit moment op het rad uitoefent.
(bron: examen VWO 2001-1)

6. (4p) Als een speler bij basketbal aan de ring gaat hangen, dan kan er schade aan het bord ontstaan. Om de kans op schade te verminderen, maakt men gebruik van een zogenaamde klapring (zie de onderstaande afbeelding. Deze afbeelding is op schaal weergegeven).



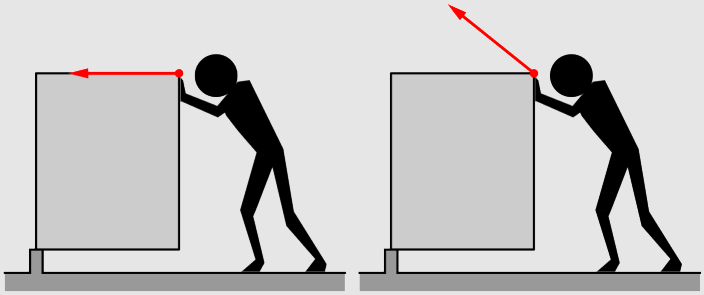
De kracht van de basketballer op de ring grijpt aan in punt P. Deze kracht is gelijk aan de zwaartekracht op de basketballer. Er werkt ook een veerkracht op de klapring in punt Q. Deze kracht is horizontaal naar rechts gericht. Bepaal de grootte van de veerkracht als een speler van 90 kg aan de ring hangt. Verwaarloos de massa van de ring zelf.
(bron: examen VWO 1998-1)

7. (4p) Bij een turnoefening duwt een persoon tegen een steunbalk (zie de onderstaande afbeelding). De balk oefent dan alleen een horizontaal gerichte kracht uit op de persoon. De massa van de persoon is 75 kg. Bepaal aan de hand van de afbeelding de grootte van de horizontale kracht van de steunbalk op de persoon.



TESTVERSIE

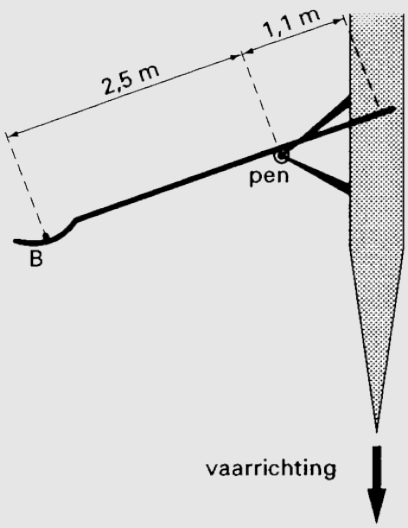
8. Een persoon wil zo gemakkelijk mogelijk een groot blok in evenwicht houden dat aan één zijde op een steunpunt leunt. In de onderstaande afbeelding zien we de persoon in twee richtingen duwen tegen het blok. Het blok is niet op schaal weergegeven.



   a. (4p) Leg met behulp van de bovenstaande afbeelding uit in welke richting de persoon minder kracht uit hoeft te oefenen om het blok in evenwicht te houden.

   b. (8p) Het blok heeft een massa van 150 kg, de breedte van het blok is 50 cm en de hoogte is 120 cm. Bereken met deze gegevens spierkracht van de persoon in beide gevallen.

9. In de rechterafbeelding zien we een deel van een roeiboot, waarin zich een aantal roeiers bevinden. De roeiers bewegen de boot voort door een hoeveelheid water met de roeispanen in tegenovergestelde richting in beweging te brengen. Een van de roeispanen is hier zichtbaar. Op punt B oefent het blad van de roeispaan een kracht uit op het water. Als gevolg hiervan oefent het water een even grote kracht uit op de roeispaan. Deze krachten staan loodrecht op het blad.



De riem kan worden beschouwd als een hefboom die om een vast punt draait. Dit vaste punt is een pen. De afstand van de pen tot de plaats van de handen op de handgreep is 1,1 m. De afstand van de pen tot punt B is 2,5 m. Op een bepaald moment oefent de roeier een kracht van 660 N uit loodrecht op de roeispaan. Het blad wordt met constante snelheid door het water gehaald. Ook de roeiboot zelf gaat met een constante snelheid door het water.

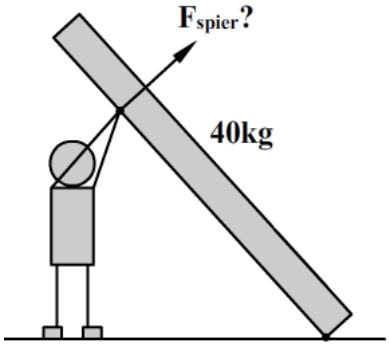
   a. (4p) Bereken de kracht die de roeispaan uitoefent op het water op punt B.

   b. (2p) Als gevolg van de krachten die hierboven beschreven zijn, komt er ook een kracht te werken op de pen waar de roeispaan op zijn plek wordt gehouden. Leg uit waarom het niet nodig was rekening te houden met de kracht in opdracht a.

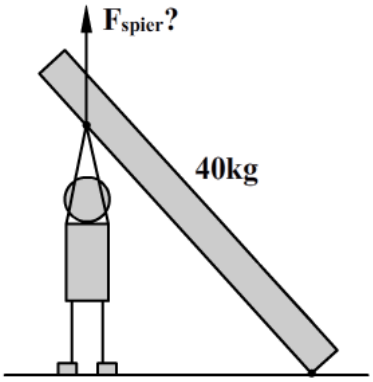
   c. (2p) Bereken de grootte van de kracht die de pen op de roeispaan uitoefent.
   (bron: examen VWO 1998-2)

TESTVERSIE

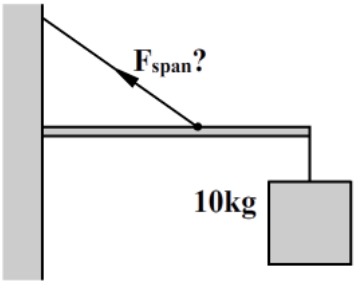
Stencil momenten
Momenten Deel II: Algemeen



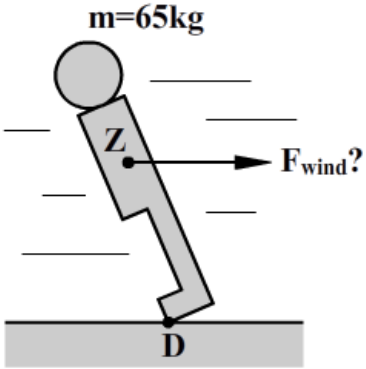
(op schaal)



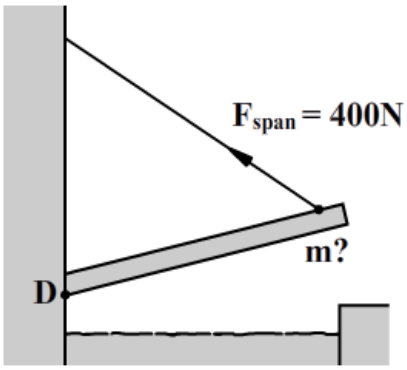
(op schaal)



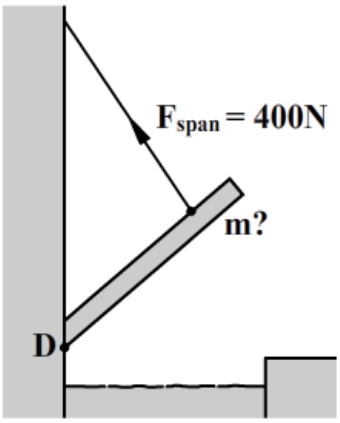
(op schaal)



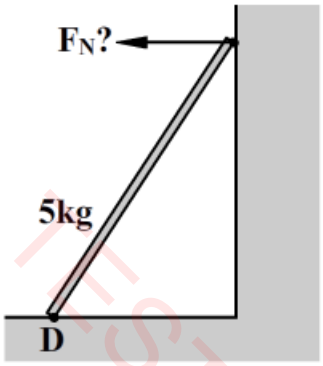
(op schaal)



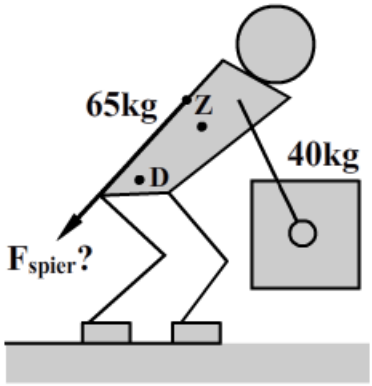
(op schaal)



(op schaal)



(op schaal)

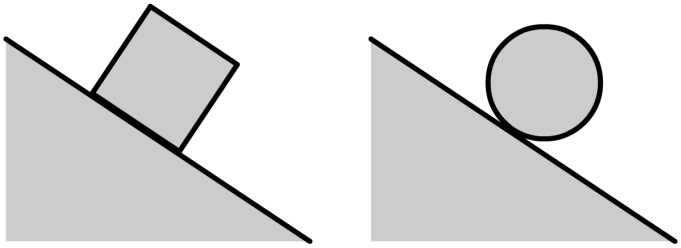


(op schaal)

TESTVERSIE

§4 Oefentoets

Rollen of glijden
In de rechter afbeelding zien we een blok en een kogel die op een helling geplaatst zijn.

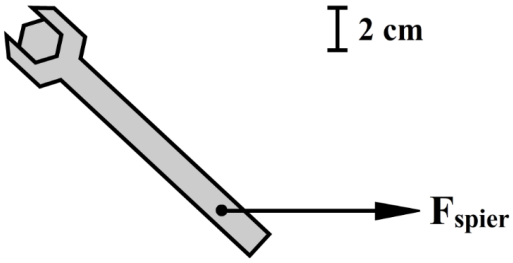


1 (3p) Leg uit met het begrip moment dat het blok van de helling zal glijden, terwijl de kogel gaat rollen.

De tol
Hiernaast zien we een tol met een massa van 40 gram in twee posities. De stip in de afbeeldingen is het zwaartepunt van de tol. De tol is op ware grootte weergegeven.

2 (2p) Leg uit hoe groot het moment is dat de zwaartekracht uitoefent op de linker tol.
3 (3p) Bepaal het moment van de zwaartekracht in het rechter geval.

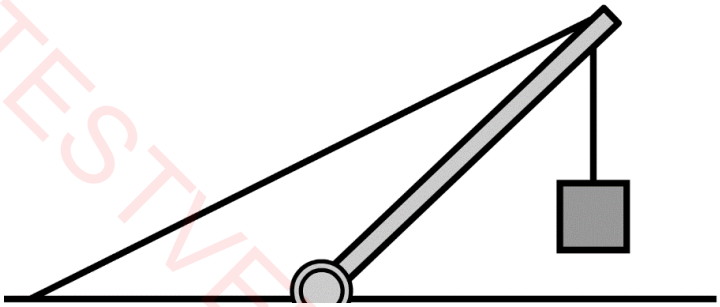
Gereedschap
In de onderstaande afbeelding wordt een sleutel gebruikt om een moer los te draaien met een spierkracht van 80 N. De afbeelding is op schaal weergegeven. De gebruikte schaal is rechtsboven de afbeelding weergegeven.



4 (4p) Bereken het moment dat de spierkracht uitoefent.

Ophijsen
Een persoon gebruikt de onderstaande constructie om een blok op te tillen. Op het moment dat hieronder is afgebeeld, hangt het blok stil en is de kabel vastgemaakt aan de grond. De afbeelding is op schaal weergegeven.

5 (4p) Teken in de afbeelding de arm van de spankracht in de linker kabel en de arm van de zwaartekracht van het blok. Ga hiermee na of het met deze constructie minder kracht kost om het blok op te tillen.

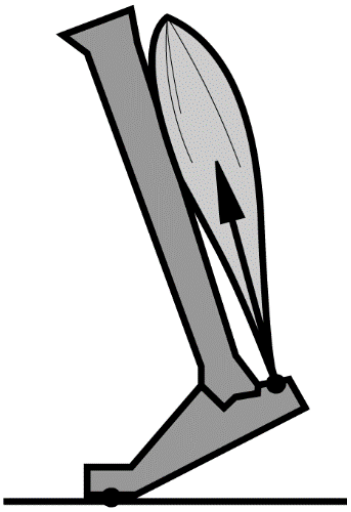


TESTVERSIE

6 (3p) De massa van het blok is 200 kg. Bereken hiermee de spankracht in de linker kabel.

Op je tenen staan

In de rechter afbeelding is een versimpeld model van een been weergegeven van een persoon die op één been stilstaat op zijn tenen. We zien o.a. de kuitspier die met een pees vastzit aan een bot in de voet. Als je deze spier aanspant, dan kan de voet te draaien om het enkelgewricht, waardoor het lukt om op één been te staan. De afbeelding is op schaal weergegeven. De man heeft een massa van 80 kg.



7 (2p) Laat met een berekening zien dat de normaalkracht die op de tenen van de voet werkt gelijk is aan $7{,}8 \times 10^2$ N.

8 (4p) Bepaal met behulp van deze normaalkracht en het momentenevenwicht de grootte van de spierkracht.

De schilder

Een schilder met een massa van 85 kg staat op een steiger bestaande uit een houten plank van 15 kg die is opgehangen aan twee touwen. De schilder staat op 1,0 meter afstand van het linker touw, zoals in de onderstaande afbeelding is weergegeven.

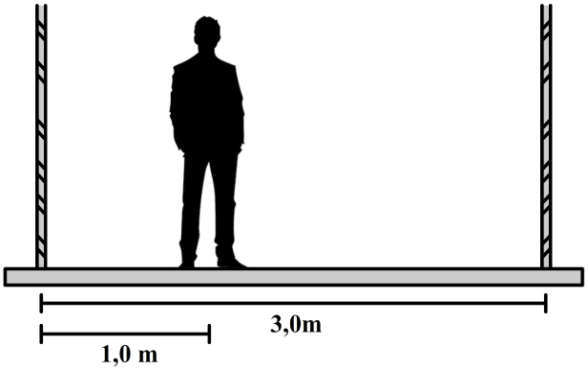
Dit systeem kan zowel roteren om het punt waar het linker touw bevestigd is als het punt waar het rechter touw bevestigd is. In eerste instantie beschouwen we het linker aanknopingspunt als draaipunt.

9 (2p) Leg uit welk moment de spankracht in het linker touw in dit geval uitoefent.

10 (4p) Reken de spankracht uit in het rechter touw.

11 (3p) Beschouw nu het rechter touw als het draaipunt en reken de spankracht in het linker touw uit.

12 (2p) De spankracht in het linker touw kan ook worden uitgerekend door niet naar het momentenevenwicht, maar naar het krachtenevenwicht te kijken. Laat zien dat je met deze methode dezelfde waarde vindt voor de spankracht.



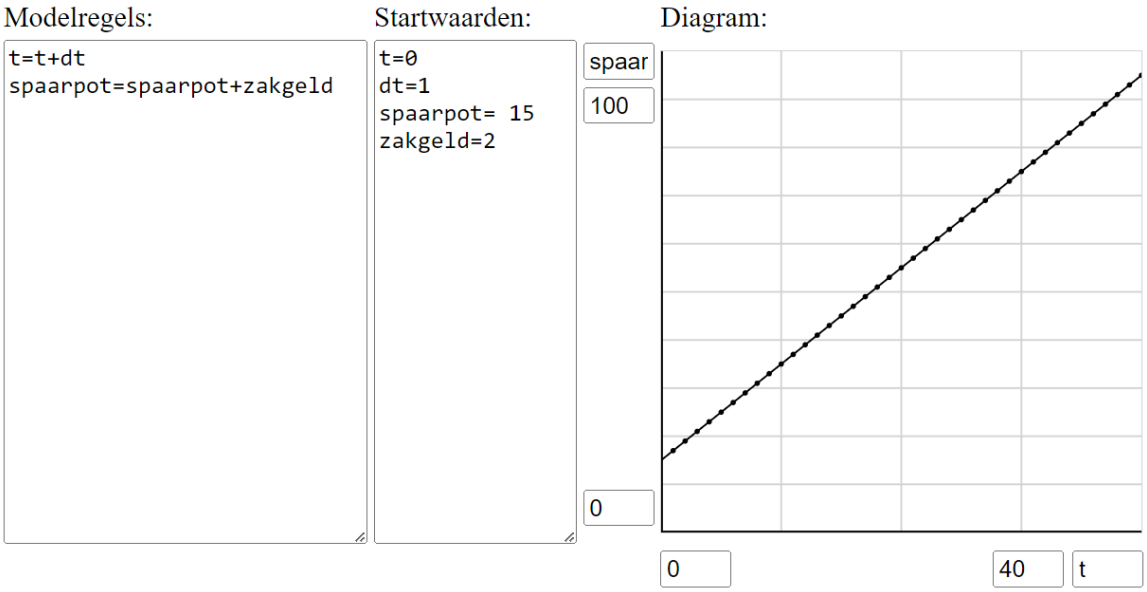
TESTVERSIE

Hoofdstuk 6
Modelleren (VWO)

§1 Modelleren

In dit hoofdstuk gaan we de computer gebruiken voor het beschrijven van natuurkundige processen. We doen dit met behulp van natuurkundige modellen. In deze paragraaf introduceren we een programma waarmee dergelijke modellen te maken zijn.

In dit hoofdstuk gaan we leren **modelleren**. Laten we met een simpel voorbeeld van een model beginnen. Stel een leerling heeft op een bepaald tijdstip 15 euro in zijn spaarpot en krijgt elke week 2 euro zakgeld. Met een model kunnen we dan een grafiek maken waarbij we de hoeveelheid geld in zijn spaarpot uitzetten tegen de tijd.



Links van de grafiek zien we twee kolommen. In de rechter kolom vullen we de zogenaamde **startwaarden** in. Hier vullen we voor alle relevante grootheden de beginwaarde in. Ook noteren we hier constanten die we nodig hebben. Met de eerste regel zorgen we dat we de **tijd** starten op tijdstip t = 0. Met de tweede regel bepalen hoe groot een **tijdstapje dt** is. Met de laatste twee regels bepalen we hoeveel geld er aan het begin in de spaarpot zit en hoeveel zakgeld elke week gegeven wordt.

In de linker kolom noteren we de zogenaamde **modelregels**. Hier schrijven we een aantal wiskundige operaties op, waarmee het programma kan uitrekenen wat de waarde van de relevante grootheden gaat zijn **een tijdstapje dt later**. Elk tijdstapje worden alle modelregels doorlopen, zodat het model steeds verder in de tijd evolueert. We noemen dit herhaaldelijk doorlopen van de regels een **iteratief proces**.

In dit model gebruiken we twee modelregels:

- **t = t + dt**
- **spaarpot = spaarpot + zakgeld**

In de eerste regel wordt de tijd t een tijdstapje dt vooruitgezet. Het "="-teken dat we in deze modelregels zien heeft niet de gebruikelijke betekenis. In programmeertalen staat het "="-teken voor: "**wordt gelijk aan**". In woorden is de eerste modelregel dus:

- De nieuwe tijd t **wordt gelijk aan** de huidige tijd t plus een tijdstapje dt

TESTVERSIE

De tweede modelregel vertelt ons dat de nieuwe waarde in de spaarpot gelijk wordt aan de huidige waarde plus het zakgeld.

Nog een voorbeeld. Een leerling heeft 50 euro en koopt hiervan elke dag een broodje van 3,40 euro. Als hij echter minder dan 20 euro over heeft, dan gaat hij iets zuiniger aan doen en koopt hij een broodje van slechts 1,40 euro. Als zijn geld op is, dan kan hij natuurlijk niks meer uitgeven. Op dit moment willen we dan ook dat de grafiek stopt. Het model ziet er dan als volgt uit:

Modelregels:

```
t=t+dt

als(spaarpot>20)
dan{kosten=3.4}
anders{kosten=1.4}

spaarpot =spaarpot-kosten

als(spaarpot<1.4)
dan{stop}
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=1
spaarpot=
50
```

Diagram:

Bij de modelregels wordt nu gebruik gemaakt van de **als-dan-anders-stelling**:

- **als(spaarpot > 20)**
- **dan{kosten = 3,4}**
- **anders{kosten = 1,4}**

Hier staat dat als er meer dan 20 euro in de spaarpot zit, dat de gemaakte kosten per dag dan 3,4 euro zijn. Als er minder dan 20 euro in de spaarpot zit, dan worden de kosten 1,4 euro. In de regel die hierop volgt wordt uitgerekend hoeveel geld de persoon na deze tijdstap nog overhoudt:

- **spaarpot = spaarpot - kosten**

Merk op dat de **volgorde** hier belangrijk is! Eerst moeten de kosten per dag bepaald worden en pas dan kan je uitrekenen hoeveel geld de persoon aan het eind van die dag overhoudt.

Uiteindelijk geven we het **stop-commando** als de persoon minder dan 1,40 euro over heeft en dus geen broodje meer kan kopen:

- **als(spaarpot < 1,4)**
- **dan{stop}**

Hieronder vind je een lijstje met wiskundige symbolen die je bij het modelleren kan gebruiken:

Vermenigvuldigen	*
Delen	/
Macht	^
Wortel	sqrt

INSTRUCTIEVIDEO MODELLEREN

TESTVERSIE

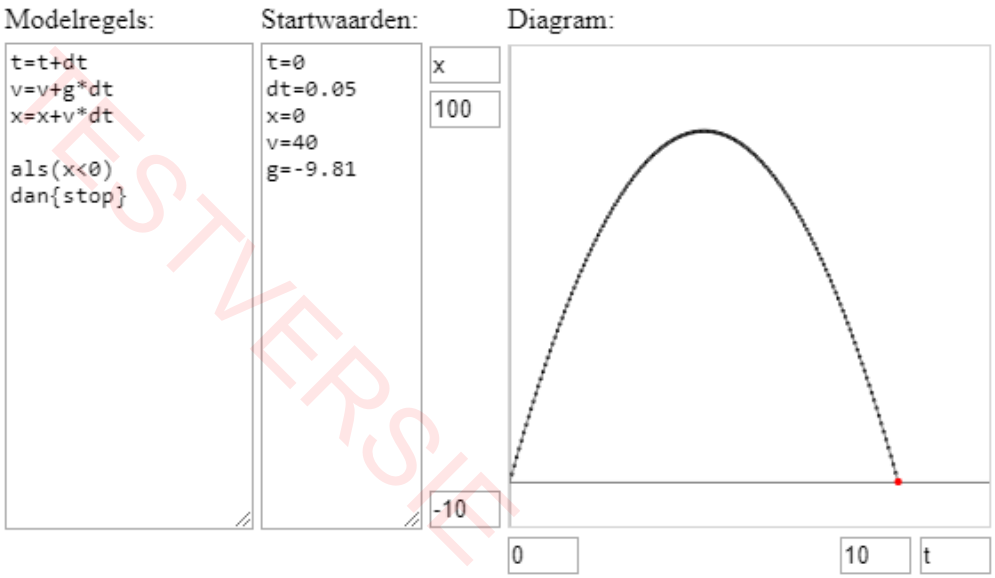
Zorg dat je de basisoperaties van modelleren beheerst

1. (1p) Beschrijf wat de modelregel “t=t+dt” betekent.
2. (1p) Een persoon heeft 150 euro op de bank en krijgt een jaarlijkse rente van 2,1%. Maak een model waarmee een grafiek gemaakt kan worden waarmee de hoeveelheid geld wordt uitgezet tegen de tijd.
3. Een bacteriekolonie neemt bij aanwezigheid van genoeg voedsel en ruimte elke dag met 20% toe. Een bepaalde bacteriekolonie kan niet boven de 1,0 miljoen bacteriën uitgroeien.
   a. (3p) Maak een model waarmee een grafiek gemaakt kan worden waarmee je de groei van deze kolonie tegen de tijd uitzet. Zorg ervoor dat de grafiek stopt als de 1,0 miljoen bacteriën bereikt is.
   b. (2p) Leg uit waarom je het “>”-teken moest gebruiken in de als-dan-stelling en niet gewoon het “=”-teken.
4. (4p) Met een thermostaat wordt de temperatuur in een woonkamer gemeten. Deze thermostaat bepaalt dan op basis van een ingestelde temperatuur of de verwarming aan- of uitgezet moet worden. Als de bewoner de verwarming aanzet is het 15 graden Celsius. Als de verwarming aan staat, neemt de temperatuur in de kamer 0,4 graden Celsius per uur toe. Als de verwarming uit staat, neemt de temperatuur 0,2 graden Celsius af. De bewoner heeft de temperatuur op 21 graden Celsius ingesteld. Dat wil zeggen dat de thermostaat de verwarming uitzet als deze boven de 21 graden komt. Als de temperatuur dan weer onder de 21 graden komt, dan wordt de verwarming weer aangezet. Maak dit model.
5. (3p) Een radioactieve bron bevat 100 radioactieve deeltjes. Elke dag vervalt 5 procent van deze deeltjes door het uitzenden van straling. Maak een model waarbij je de overgebleven deeltjes uitzet tegen de tijd.
6. (4p) Een radioactieve bron bevat wederom 100 radioactieve deeltjes (n1). Elke dag vervalt 5,0 procent van deze deeltjes door het uitzenden van straling. Elke keer dat een deeltje vervalt, ontstaat er echter ook een ander radioactief deeltje (n2). Deze deeltjes zijn op tijdstip t = 0 nog niet aanwezig. Elke dag vervalt slechts 1,0 procent van deze deeltjes. Maak een model waarbij je de hoeveelheid deeltjes n2 uitzet tegen de tijd.

§2 De vrije val

In deze paragraaf bestuderen we een model waarmee we een vrije val kunnen beschrijven.

Hieronder zien we het model van een steen die we met een snelheid van 40 m/s omhoogschieten vanaf hoogte x = 0 m. We verwaarlozen de wrijvingskrachten en spreken daarom van een vrije val:



TESTVERSIE

Laten we eerst naar de startwaarden kijken. De hoogte x zetten we aan het begin op 0. De snelheid zetten we aan het begin op 40. De versnelling van een voorwerp dat een vrije val ondergaat is gelijk aan de valversnelling g = -9,81 m/s^2. Het minteken geeft hier aan dat de versnelling naar beneden gericht is.

Nu de modelregels. De eerste drie regels zijn:

- **t = t + dt**
- **v = v + g*dt**
- **x = x + v*dt**

Met de tweede regel wordt elk tijdstapje de nieuwe snelheid van de steen berekend. Hoe komen we aan deze formule? Voor een vrije val geldt:

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dit kunnen we herschrijven tot:

$$\Delta v = g \times \Delta t$$

Δv staat voor de **toename van de snelheid** tijdens het tijdstapje Δt. Om de nieuwe snelheid uit te rekenen hebben we daarom de volgende regel nodig:

- **v = v + dv**

In woorden staat hier:

- De **nieuwe snelheid v** wordt gelijk aan de **huidige snelheid v** plus de **toename van de snelheid dv** .

Omdat dv = g*dt, wordt de regel:

- **v = v + g*dt**

Bij de modelregel **x = x + v*dt** gebeurt iets soortgelijks. Hier maken we gebruik van:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dit schrijven we om tot:

$$\Delta x = v \times \Delta t$$

Δx staat voor de verplaatsing van de steen tijdens het tijdstapje Δt. Om de nieuwe hoogte uit te rekenen hebben we daarom de volgende regel nodig:

- **x = x + dx**

In woorden staat hier:

- De **nieuwe hoogte x** wordt gelijk aan de **huidige hoogte x** plus de **toename van de hoogte dx** .

Omdat dx = v*dt, wordt de regel:

- **x = x + v*dt**

TESTVERSIE

In dit model hebben we ook nog een als-dan-stelling toegevoegd:

- **als(x < 0)**
- **dan{stop}**

Deze stelling zorgt ervoor dat de grafiek stopt als de steen de grond raakt. Het voorwerp raakt de grond als **x = 0**, maar we hebben hier toch gekozen voor de modelregel **x < 0**. Dit komt omdat het programma rekent in tijdstapjes van grootte dt en het dus mogelijk is dat de grafiek de tijd-as passeert zonder dat x ooit precies nul wordt.

INSTRUCTIEVIDEO DE VRIJE VAL

Zorg dat je de vrije val kan modelleren

1. (4p) Leid de modelregels "v = v + a*dt" en 'x = x + v*dt" af. Licht de denkstappen zo nodig ook in woorden toe.
2. Een steen valt van een hoogte van 5000 meter vanuit stilstand naar beneden.
   a. (4p) Maak een model van deze beweging. Zorg dat het model rekent in tijdstapjes dt = 5 en zorg dat het model stopt als de steen de grond raakt. Verwaarloos de wrijvingskracht.
   b. (1p) De grafiek is nu niet erg nauwkeurig. Verklaar hoe dit komt.
   c. (1p) Kies nu dt = 0,1. Bepaal hiermee op welk tijdstip de steen de grond raakt.
   d. (2p) Leg uit waarom we "x < 0" gebruiken om ervoor te zorgen dat het programma stopt als het voorwerp de grond raakt en niet "x = 0".
3. Een leerling gooit nu een steen omhoog met een snelheid van 15 m/s vanaf hoogte x = 0 m.
   a. (1p) Maak het model en zorg dat de grafiek stopt als het voorwerp de grond raakt.
   b. (3p) We maken nu een kleine aanpassing. De persoon gooit het voorwerp vanaf x = 0 m omhoog en het komt uiteindelijk terecht op een verhoging van 5 meter hoog. Je wilt nu dat het model stopt als de steen op deze verhoging terecht komt.
4. (4p) Maak een model van de beweging van een stuiterbal met een massa van 100 g die vanuit stilstand vanaf een hoogte van 3,0 meter losgelaten wordt. Tijdens de stuiter blijft slechts 80% van de snelheid behouden.
5. (4p) Maak één model waarin je het vallen van een steen op de maan vergelijkt met het vallen van een steen op aarde. We verwaarlozen de wrijvingskracht. Zorg dat de stenen stil komen te liggen op het moment dat ze op de grond terecht komen.

TESTVERSIE

§3 De val met wrijving

In deze paragraaf voegen we de luchtwrijvingskracht toe aan het model van een vallend voorwerp.

In het onderstaande model laten we een steen vallen vanuit stilstand van een hoogte van 100 m. De steen heeft een massa van 1 kg, een frontaal oppervlak van 0,5 m^2 en een wrijvingscoëfficiënt van 0,1. De dichtheid van de lucht maken we 1 kg/m^3. Merk op dat de snelheid in de grafiek eerst toeneemt, maar uiteindelijk constant wordt. Dit is natuurlijk precies wat we verwachten bij een val met luchtwrijvingskracht.

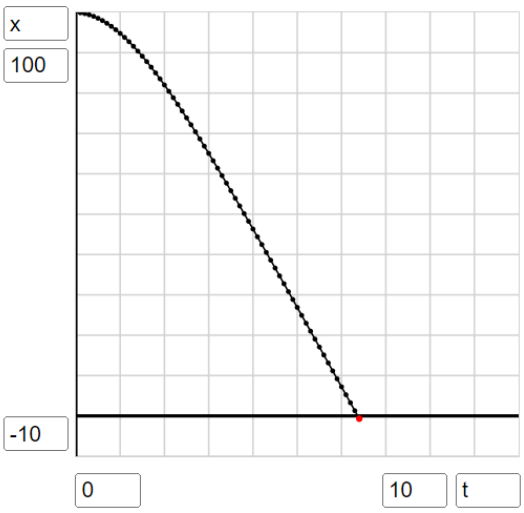
Modelregels:

```
t=t+dt
Fz=m*g
Fw=0.5*cw*rho*A*v^2

Fres=Fw+Fz
a=Fres/m
v=v+a*dt
x=x+v*dt

als(x<0)
dan{stop}
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
x=100
v=0
cw=0.1
A=0.5
rho=1
m=1
g=-9.81
```

Diagram:



Laten we de modelregels stap voor stap doornemen. In de tweede en de derde regel wordt de zwaartekracht en de wrijvingskracht gedefinieerd. Deze formules kunnen we vinden in hoofdstuk “Kracht”. Bij modelleren maken we krachten die **naar boven** of **naar rechts** werken **positief** en krachten die **naar beneden** of **naar links** werken **negatief**. Omdat de zwaartekracht naar beneden werkt, moet deze dus negatief zijn. Hier wordt al automatisch aan voldaan, omdat we de valversnelling g negatief hebben gemaakt. De wrijvingskracht werkt tijdens het vallen omhoog (tegen de bewegingsrichting in) en moet dus positief zijn.

Met de individuele krachten kunnen we dan de **resulterende kracht** vinden. Omdat we al rekening gehouden hebben met de richting van de krachten, kunnen we hier de individuele krachten gewoon bij elkaar optellen:

- **Fres = Fw + Fz**

Nu we de resulterende kracht hebben kunnen we de **tweede wet van Newton** gebruiken om de versnelling van de steen te berekenen:

- **a = Fres/m**

Met de versnelling kunnen we dan de nieuwe snelheid vinden en met de nieuwe snelheid kunnen we de nieuwe hoogte vinden op de gebruikelijke manier (zie de vorige paragraaf):

- **v = v + a*dt**
- **x = x + v*dt**

Bij het maken van dit model hebben we de volgende stappen doorlopen:

- Bereken de individuele krachten
- Bereken de resulterende kracht
- Bereken de versnelling
- Bereken de nieuwe snelheid
- Bereken de nieuwe positie

TESTVERSIE

De volgorde van deze stappen is van groot belang. De individuele krachten kunnen we direct uitrekenen met behulp van de startwaarden. Pas nadat we deze krachten hebben gedefinieerd, kunnen we de resulterende kracht berekenen. Pas daarna kunnen we met de tweede wet de versnelling berekenen etc.

Hieronder is het model uitgebreid om ook het omhooggooien van een voorwerp te kunnen beschrijven. Hier is het resultaat:

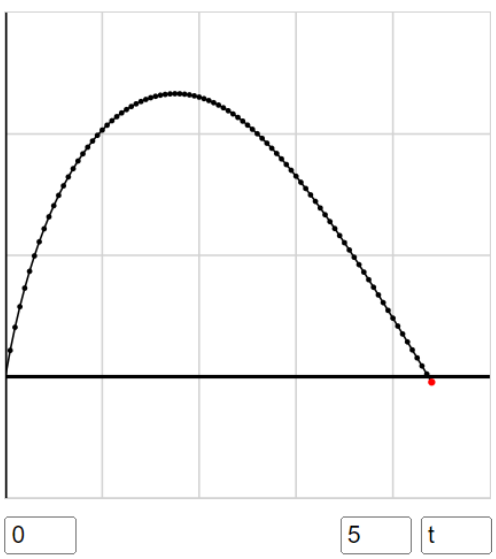
Modelregels:

```
t=t+dt
Fz=m*g
Fw=0.5*cw*p*A*v^2

als(v>0)
dan{Fw=-Fw}

Fres=Fw+Fz
a=Fres/m
v=v+a*dt
x=x+v*dt

als(x<0)
dan{stop}
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.05
x=0
v=50
cw=0.2
A=0.5
p=1
m=1
g=-9.81
```

Diagram:



We hebben hier de volgende modelregels toegevoegd:

- **als(v > 0)**
- **dan{Fw = -Fw}**

Om deze regels te begrijpen moeten we nadenken over de richting van de wrijvingskracht tijdens de beweging. De luchtwrijvingskracht wijst altijd tegen de bewegingsrichting in. Als het voorwerp **omhoog** gaat, dan is de snelheid dus **positief** en als gevolg is de wrijvingskracht **negatief** (naar beneden). Als het voorwerp **omlaag** gaat, dan is de snelheid **negatief** en als gevolg is de wrijvingskracht **positief** (omhoog). Dit is precies wat we in de bovenstaande modelregels hebben gedaan. Als de snelheid positief is, dan wordt de wrijvingskracht negatief.

INSTRUCTIEVIDEO WRIJVINGSKRACHT

Zorg dat je de valbeweging met luchtwrijvingskracht kan modelleren

1. (4p) Een parachutespringer met een massa van 70 kg springt vanuit stilstand van een hoogte van 2000 m. Op 800 meter hoogte wordt de parachute geopend. Zijn frontaal oppervlak neemt dan toe van 0,75 naar 4,8 m^2 en zijn wrijvingscoëfficiënt neemt toe van 0,8 naar 0,9. Maak een model van deze sprong.

2. Een paar jaar geleden lukte het Felix Baumgartner om sneller te vallen dan de geluidsnelheid. Hij deed dit door te springen van een hoogte van 37 km. De massa van Baumgartner en zijn bepakking was 120 kg. Hij opende zijn parachute op een hoogte van 1500 m. Zijn frontaal oppervlak nam hierdoor toe van 0,75 naar 4,8 m^2 en zijn wrijvingscoëfficiënt nam toe van 0,5 naar 0,6. De dichtheid van de lucht hangt als volgt af van de hoogte:

$$\rho_{lucht} = 1,29 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{5500}}$$

   a. (5p) Maak een model van deze sprong.

   b. (2p) Ga na dat de maximumsnelheid inderdaad groter is dan de geluidsnelheid.

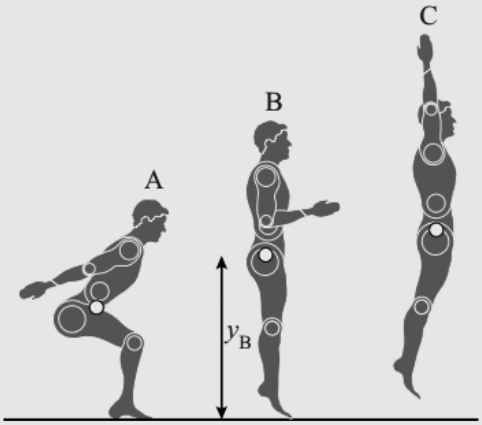
TEST VERSIE

3. (3p) Een voorwerp met een massa van 1 kg wordt met 100 m/s vanaf de grond omhoog geschoten. het frontaal oppervlak van het voorwerp is 0,1 m^2 en de wrijvingscoëfficiënt is gelijk aan 0,5. De dichtheid van de lucht is 1 kg/m^3. Maak een model van deze beweging.

4. (3p) Een sprong bestaat uit een afzet en een beweging los van de grond. Drie momenten van een sprong staan hieronder weergegeven. In positie A is de springer maximaal door zijn knieën gezakt. Dit noemen we het begin van de sprong. In positie B komt de springer los van de grond. In positie C bevindt de springer zich in het hoogste punt. De grootte van de afzetkracht is:

$$F_{afzet} = C(y_B - y)$$

Hierin is C een constante, y de hoogte van het zwaartepunt boven de grond en y_B de hoogte van het zwaartepunt op het moment dat de springer loskomt van de grond. Maak het onderstaande model af zodat de afzetkracht voor alle waarden van y correct wordt beschreven en het model op het hoogste punt stopt.



model	startwaarden (in SI-eenheden)
Fz =-m * g	t = 0
als (y.....) dan	dt = 0,001
Fafzet = C * (yB - y)	
anders	y = 0,68
.....	v = 0
eindals	m = 85
Fres = Fafzet + Fz	g = 9,81
a = Fres / m	C = 8600
v = v + a * dt	yB = 1,12
y = y + v * dt	
t = t + dt	
als (.....) dan stop	
eindals	

(bron: examen VWO 2015-1)

5. (3p) In april 2004 werd de Sojoez gelanceerd met de Nederlandse astronaut André Kuipers aan boord. De Sojoez bestaat uit een drietrapsraket en een personencapsule. De eerste trap wordt afgestoten na 120 seconde. Onderstaand computermodel simuleert de verticale beweging van de Sojoez gedurende deze eerste periode. Alle grootheden in het model zijn uitgedrukt in standaardeenheden.

	Model	Startwaarden	
1	dm = k * dt	k = 2125	'brandstofverbruik
2	mb = mb – dm	mb = 255000	'massa brandstof
3	ALS mb <= 0 DAN stop EINDALS	mr = 170000	'massa raket
4	m = mr + mc + mb	mc = 7500	'massa capsule
5	Fz = m * g	g = 9,81	'gravitatieversnelling
6	Fstuw = c * k	c = 3000	'stuwfactor
7	Fres = Fstuw – Fz	v = 0	
8	a = Fres / m	dt = 0,1	
9	v = v + a * dt	t = 0	
10	t = t + dt		

Beredeneer aan de hand van de modelregels of de versnelling van de Sojoez volgens dit model gedurende de eerste 120 s toeneemt, afneemt of gelijk blijft.
(bron: examen VWO 2006-2)

TEST VERSIE

§4 De worp

In deze paragraaf gaan we een model maken van een voorwerp dat we onder een hoek wegschieten.

In het onderstaande model wordt een worp van een steen beschreven. Voor het gemak is de wrijvingskracht verwaarloosd. Bij de startwaarden kan je zien dat de steen met een snelheid v van 8 m/s is weggeschoten onder een hoek h van 45 graden.

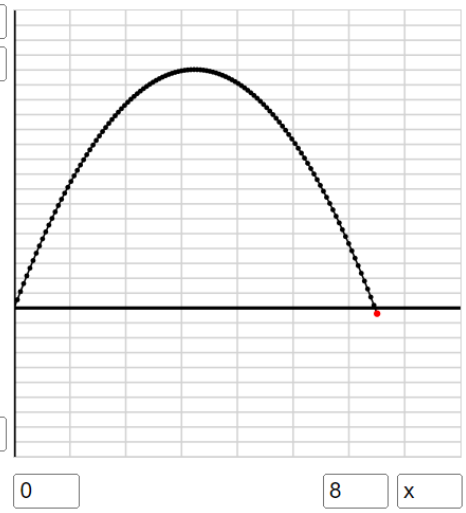
Modelregels:

```
t=t+dt
vy=vy+g*dt
x=x+vx*dt
y=y+vy*dt

als(y<0)
dan{stop}
```

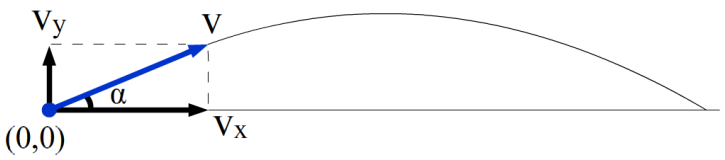
Startwaarden:

```
t=0
dt=0.01
x=0
y=0
h=45
v=8
vx=v*cos(h)
vy=v*sin(h)
g=-9.81
```

Diagram:



Bij de startwaarden hebben we de **beginsnelheid** opgedeeld in een **horizontale component** (**v_x**) en een **verticale component** (**v_y**). Deze componenten zijn in de rechter afbeelding te zien en ze zijn te berekenen met de sinus en de cosinus:



$$\cos\alpha = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{v_x}{v}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{v_y}{v}$$

Deze formules kunnen we omschrijven tot:

- **vx = v*cos(h)**
- **vy = v*sin(h)**

De zwaartekracht werkt alleen in de y-richting. De **snelheid in de x-richting** zal dus tijdens de beweging **niet veranderen** (zie het demonstratiefilmpje met de onderstaande QR-code). We hebben dus alleen een modelregel nodig om v_y elk tijdstapje aan te passen. Dit doen we op de gebruikelijke manier (zie paragraaf 2):

- **vy = vy + g*dt**

De positie verandert natuurlijk wel in zowel de x- als de y-richting:

- **x = x + vx*dt**
- **y = y + vy*dt**

EXPERIMENT DE WORP

INSTRUCTIEVIDEO DE WORP

TESTVERSIE

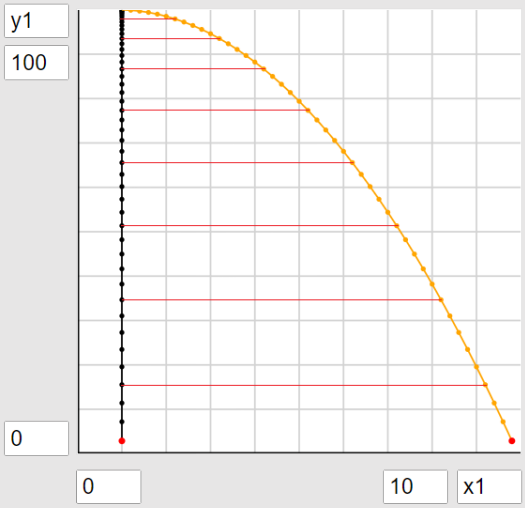
Zorg dat je een worp onder een hoek zonder wrijvingskracht kan modelleren

1. In deze opdracht gaan we verschillende valbewegingen vergelijken.

   a. (3p) Maak een (x,y)-diagram van een bal die vanuit stilstand naar beneden valt van een hoogte van y = 100 m Zorg dat het model stopt als de bal de grond raakt.

   b. (3p) Voeg aan het model een bal toe die wordt losgelaten met een snelheid van 2 m/s naar rechts (druk op “add graph” om een tweede grafiek toe te voegen. Het is handig om voor de eerste bal x, y, vx en vy te gebruiken en voor de tweede bal x2, y2, vx2 en vy2).

   c. (1p) Het resultaat van deze twee valbewegingen is hieronder weergegeven:



   Elke halve seconde is een lijn getekend tussen de positie van de ene bal en de positie van de andere bal. Zoals je kan zien bevinden de ballen zich telkens op dezelfde hoogte. Geef hiervoor een natuurkundige verklaring.

   d. (1p) Leg uit of de horizontale snelheidscomponent (v_x) tijdens de beweging groter wordt, gelijk blijft of kleiner wordt.

2. In deze opdracht gaan we een model maken van een bal die onder een hoek wordt weggeschoten.

   a. (3p) Maak met een model een (x,y)-diagram van een bal die onder een hoek van 60 graden met een snelheid van 80 m/s wordt weggeschoten. Je mag de luchtwrijvingskracht verwaarlozen. Zorg dat het model stopt als de bal de grond raakt.

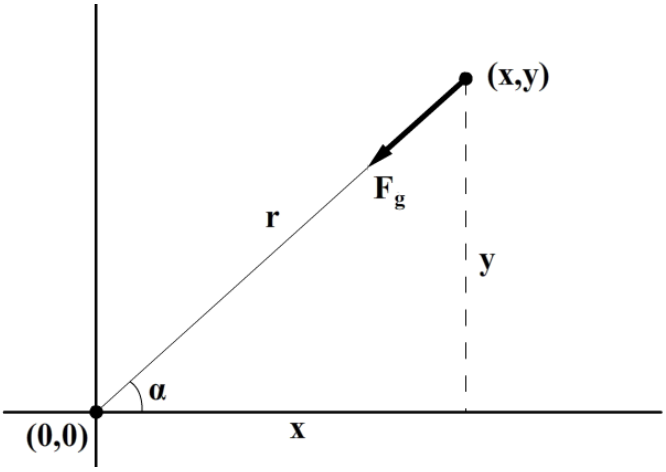
   b. (1p) Pas het model aan zodat deze nu stopt op het moment dat de bal zich op zijn hoogste punt bevindt.

§5 De gravitatiekracht modelleren

In deze paragraaf gaan we een model maken van objecten in een baan om een hemellichaam.

Het onderstaande model beschrijft de beweging van een planeet om een ster. We gebruiken hiervoor een (x,y)-diagram, waarbij we de ster op positie (0,0) plaatsen. De beginpositie van de planeet noemen we (x,y). De afstand van de ster tot de planeet noemen we r. We kunnen r berekenen met de stelling van Pythagoras:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



TESTVERSIE

De formule voor de gravitatiekracht is geïntroduceerd in het hoofdstuk “Gravitatie”. Deze kracht wordt gegeven door:

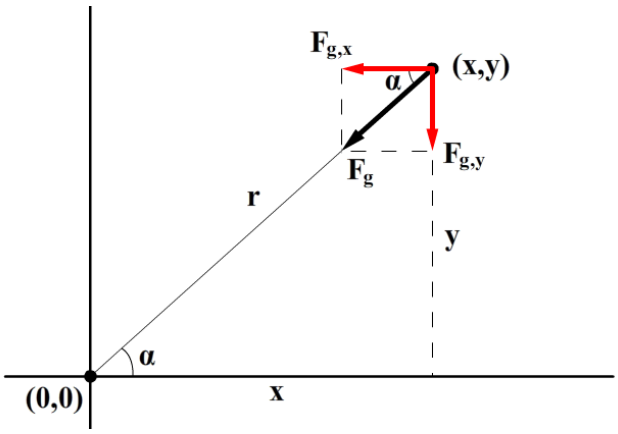
$$F_g = \frac{GMm}{r^2}$$

Voor dit model willen we deze kracht opdelen in een x- en een y-component (zie de rechter afbeelding). Dit kunnen we doen met behulp van de sinus en de cosinus:

$$F_{g,x} = -F_g \cos\alpha$$

$$F_{g,y} = -F_g \sin\alpha$$

De mintekens zijn toegevoegd omdat de componenten naar links en naar beneden wijzen.



In de rechter afbeelding kunnen we ook zien dat sin(α) = y/r en cos(α) = x/r. We kunnen hiermee de vorige twee formules herschrijven tot:

$$F_{g,x} = -F_g \frac{x}{r}$$

$$F_{g,y} = -F_g \frac{y}{r}$$

Met de tweede wet van Newton kunnen we nu voor beide componenten de versnelling uitrekenen:

$$a_x = \frac{F_{g,x}}{m} \qquad a_y = \frac{F_{g,y}}{m}$$

Met deze componenten van de versnelling kunnen we de nieuwe snelheid en positie van de planeet uitrekenen. Het volledige model staat hieronder gegeven:

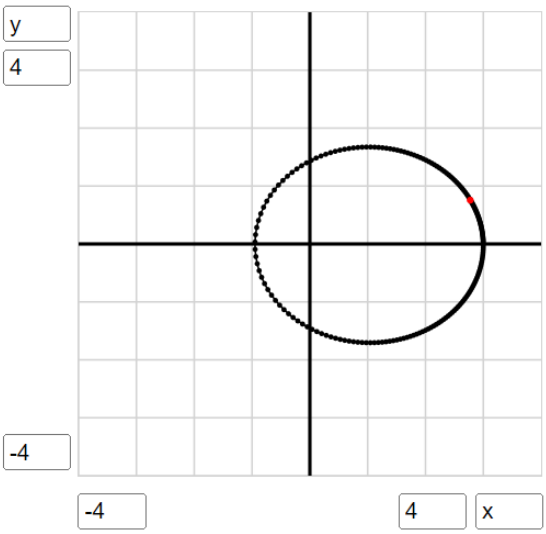
Modelregels:

```
t=t+dt
r=sqrt(x^2+y^2)
Fg=M*m*G/r^2
Fgx=-Fg*x/r
Fgy=-Fg*y/r

ax=Fgx/m
ay=Fgy/m
vx=vx+ax*dt
vy=vy+ay*dt
x=x+vx*dt
y=y+vy*dt
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.1
x=3
y=0
m=1
M=1
G=1
vx=0
vy=0.4
```

Diagram:



INSTRUCTIEVIDEO GRAVITATIEKRACHT

Zoals je in het model kan zien, maakt de planeet een **ellipsbaan** om de ster. De planeten in ons zonnestelsel bewegen ook in ellipsbanen om de zon. In het hoofdstuk “Gravitatie” hebben we telkens aangenomen dat deze beweging bij benadering gelijk is aan een cirkelbaan.

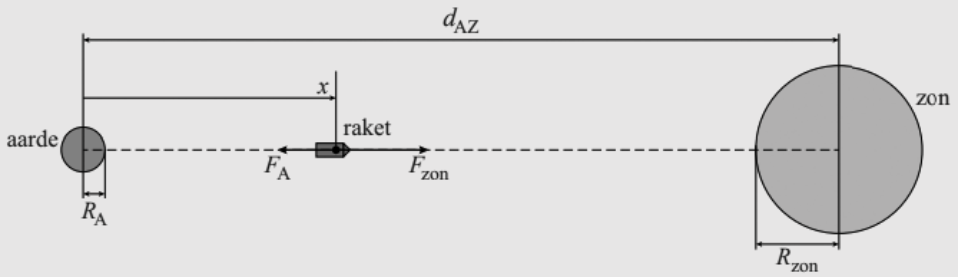
TESTVERSIE

Zorg dat je de gravitatiekracht kan modelleren

1. (6p) Maak een model van een komeet in zijn baan om de zon. Kies voor het gemak G = 1, M = 1, m = 1 en gebruik kleine afstanden en snelheden. Laat zien dat je de komeet zowel in een ellipsbaan als in een hyperboolbaan kan laten bewegen.

2. (EXTRA) In het vorige model hebben we aangenomen dat de massa van de zon veel groter is dan die van de komeet en dat de zon daardoor stil staat. In het universum komt het echter ook vaak voor dat twee objecten met vergelijkbare massa om elkaar heen bewegen. Een voorbeeld hiervan is een dubbelster. Maak een model van een dubbelster.

3. Om meer te weten te komen over de zon lanceren wetenschappers onderzoeksraketten die zo dicht mogelijk bij de zon komen. Rond 1950 gingen de eerste onderzoeksraketten (ongeveer) in een rechte lijn naar de zon zoals weergegeven in de onderstaande afbeelding:



Met een rekenkundig model kan men uitzoeken hoelang zo'n rechtstreekse reis duurt.

model	startwaarden eenheden in SI
FA = G*MA*m/x^2	G = 6,67E-11
Fzon = ...	RA = ...
Fres = ...	Rzon = 6,96E8
a = Fres/m	dAZ = 150E9
x = x + v*dt	MA = 5,97E24
v = v + a*dt	Mzon = 1,989E30
t = t + dt	t = 0
tdag = t/(3600*24)	dt = 10
Als x >	v = 12E3
Dan stop	x = RA
Eindals	m = 1E3

a. (1p) De startwaarde van de snelheid v in dit model is niet gelijk aan nul. Leg uit waarom deze startwaarde in deze situatie niet gelijk aan nul kan zijn.

b. (1p) Geef de waarde van RA.

c. (3p) Vul de modelregels voor Fzon en Fres aan.

d. (2p) Vul de stopvoorwaarde aan.
(bron: examen VWO 2013-pilot)

TESTVERSIE

§6 Oefentoets

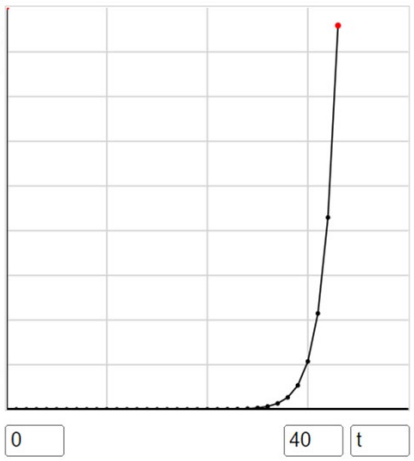
Een virus

De snelheid waarmee een virus verspreidt, hangt af van het zogenaamde reproductiegetal (R). Dit getal staat voor het gemiddeld aantal mensen aan wie een besmet persoon het virus doorgeeft. In het onderstaande model beginnen we met één besmet persoon (N=1) en kijken we hoe snel het virus zich verspreid.

Startwaarden:

```
t=0
dt=1
N=1
R=2
Nmax=8*10^9
```

Diagram:



1 (1p) Voeg de modelregels toe zodat het virus zich verspreid met een reproductiegetal van 2. Ga ervan uit dat het virus elke tijdstap dt wordt overgedragen naar de volgende generatie en dat de vorige generatie het virus dan al kwijt is.

2 (1p) Voeg de modelregels toe die ervoor zorgen dat het model stopt als de hele wereldbevolking (8 miljard mensen) besmet is.

3 (2p) Als de helft van de mensheid besmet is, worden er maatregelen getroffen waardoor de verspreiding van het virus wordt tegengegaan. Het reproductiegetal daalt hierdoor naar 1. Voeg dit toe in het model en schets hoe je verwacht dat de grafiek eruit zal zien.

De auto

Een speelgoedauto met een massa van 1,0 kg versnelt vanaf stilstand met een motorkracht van 10 N. De auto heeft in totaal 40 joule aan motorenergie en besteedt elk tijdstapje 2 joule. Als de energie op is, dan valt de motor uit en rolt de auto uit totdat deze stil staat.

Modelregels:

```
t=t+dt

Fres= .....
a=Fres/m
v=v+a*dt

als( ..... )
dan{
  Fw=0
  v=0
}

x=x+v*dt

E= .....
als(E<0)
dan{Fm=0}
```

Startwaarden:

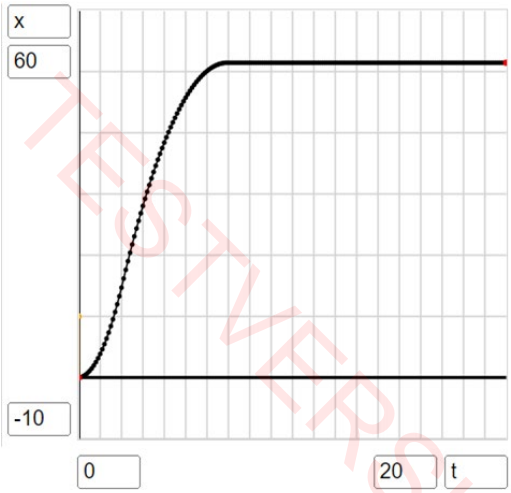
```
t=0
dt=0.1
x=0
v=0

Fm=10
m=1
Fw=3

E=40
dE=2
```

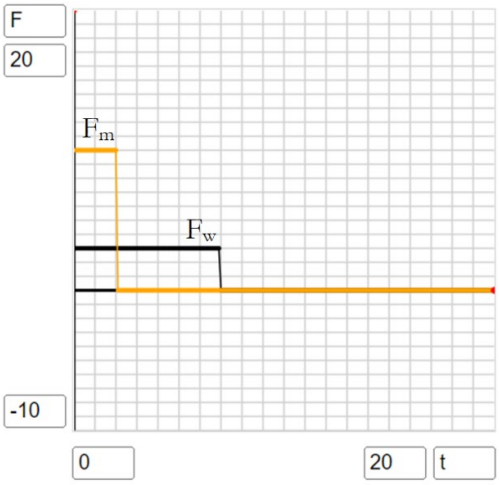
4 (1p) Vul in het model de regel voor de resulterende kracht aan.

5 (2p) Vul de als-dan-stelling aan en leg uit waarom deze stelling nodig is om het model werkende te krijgen.

6 (1p) Vul het model aan zodat de motorkracht uitvalt als de energie op is.

In de onderstaande linker afbeelding zien we het (x,t)-diagram van de beweging en rechts is te zien hoe de motorkracht en de wrijvingskracht veranderen in de tijd.





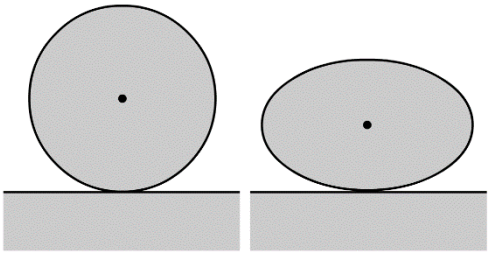
TESTVERSIE

7 (1p) In het rechter diagram kan je zien dat de motorkracht uitvalt rond t = 2 s. Leg uit hoe je met het (x,t)-diagram tot dezelfde conclusie kan komen.

8 (2p) Teken in het rechter diagram de grafiek voor de resulterende kracht.

De stuiterbal

In het hoofdstuk hebben we een model gemaakt van een stuiterbal. We gebruikte hier dat de snelheid van de bal plotseling van richting verandert op het moment dat het de grond raakt. Wat er in werkelijkheid gebeurt, is dat de stuiterbal vervormt als deze de grond raakt (zie de rechter afbeelding). Als gevolg hiervan ontstaat er een veerkracht in de stuiterbal. Het is deze kracht die de bal uiteindelijk weer omhoog doet schieten.



De veerconstante van een stuiterbal met diameter L die van hoogte h naar beneden valt, wordt gegeven door:

$$C = \frac{8mgh}{L^2}$$

9 (3p) Laat met een eenhedenbeschouwing zien dat de eenheid van de veerconstante gelijk is aan newton per meter.

Hieronder is het bijbehorende model weergegeven. x is in dit model de hoogte van het zwaartepunt van de bal ten opzichte van het laagste punt dat dit zwaartepunt tijdens de stuiter zal bereiken.

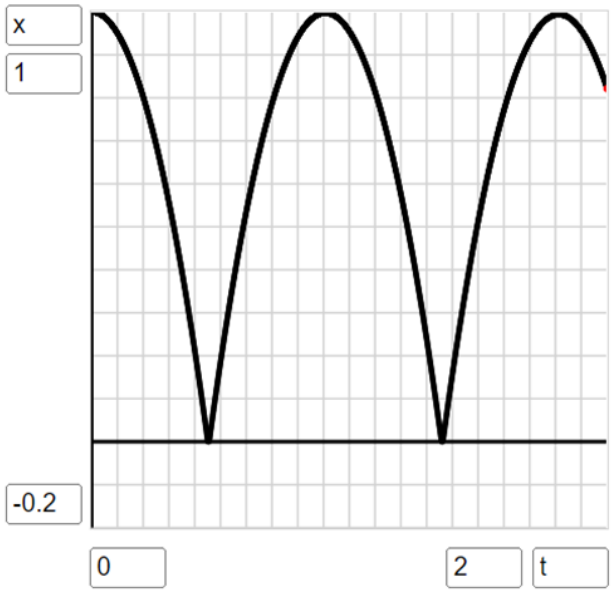
Modelregels:

```
t=t+dt
Fz=-m*g

als(...... )
dan{ ................. }
anders{Fveer=0}

Fres=Fveer+Fz
a=Fres/m
v=v+a*dt
x=x+v*dt
```

Startwaarden:

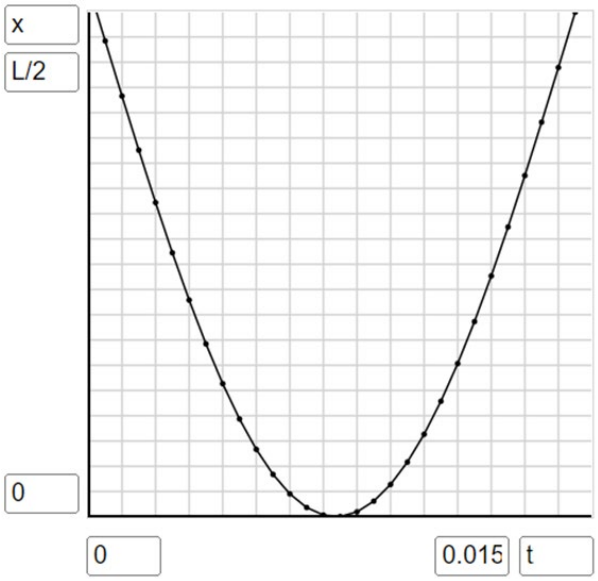
```
t=0
dt=0.001
x=1
v=0
m=1
g=9.81
L=0.04
C=8*m*g*x/L^2
```

Diagram:



10 (4p) In het model is een als-dan-stelling te vinden, waarmee de veerkracht wordt beschreven. Vul deze stelling aan. Denk hierbij goed na wanneer de veerkracht begint te werken en hoe de uitwijking van de stuiterbal beschreven kan worden in het model. Leg je keuze uit.

11 (1p) In de rechter afbeelding is ingezoomd op de periode dat de stuiterbal contact maakt met de grond. Voeg een modelregel toe waardoor het model stopt op het moment dat de bal zijn laagste punt bereikt.



TESTVERSIE

Hoofdstuk 7
Elektriciteit

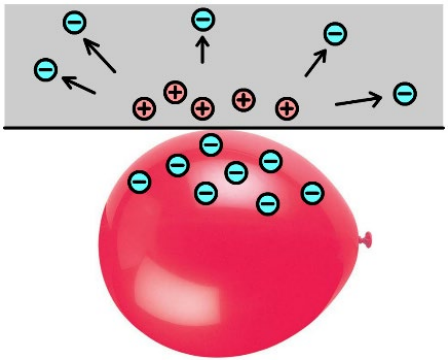
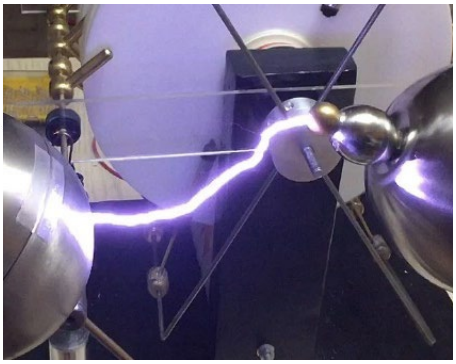
§1 Lading

In dit hoofdstuk gaan we elektriciteit bestuderen. Omdat elektriciteit bestaat uit bewegende ladingen, gaan we in de eerste paragraaf eerst kijken naar het begrip lading. Dit doen we aan de hand van de begrippen stroomsterkte en spanning. Ook gaan we elektrische schakelingen bestuderen en introduceren we een aantal onderdelen, zoals de NTC en de LED.

Alle materie in het universum bestaat uit bolvormige deeltjes die we **atomen** noemen. Atomen bestaan op hun beurt uit nog kleinere deeltjes. In de atoomkern bevinden zich deeltjes met een **positieve lading** genaamd **protonen**. Deze protonen zijn relatief zwaar en zitten stevig vast in de atoomkern. Om de atoomkern heen bewegen een aantal deeltjes met een **negatieve lading** genaamd **elektronen**. Deze deeltjes zijn relatief licht en bewegen met enorme snelheid om de atoomkern. Het zijn deze negatieve ladingen die zorgen voor **elektriciteit**.

De positieve en de negatieve ladingen hebben de bijzondere eigenschap dat ze elkaar **aantrekken**. Daarnaast is het zo dat ladingen van dezelfde soort elkaar **afstoten**. Deze effecten zien we bijvoorbeeld als we een ballon tegen een trui wrijven. Door de wrijvingskracht komen elektronen van atomen uit de trui op de ballon te zitten. Als we deze ballon daarna tegen het plafond houden, dan blijft deze “plakken” (zie de linker onderstaande afbeelding). Dit komt doordat de negatieve ladingen in de ballon, de negatieve ladingen in het plafond wegduwen (zie de middelste afbeelding). Als gevolg blijft er netto een positieve lading achter in het plafond. De ballon wordt op zijn plek gehouden door de aantrekkingskracht tussen deze positieve ladingen en de negatieve ladingen in de ballon. We spreken bij dit soort fenomenen van **statische elektriciteit**. Als een voorwerp een groot overschot aan positieve ladingen heeft en een ander voorwerp een groot overschot aan negatieve ladingen, dan kan de aantrekkingskracht tussen deze ladingen zo groot worden dat de negatieve ladingen overspringen naar de positieve ladingen. We zien dan een “vonk” overspringen (zie de rechter afbeelding). Het zijn hier de negatieve elektronen die de sprong maken en niet de veel zwaardere positieve protonen.

EXPERIMENT STATISCHE ELEKTRICITEIT

(Afbeelding: Danny Nicholson; CC BY-ND 2.0 / … / Moses Nachman Newman; CC BY 4.0)

De SI-eenheid van de **hoeveelheid lading** (**Q**) is de **coulomb** (**C**). Er geldt dus:

$$[Q] = \mathrm{C}$$

De lading van één elektron is erg klein en is te vinden in BINAS:

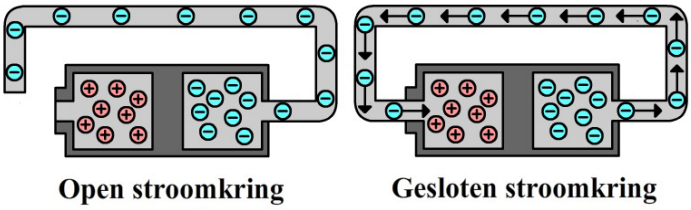
$$e = -1,602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Met een verhoudingstabel kunnen we uitrekenen hoeveel elektronen samen één coulomb aan lading vormen:

1 elektron	6,241× 10^{18} elektronen
-1,602 × 10^{-19}C	-1,000 C

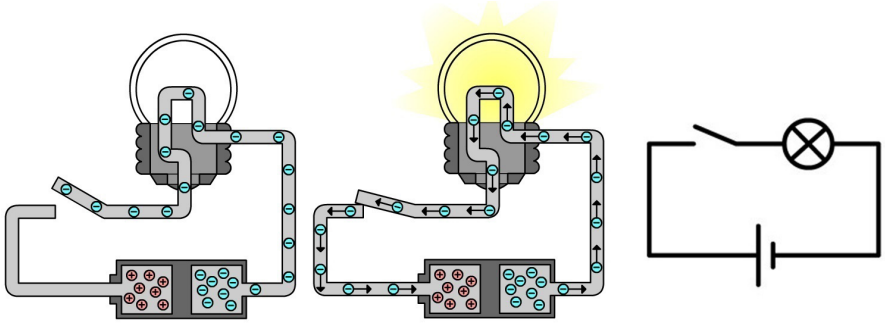
TESTVERSIE

Als we elektriciteit willen opwekken, dan hebben we in ieder geval een **spanningsbron** nodig. Een spanningsbron is een voorwerp waarvan één onderdeel een overschot aan negatieve ladingen bevat (de **minpool**) en een ander onderdeel een overschot aan positieve ladingen bevat (de **pluspool**). Voorbeelden van spanningsbronnen zijn de batterij, het stopcontact en de dynamo. Als we de twee polen met elkaar verbinden, dan spreken we van een **gesloten stroomkring**. Als gevolg gaan de negatieve ladingen naar de pluspool stromen. Het **bewegen van deze ladingen** noemen we **elektriciteit**.



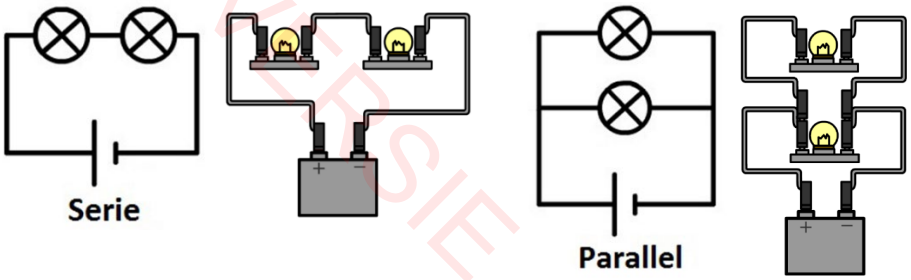
Het zijn alleen de negatieve elektronen die door de elektriciteitsdraden stromen van de min naar de plus. De positieve ladingen zitten immers goed vast in de atoomkernen. Toch zeggen we (helaas) dat de **stroom van plus naar min stroomt**, terwijl dus in werkelijkheid de elektronen precies de andere kant op bewegen! Deze onhandigheid stamt nog uit de tijd voordat elektronen ontdekt waren.

In de onderstaande afbeelding is aan de stroomkring ook een **gloeilamp** en een **schakelaar** toegevoegd. Een schakelaar is niet meer dan een klepje, waarmee de stroomkring geopend en gesloten kan worden. Alleen als de schakelaar gesloten is gaan de ladingen van de min- naar de pluspool stromen. Aan de rechterkant zien we ook een schematische weergave van deze schakeling. Zoals je ziet gebruiken we voor de lamp een cirkel met een kruis erin en voor de spanningsbron een korte en een lange streep (de lange streep is de pluspool).



Als de ladingen door de schakeling stromen, dan botsen ze voortdurend tegen de atomen waaruit de schakeling bestaat. In de gloeidraad van een gloeilamp leveren deze botsingen genoeg energie om de draad zo warm te maken dat deze gaat gloeien.

Als we meerdere lampjes op een spanningsbron aansluiten, dan kunnen we dat op verschillende manieren doen. Linksonder zien we de zogenaamde **serieschakeling**. In een serieschakeling zijn alle lampjes in **dezelfde stroomkring** opgenomen. Als we in deze schakeling één lampje losdraaien, dan wordt deze stroomkring verbroken en gaan alle lampjes uit. Rechts zien we de zogenaamde **parallelschakeling**. In een parallelschakeling heeft **elk lampje zijn eigen stroomkring**. Als we in deze schakeling één lampje losdraaien, dan wordt slechts één van de stroomkringen verbroken. De andere lampjes blijven in dat geval gewoon branden. Als er een schakeling wordt gebouwd uit meerdere lampjes en het is niet serie en niet parallel, dan noemen we dit een **gemengde schakeling**.



PROEFVERSIE

Als we elektriciteit willen begrijpen, dan spreekt het voor zich dat we willen weten hoeveel lading er in een bepaalde tijd door de schakeling stroomt. We noemen dit de **stroomsterkte** (**I**). De SI-eenheid van de stroomsterkte is de **ampère** (**A**). Ampère staat voor de hoeveelheid **coulomb** die **per seconde** door een punt in de schakeling stroomt. Er geldt dus:

$$[I] = \mathrm{A} = \mathrm{C/s}$$

We kunnen de stroomsterkte berekenen door de hoeveelheid lading die langs een punt stroomt te delen door de tijdsduur:

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Stroomsterkte (I)	ampère (A)
Lading (Q)	coulomb (C)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

Met de stroomsterkte kunnen we ook uitrekenen hoe lang een batterij meegaat. De totale lading die in een batterij opgeslagen zit noemen we de **capaciteit** (**C**). Hoe snel de batterij leeg is hangt af van deze capaciteit, maar ook van hoeveel lading er per seconde wegstroomt uit de batterij—oftewel van de stroomsterkte. In formuletaal ziet dit er als volgt uit:

$$\Delta t = \frac{C}{I}$$

Tijdsduur dat de batterij mee gaat (Δt)	uur (h)
Capaciteit (C)	ampère-uur (Ah)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)

De negatieve ladingen in de spanningsbron worden naar de pluspool getrokken. Deze aantrekkingskracht geeft ladingen de energie om door de schakeling te stromen. De **spanning** (**U**) die over een spanningsbron staat vertelt ons **hoeveel energie elke coulomb lading** meekrijgt door deze aantrekkingskracht. Deze energie geven de ladingen weer uit als ze door de stroomkring richting de pluspool stromen. De SI-eenheid van de spanning is de **volt** (**V**). Volt staat voor de hoeveelheid energie in **joule** aan energie die door elke **coulomb** aan lading uitgegeven wordt. Er geldt dus:

$$[U] = \mathrm{V} = \mathrm{J/C}$$

We kunnen de spanning berekenen door de verbruikte energie in een onderdeel te delen door de lading die er doorheen is gestroomd:

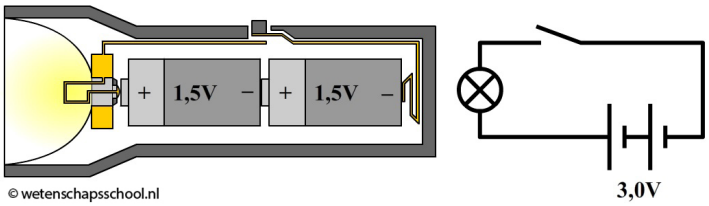
$$U = \frac{\Delta E}{Q}$$

Spanning (U)	volt(V)
Energieverschil (ΔE)	joule (J)
Lading (Q)	coulomb (C)

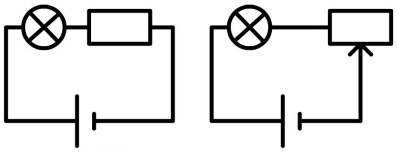
De spanningsbron geeft energie aan de ladingen. Als de spanning over de spanningsbron bijvoorbeeld 20 V is, dan krijgt elke coulomb aan lading dus 20 joule aan energie mee. De meeste spanningsbronnen hebben een **vaste spanning**. Over een stopcontact staat bijvoorbeeld in Nederland altijd **230 V**. We noemen dit ook wel de **netspanning**. Een normale AA-

TESTVERSIE

batterij heeft een spanning van 1,5 V. We kunnen ook spanningsbronnen aan elkaar koppelen. Hieronder zien we bijvoorbeeld twee AA-batterijen die in serie gekoppeld zijn. De totale spanning wordt in dat geval 1,5 + 1,5 = 3,0 V.

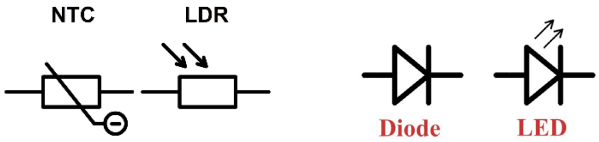


We sluiten deze paragraaf af door nog een paar andere onderdelen te noemen die je in dit hoofdstuk zal tegenkomen. Het rechthoekige symbool in de eerste onderstaande afbeelding wordt een (**vaste**) **weerstand** genoemd. Een **weerstand** wordt o.a. gebruikt om de **stroom** door een draad **te beperken**. Als je een zwak lampje bijvoorbeeld direct op een stopcontact aansluit, dan brandt het meteen door. Dit is te verhelpen door een weerstand in serie te zetten met de lamp. Dit is hieronder links afgebeeld. Naast een vaste weerstand bestaat ook de zogenaamde **variabele weerstand**. De waarde van deze weerstand is handmatig in te stellen. Dit onderdeel wordt bijvoorbeeld gebruikt om een lamp handmatig te dimmen (zie de schakeling rechtsonder).



Een ander veelvoorkomend onderdeel is de **NTC**. De NTC is een weerstand waarvan de waarde afhangt van de temperatuur. Hoe **hoger** de temperatuur, hoe **lager** de weerstand. Een gerelateerd onderdeel is de **PTC**. Hier geldt: hoe **hoger** de temperatuur, hoe **hoger** de weerstand. Deze componenten worden gebruikt als **temperatuursensoren**. Een ander onderdeel is de **LDR**. Dit is een weerstand waarvan de waarde afhangt van de lichtintensiteit die erop valt. Deze component kan bijvoorbeeld gebruikt worden als **lichtsensor**. Hieronder zien we het symbool voor de NTC en de LDR. Deze en vele andere symbolen zijn te vinden in BINAS.

Als laatste onderdeel noemen we de **diode**. Een diode is een onderdeel dat stroom alleen in één richting door laat. Het symbool voor een diode is hieronder weergegeven en lijkt een beetje op een pijltje. Stroom kan alleen worden doorgelaten in de richting van dit pijltje (Let op! Dit betekent dat elektronen juist de andere kant op kunnen stromen). Een lichtgevende diode wordt ook wel een **LED** genoemd.



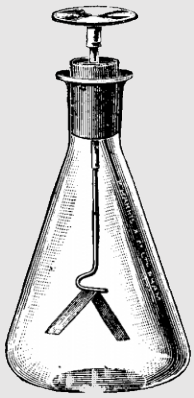
In de opdrachten gaan we toepassingen zien van al deze onderdelen.

EXPERIMENT NTC & LDR

INSTRUCTIEVIDEO LADING

Zorg dat je kan redeneren met lading

1. (2p) Leg uit of de volgende stellingen waar zijn of niet:
   a. In een neutraal voorwerp zitten geen ladingen.
   b. In een positief geladen voorwerp zitten geen negatieve ladingen.
2. Een elektroscoop bestaat uit een glazen fles met daarin een metalen staaf. Aan het einde van de staaf bevinden zich twee strookjes aluminiumfolie (zie de rechter afbeelding).
   a. (1p) Als je de bovenkant van de elektroscoop met een negatief geladen staaf aanraakt, dan gaan de strookjes aluminium uit elkaar. Verklaar dit.
   b. (2p) Verklaar wat er met de aluminium strookjes gebeurt als je de bovenkant met een positief geladen staaf aanraakt.



TESTVERSIE

3. (2p) Als je een negatief geladen ballon naast een straaltje water plaatst, dan gaat het water afbuigen. Leg met behulp van een schematische tekening van ladingen uit waarom het water afbuigt. Gebruik voor de positieve ladingen een “+” en voor de negatieve ladingen een “-“.

4. Een persoon raakt de grote positief geladen metalen bol van een Van der Graaff generator aan en als gevolg gaan haar haren overeind staan.

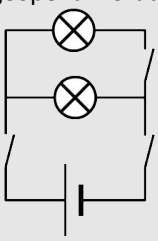
   a. (2p) Leg uit of de elektronen het haar in of uit stromen.

   b. (1p) Leg uit waarom de haren overeind gaan staan.

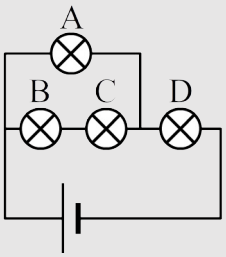
(Afbeelding: Lwilcoxson; CC BY-SA 4.0)

Zorg dat je elektrische schakelingen kan begrijpen en ontwerpen

5. (3p) In de volgende schakeling zijn drie schakelaren opgenomen. Ga voor elke schakelaar na welke lampen uitgaan als deze geopend wordt (en de anderen dicht blijven).



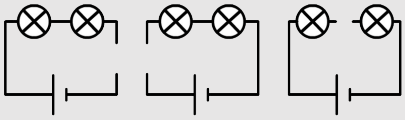
6. In de onderste schakeling zijn vier identieke lampjes opgenomen.



   a. (3p) Ga na welke lampjes nog branden als je telkens één van de lampjes losdraait.

   b. (1p) Lampje D brandt het felst. Verklaar waarom dit het geval is.

7. (1p) Geef bij elk van de volgende tekeningen aan of de lampjes wel of niet branden. Leg je keuze uit.



8. (1p) In een appartement in een flat bevindt zich een deurbel. De bel kan geactiveerd worden met behulp van twee schakelaren. Eén schakelaar bevindt zich bij de voordeur van het appartement en de ander bij de voordeur van de flat zelf. Teken de schakeling die hier beschreven is.

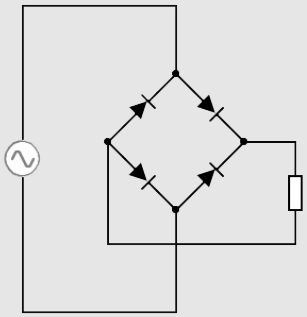
9. (1p) Een leerling maakt een schakeling waarmee hij kan testen of vloeistoffen wel of niet stroom geleiden. Teken deze schakeling.

10. (3p) Beschrijf de werking van de NTC, de LDR, de variabele weerstand en de diode.

11. (1p) Een persoon installeert een lamp in zijn woonkamer die hij handmatig kan dimmen. Teken deze schakeling.

12. (1p) Een persoon neemt een ventilator op in een schakeling. De schakeling zorgt ervoor dat de ventilator harder gaat draaien als het in de woonkamer warmer is. Teken deze schakeling.

13. (3p) In de rechter afbeelding is een zogenaamde gelijkrichter afgebeeld, bestaande uit vier diodes. Een gelijkrichter zet wisselspanning om in gelijkspanning. Een wisselspanning is een spanning waarbij de plus- en de minpolen met een snel tempo omwisselen. Dit apparaat wordt bijvoorbeeld gebruikt als je een laptop aansluit op het stopcontact. Het stopcontact is een wisselspanningsbron, terwijl een laptop gelijkspanning nodig heeft. Leg met behulp van de afbeelding uit hoe wisselspanning (links) wordt omgezet in gelijkspanning (rechts).



TESTVERSIE

Zorg dat je kan redeneren en rekenen met lading, stroomsterkte, spanning en capaciteit

14. (2p) Leg uit wat het verschil is tussen stroomsterkte en spanning.

15. Er stroomt 200 mA aan stroom door een stroomdraad.
    a. (3p) Bereken hoeveel coulomb er per minuut door de draad stroomt.
    b. (2p) Bereken hoeveel elektronen er per minuut door de draad stromen.

16. Er staat een spanning van 20 V over een lampje. Na 5,0 seconden is er 1,0 coulomb aan lading door de draad gestroomd.
    a. (2p) Bereken de stroomsterkte.
    b. (3p) Bereken hoeveel energie er per seconde door de draad verbruikt wordt.
    c. (3p) Bereken hoeveel energie elk elektron afgeeft als het door het lampje stroomt.

17. Het opladen van een bepaalde mobiele telefoon via een adapter duurt 90 minuten. Op de adapter lezen we: “230 V; 0,15 A”.
    a. (3p) Bereken hoeveel elektronen per seconde de telefoon in stromen tijdens het opladen.
    b. (2p) Bereken hoeveel lading er tijdens het opladen in de telefoon is gestroomd.
    c. (2p) Bereken hoeveel energie het opladen heeft gekost.
    d. (2p) Bereken de capaciteit van de accu in de telefoon.
    e. (2p) Bereken hoe lang de accu meegaat als uit de accu gemiddeld een stroomsterkte van 0,090 A stroomt.

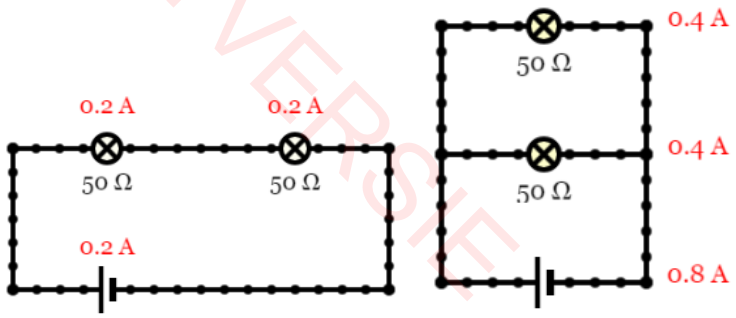
18. Bij een blikseminslag verplaatst zich 0,75 C aan lading in 8 ms van een wolk naar de aarde. De spanning tussen wolk en aarde is gemiddeld 75 MV.
    a. (2p) Bereken hoeveel elektronen er verplaatst zijn.
    b. (3p) Bereken de stroomsterkte van de blikseminslag.
    c. (3p) Bereken hoeveel energie is vrijgekomen bij de inslag.

§2 Stroomsterkte en spanning

In deze paragraaf gaan we de beweging van lading nader bestuderen. Dit doen we aan de hand van de begrippen stroomsterkte en spanning.

Laten we eens kijken hoe het zit met de stroomsterkte in een aantal verschillende schakelingen. In de onderstaande linker afbeelding stromen de ladingen door een **serieschakeling** (met de onderstaande QR-code vind je deze afbeelding als animatie). In een serieschakeling gaat **alle lading** door **alle lampjes** heen. De hoeveelheid lading die uit de spanningsbron stroomt, is dus gelijk aan de hoeveelheid lading die het rechter lampje in stroomt en even later het linker lampje in stroomt. De stroomsterkte is in een serieschakeling dus in alle onderdelen **gelijk**. Rechts zien we een **parallelschakeling**. In dit geval zijn er meerdere stroomkringen waarover de lading zich **verdeelt**. Hoe de stroomsterkte zich verdeelt, hangt af van de weerstand van de lampjes. Alleen als de lampjes **dezelfde weerstand** hebben, zal de stroomsterkte zich gelijk verdelen over de lampjes. In formuletaal geldt hier dus:

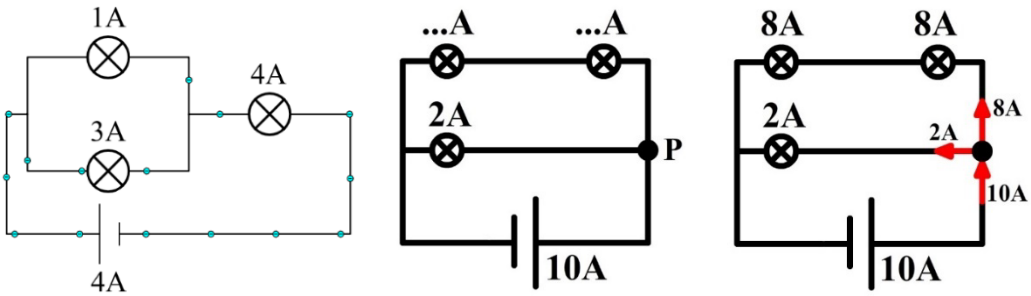
$I_{tot} = I_1 = I_2$ (serie) $\qquad I_{tot} = I_1 + I_2$ (parallel)



ANIMATIE STROOMSTERKTE

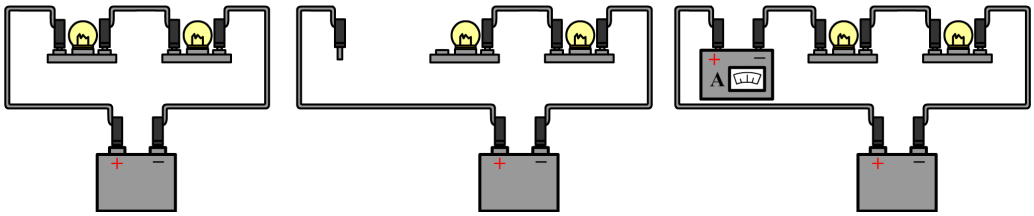
TESTVERSIE

Laten we nu een gemengde schakeling bestuderen. Linksonder zien we een spanningsbron waaruit 4 ampère stroomt. Omdat er maar één pad loopt van de spanningsbron naar de rechter lamp, komen alle 4 ampère bij de rechter lamp aan. Hier is de stroomsterkte dus ook 4 ampère. Daarna splitsen de ladingen op. Stel dat 1 ampère bovenlangs gaat, dan weet je dat de rest (3 A) onderlangs moet gaan. In de onderstaande rechter afbeelding stroomt 10 ampère uit de spanningsbron. Bij punt P splitsen de ladingen op. Als blijkt dat 2 ampère linksaf gaat, dan moet de rest (8 A) dus bovenlangs gaan. Deze 8 ampère gaat door **beide** bovenstaande lampjes heen. Door elk stroomt dus 8 ampère.

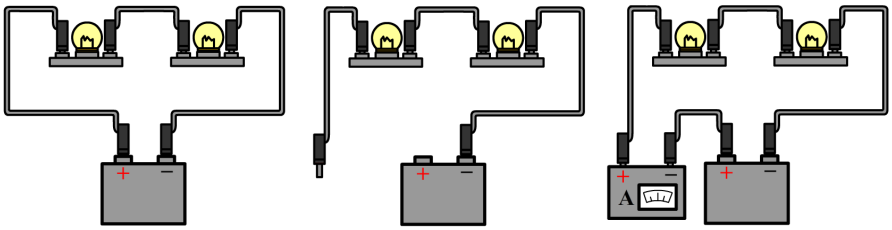


ANIMATIE STROOMSTERKTE II

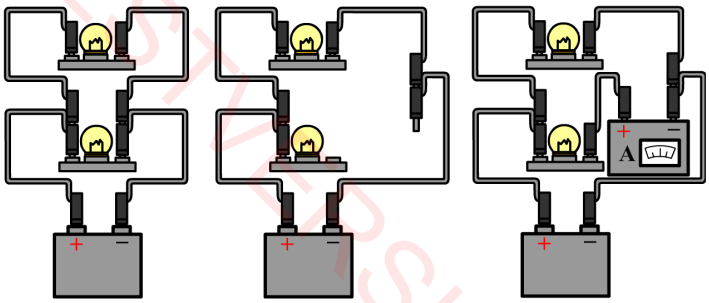
De stroomsterkte kunnen we meten met een zogenaamde **ampèremeter** (ook wel **stroommeter** genoemd). De ampèremeter sluit je **in serie** aan naast het onderdeel waarvan je de stroomsterkte wilt meten. Hieronder zie je in stappen hoe je de stroomsterkte van bijvoorbeeld de linker lamp in een serieschakeling meet. Haal één van de draden los uit de linker lamp en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan. Let er op dat de pluspool van de spanningsbron verbonden is met de pluspool van de ampèremeter.



Hieronder doen we hetzelfde voor de spanningsbron in een serieschakeling. Haal één van de draden los uit de spanningsbron en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan.



Hieronder meten we de stroomsterkte door de onderste lamp in een parallelschakeling. In dit geval zitten er aan weerszijden van de onderste lamp twee draden. Haal aan één kant beide draden los en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan.

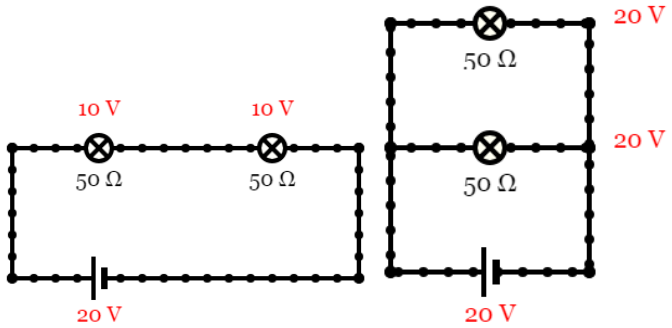


ANIMATIE AMPEREMETER

Ampèremeters zijn zo gemaakt dat ze de rest van de schakeling niet beïnvloeden. Voor de ampèremeter betekent dit dat ze een weerstand hebben van (zo goed als) **0 Ω**. Op deze manier kan de stroom er ongestoord doorheen stromen.

Laten we nu de spanning bestuderen. Hieronder zien we links een serieschakeling. Stel dat de spanningsbron een spanning van 20 V heeft, dan betekent dit dat elke coulomb aan lading 20 J aan energie meekrijgt om te besteden in de schakeling. Elke lading gaat in deze schakeling door **beide lampjes** heen. Als gevolg moet elke lading zijn energie **verdelen** over de twee lampjes. De 20 V aan spanning wordt dus verdeeld over de lampjes. Hoe de spanning precies verdeeld wordt hangt af van de weerstand van de lampjes. Alleen als de lampjes **dezelfde weerstand** hebben, zal de spanning over beide lampjes **gelijk** zijn. Rechts zien we een parallelschakeling. Hier gaat elke lading maar door **één lampje** heen. Elke lading besteed dus al zijn energie in slechts één lampje. Als de spanningsbron een spanning van 20 V heeft, dan heeft in een parallelschakeling elk lampje dus ook een spanning van 20 V. Het veranderen van de weerstanden heeft hier geen invloed op. In formuletaal geldt hier dus:

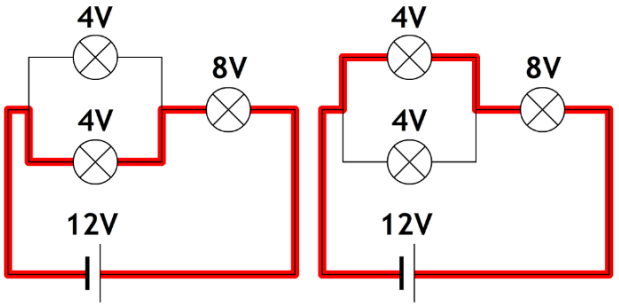
$U_{tot} = U_1 + U_2$ (serie) $\qquad$ $U_{tot} = U_1 = U_2$ (parallel)



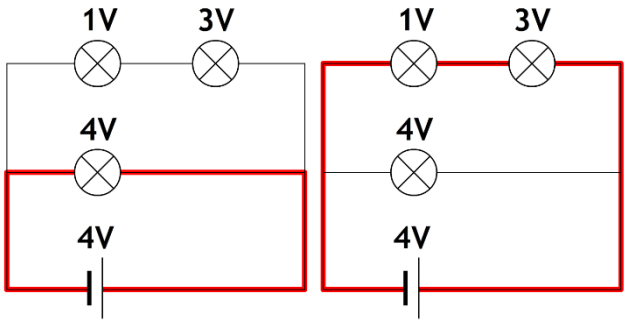
ANIMATIE SPANNING

ANIMATIE SPANNING II

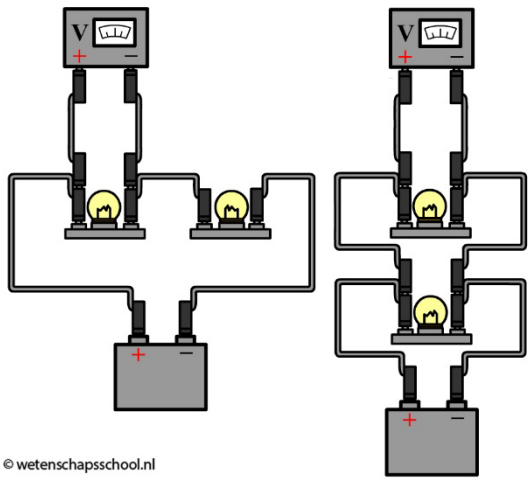
Nu tijd voor gemengde schakelingen. De onderstaande schakeling bestaat uit **twee stroomkringen**. Sommige ladingen gaan door de ene stroomkring en sommige ladingen gaan door de andere stroomkring. In **elke stroomkring** moet een coulomb aan lading in totaal 12 J kwijtraken. Als gegeven is dat over de rechter lamp een spanning van 8 V staat, dan moet over de twee linker lampen dus elk een spanning van 4 V staan. Op deze manier wordt in **elke stroomkring** 12 J aan energie besteed. Voor **elke stroomkring** geldt dus dat de spanning van de spanningsbron gelijk is aan de spanning van de onderdelen in deze stroomkring tezamen.



De rechter schakeling bestaat ook uit twee stroomkringen. In de onderste stroomkring gaat elke lading maar door één lampje. Alle 4 volt van de spanningsbron moeten dus worden uitgegeven in het onderste lampje. In de bovenste stroomkring moet ook in totaal 4 volt uitgegeven worden. Als in de linker lamp 1 volt wordt uitgegeven, dan moet in de rechter lamp dus 3 volt worden uitgegeven.



De spanning meten we met een zogenaamde **voltmeter** (ook wel **spanningsmeter** genoemd). De voltmeter sluit je **parallel** aan over het onderdeel waarvan je de spanning wilt meten. Dit doe je door de voltmeter aan beide kanten van een onderdeel aan te sluiten. In de rechter afbeelding zien we een voltmeter die is aangesloten over het linker lampje in een serieschakeling en over het bovenste lampje in een parallelschakeling. Merk wederom op dat de pluspool van de spanningsbron verbonden is met de pluspoort van de voltmeter en de minpool met de minpoort.

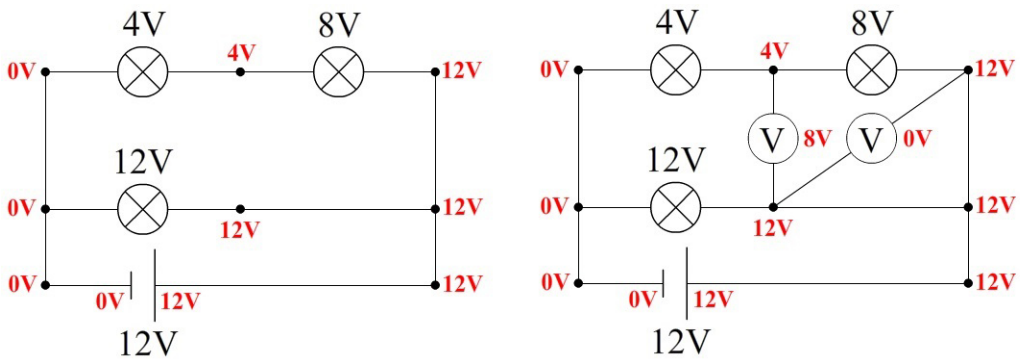


© wetenschapsschool.nl

TEST VERSIE

Ook de voltmeters zijn zo gemaakt dat ze de rest van de schakeling niet beïnvloeden. Voor voltmeters betekent dit dat ze een weerstand moeten hebben van (zo goed als) **oneindig Ω**. Op deze manier gaan de ladingen niet door de voltmeter heen en kunnen de ladingen ongestoord door het onderdeel stromen waarvan je de spanning wilt meten.

In sommige gevallen worden voltmeters niet direct over één onderdeel aangesloten. In dat geval is het van belang dat we iets beter snappen wat een voltmeter eigenlijk meet. In de volgende afbeelding zien we aangegeven hoeveel volt een coulomb lading op verschillende plekken over heeft. Let erop dat we hier weer "doen alsof" de stroom **van plus naar min** stroomt.



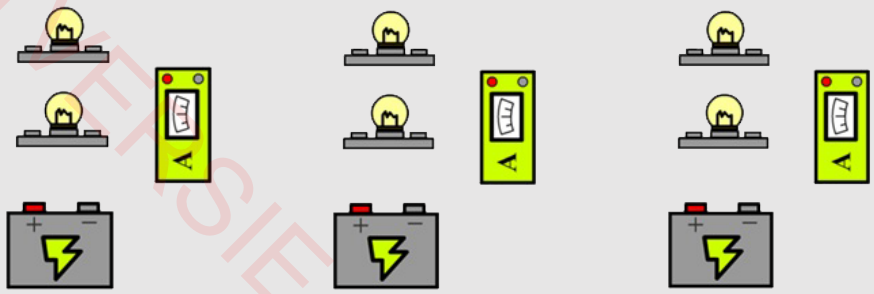
INSTRUCTIEVIDEO STROOMSTERKTE & SPANNING

Als we een voltmeter op twee punten aansluiten, dan meet de voltmeter **het spanningsverschil** tussen deze twee punten. De linker voltmeter in de rechter afbeelding zit bijvoorbeeld tussen een spanning van 4V en een spanning van 12 V in. De voltmeter geeft daarom dus 12 - 4 = 8 V aan. Bij de rechter voltmeter is de spanning aan beide uiteinden 12 V. De voltmeter geeft hier dus 12 -12 = 0 V aan.

De **stroom** loopt altijd **van hoge spanning naar lage spanning**. In het linker voorbeeld gaat de stroom dus omhoog door de voltmeter. In het rechter voorbeeld is geen spanningsverschil. Hier loopt dus geen stroom doorheen.

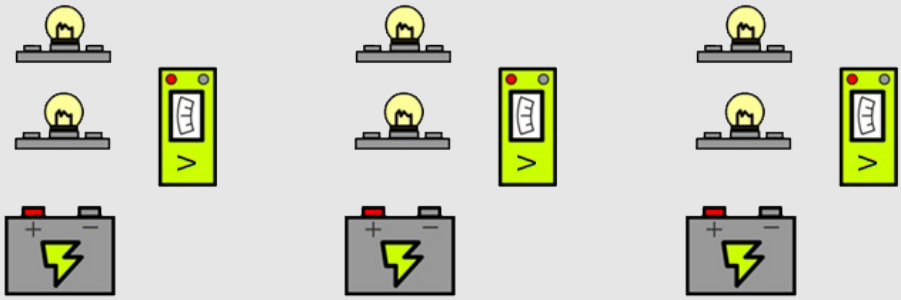
Zorg dat je kan rekenen met stroomsterkte en spanning in gemengde schakelingen

1. Ga naar de website met de rechter QR-code en speel het programma uit of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.
2. (2p) Twee dezelfde lampjes zijn in serie aangesloten op een batterij. De batterij levert een stroomsterkte van 250 mA. Leg uit hoe groot de stroomsterkte door elk van de lampjes is. Gebruik in je antwoord het woord "lading".
3. (2p) Twee dezelfde lampjes zijn parallel aangesloten op een batterij. De batterij levert een stroomsterkte van 0,090 A. Leg uit hoe groot de stroomsterkte door elk van de lampjes is. Gebruik in je antwoord het woord "lading".
4. Verklaar de volgende correcte uitspraken. Gebruik in je antwoord in beide gevallen het woord "energie".
   a. (2p) De spanning is overal gelijk in een parallelschakeling.
   b. (2p) De spanning wordt verdeeld over de lampjes in een serieschakeling.
5. (3p) Een persoon wil de stroomsterkte meten door alle onderdelen in een parallelschakeling bestaande uit twee lampjes. Teken hieronder in alle drie de gevallen de schakeling.

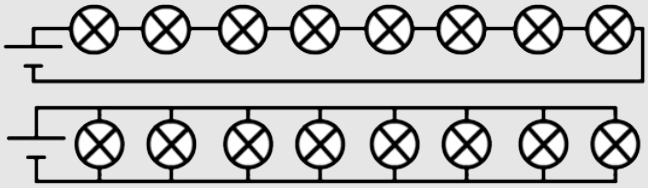


TEST VERSIE

6. (3p) Een persoon wil de spanning meten door alle onderdelen in een parallelschakeling bestaande uit twee lampjes. Teken hieronder in alle drie de gevallen de schakeling.

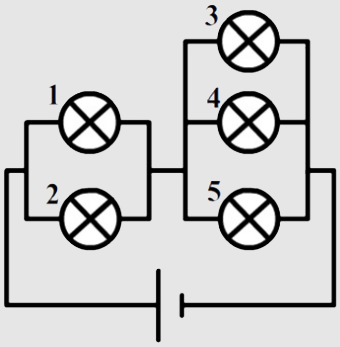


7. Hieronder zien we twee schakelingen met een aantal dezelfde lampjes:



   a. (1p) Beschrijf wat er gebeurt als een lampje in de bovenste schakeling doorbrandt.
   b. (1p) Beschrijf wat er gebeurt als een lampje in de onderste schakeling doorbrandt.
   c. (1p) Leg uit of de spanning over de lampjes verandert als we een lampje uit de onderste schakeling verwijderen.

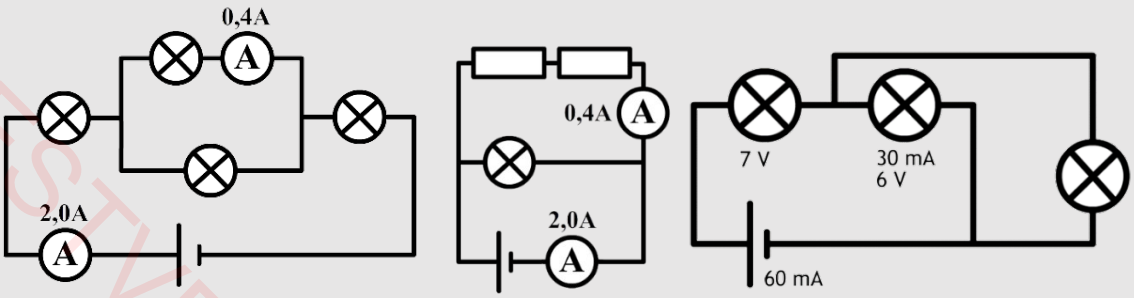
8. In de rechter schakeling zijn vijf dezelfde lampjes opgenomen.



   a. (1p) Door welke lampjes in de bovenstaande schakeling is de stroomsterkte het grootst? Leg je keuze uit.
   b. (2p) Door lampje 1 en 2 stroomt elk 750 mA. Bereken de stroomsterkte door lamp 3.
   c. (2p) Over lampje 1 en 2 staat elk een spanning van 6,0 V en over lampjes 3, 4 en 5 staat elk een spanning van 4,0 V. Bereken de spanning over de spanningsbron.

9. (4p) Geef in de twee linker onderstaande schakelingen de stroomsterkte door de lampjes, de weerstanden en de spanningsbronnen.

10. (4p) Noteer bij elk onderdeel in de rechter schakeling de spanning en de stroomsterkte:



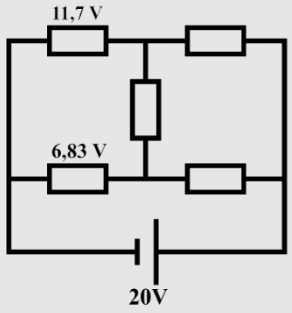
11. (2p) In een koplamp van een fiets zitten zes lampjes, die ieder op een spanning van 1,0 V branden. De spanning wordt geleverd door twee batterijen, die ieder een spanning leveren van 1,5 V. Teken de schakeling die hier beschreven is.

TESTVERSIE

12. (VWO) In de rechter schakeling zijn vijf weerstanden opgenomen.

    a. (4p) Bereken voor elk van de horizontaal afgebeelde weerstanden de spanning.

    b. (6p) Er zijn twee stroomkringen die door de middelste verticale weerstand lopen. Bereken de spanning over deze weerstand. Geef ook aan in welke richting de stroom door deze weerstand loopt.



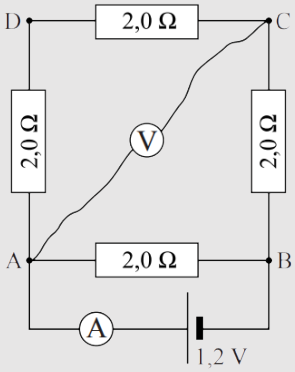
13. Een leerling maakt de onderstaande schakeling bestaande uit vier dezelfde weerstanden.

    a. (1p) Bepaalde spanning over alle weerstanden.

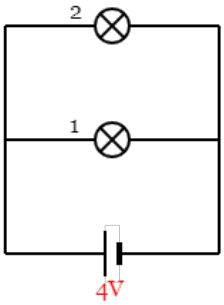
    b. (1p) Leg uit dat de stroommeter in deze schakeling een weerstand van ongeveer 0 Ω moet hebben om de schakeling niet te beïnvloeden.

    c. Leg uit welke weerstand de spanningsmeter moet hebben om de schakeling niet te beïnvloeden.

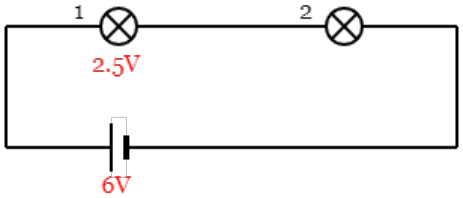
    d. (2p) Bereken de spanning die de spanningsmeter aanwijst.
    (bron: examen HAVO 2013-1)



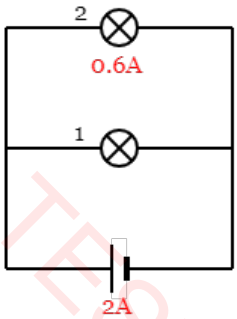
Stencil Spanning en Stroomsterkte



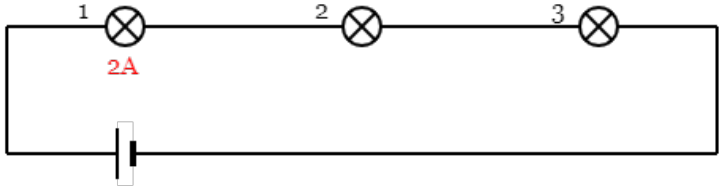
Vind de spanning van lamp 1.



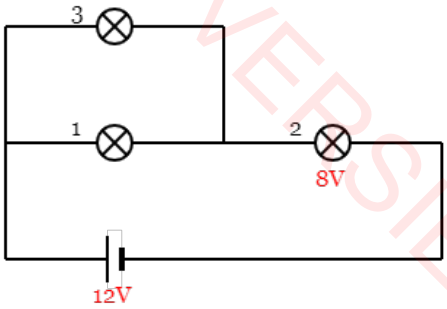
Vind de spanning van lamp 2.

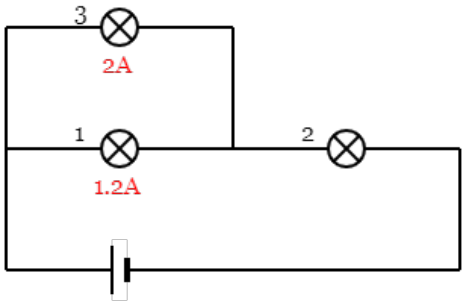


Vind de stroomsterkte van lamp 1.



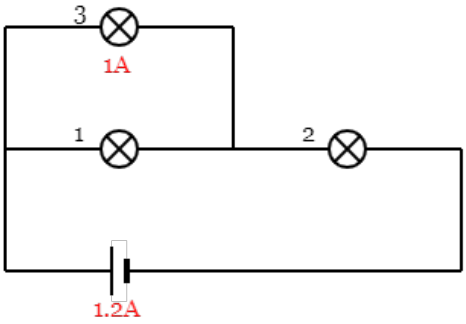
Vind de stroomsterkte van de spanningsbron.



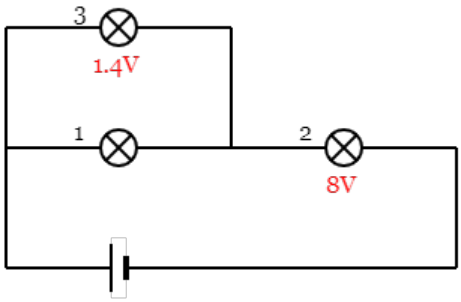


TESTVERSIE

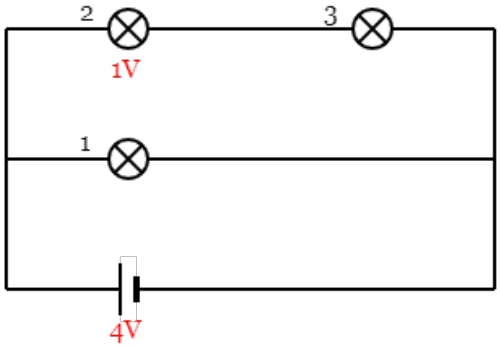
Vind de spanning van lamp 3.



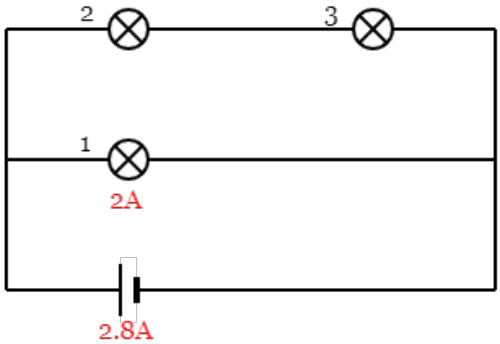
Vind de stroomsterkte van lamp 2 en van de spanningsbron.



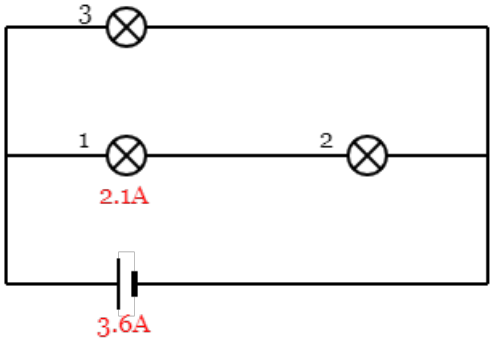
Vind de stroomsterkte van lamp 1 en 2.



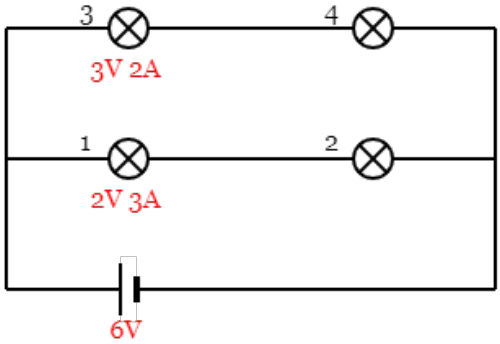
Vind de spanning van lamp 1 en van de spanningsbron.



Vind de spanning van lamp 1 en lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 3.

Vind de stroomsterkte van lamp 2 en de van de spanningsbron en vind de spanning van lamp 2 en 4.

§3 De Wet van Ohm

Als we de spanning en de stroomsterkte van een onderdeel in een schakeling kennen, dan kunnen we hiermee de weerstand uitrekenen. We doen dit met de zogenaamde wet van Ohm.

De **weerstand** (**R**) van een onderdeel in een schakeling kunnen we berekenen met de **wet van Ohm**:

$$R = \frac{U}{I}$$

Spanning (U)	volt (V)
Weerstand (R)	ohm (Ω)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)

TESTVERSIE

Let erop dat deze wet niet werkt voor de spanningsbron zelf. De (ideale) spanningsbron heeft namelijk **geen** weerstand.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Twee dezelfde lampjes in serie worden aangesloten op de netspanning. De stroomsterkte die de spanningsbron levert is gelijk aan 150 mA. Bereken de weerstand van elk van de lampjes.

Antwoord:
In een serieschakeling weten we dat de stroomsterkte **overal gelijk** is. Voor elk lampje geldt dus een stroomsterkte van 150 mA. Dit is gelijk aan 150 / 1000 = 0,150 A.

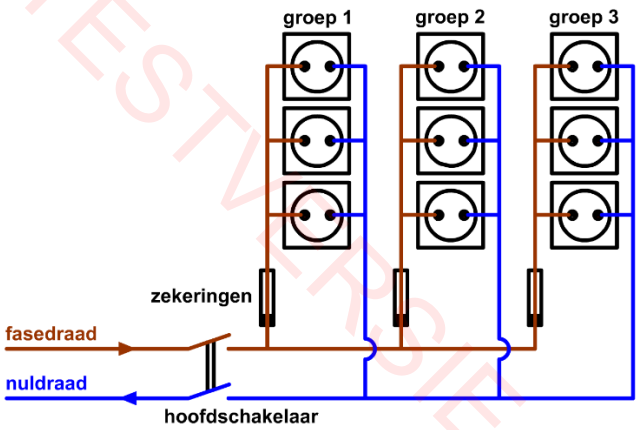
Ook weten we dat de lampjes zijn aangesloten op de **netspanning**. De netspanning is in Nederland altijd gelijk aan **230 V.** In een serieschakeling **verdeelt** deze spanning zich over de lampjes. Omdat het hier om twee **dezelfde** lampjes gaat, weten we dat de spanning zich **gelijk** zal verdelen. Over elk lampje staat dus een spanning van 230 / 2 = 115 V. Met deze gegevens kunnen we met de **wet van Ohm** de weerstand bepalen. Voor elk lampje geldt:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{115}{0,150} = 767\ \Omega$$

Als we de pluspool en de minpool direct verbinden met een materiaal met een **erg kleine weerstand**, dan ontstaat er **kortsluiting**. Aan de wet van Ohm kan je zien dat een kleine weerstand zorgt voor een grote stroomsterkte. Deze grote hoeveelheid stroom is niet alleen gevaarlijk voor het menselijk lichaam, maar kan ook gemakkelijk een brand veroorzaken. Om ons hiertegen te beschermen bevat de meterkast een aantal **zekeringen**. Een simpele zekering bestaat uit een draadje dat doorbrandt als de stroomsterkte boven een bepaalde waarde uitkomt. Rechtsboven zien we bijvoorbeeld een zekering die bij 20 A doorbrandt. De stopcontacten in huis zijn opgedeeld in een aantal **groepen**, elk met een eigen zekering (zie de onderstaande linker afbeelding). Apparaten die een grote stroom vragen, zoals de wasmachine of een elektrische kookplaat wil je niet allemaal op dezelfde groep zetten, want dan kan een zekering zelfs zonder kortsluiting doorbranden. In dit geval spreken we van **overbelasting**.

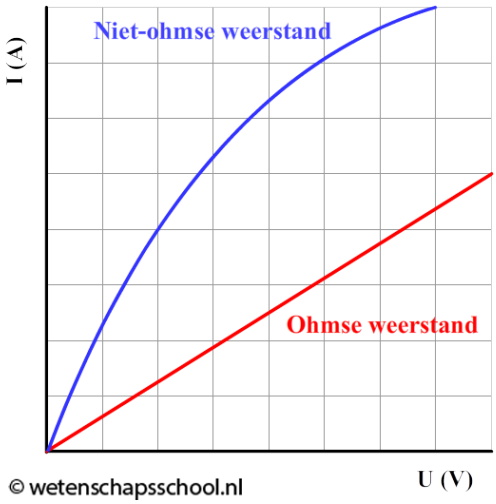
Een ander onderdeel dat gebruikt wordt om elektrocutie te vermijden is een **aardlekschakelaar**. Ook dit onderdeel bevindt zich in de meterkast. Een aardlekschakelaar vergelijkt de grootte van de stroom die het huis instroomt met de stroom die het huis uitstroomt. Onder normale omstandigheden zijn deze twee stroomsterktes gelijk. Als dit echter niet zo is, dan is er stroom **weggelekt**. Dit gebeurt bijvoorbeeld als door een defect een spanning komt te staan over de buitenzijde van een waterkoker. Als je deze waterkoker aanraakt, dan kan er een lekstroom door jouw lichaam naar de grond lopen. Als gevolg schakelt de aardlekschakelaar de stroom uit.

Om te voorkomen dat er eerst stroom door jouw lichaam naar de grond stroomt, is de buitenzijde van (o.a.) een waterkoker verbonden met een draad die (letterlijk) naar de **aarde** loopt. Dit gebeurt via de twee metalen pinnetjes aan de boven- en onderzijde van een zogenaamd **geaard stopcontact** (zie de onderstaande rechter afbeelding). De lekstroom zal dan via de aardedraad wegstromen, waarna de stroom uitgeschakeld wordt.



TESTVERSIE

Een onderdeel in een schakeling wordt een **ohmse weerstand** genoemd als het een **vaste weerstand** heeft. Of een onderdeel een ohmse weerstand heeft, is gemakkelijk te herkennen aan het **(I,U)-diagram** (zie het rechter diagram). De grafiek voor een ohmse weerstand is hier altijd een rechte lijn door de oorsprong (we spreken hier van een recht evenredig verband).



EXPERIMENT KORTSLUITING

INSTRUCTIEVIDEO WET VAN OHM

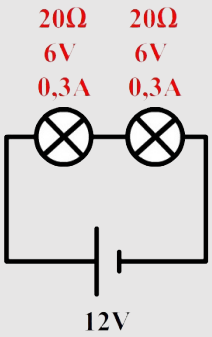
Voorbeeld

Vraag:
Een leerling maakt een serieschakeling bestaande uit twee dezelfde ohmse lampjes. De spanning over de spanningsbron is 12 V. De spanningsbron levert in dat geval een stroomsterkte van 0,30 A. Daarna bouwt de leerling deze schakeling om tot een parallelschakeling. Bereken hoeveel stroom de spanningsbron nu levert.

Antwoord:
Als we een schakeling **ombouwen**, dan blijven over het algemeen slechts twee waarden **gelijk**:

- De **spanning** van de **spanningsbron**
- De waarde van de **ohmse weerstanden**

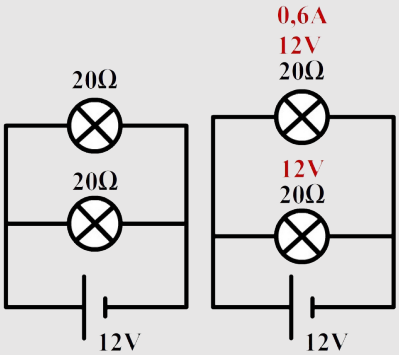
De spanning van de spanningsbron is al bekend, maar de weerstand van de lampjes niet. Laten we dit eerst uitrekenen. Omdat de lampjes **hetzelfde** zijn, weten we dat de spanning in de schakeling **eerlijk verdeeld** wordt. Over beide lampjes staat dus een spanning 6,0 V. De stroomsterkte is in een serieschakeling overal gelijk. De stroomsterkte door elk lampje is dus ook 0,30 A. Met deze gegevens kunnen we de weerstand van de lampjes uitrekenen:



$$R = \frac{U}{I} = \frac{6,0}{0,30} = 20\ \Omega$$

Nu veranderen we de schakeling in een parallelschakeling. Zoals eerder is opgemerkt blijven alleen de spanning van de spanningsbron en de waarde van de ohmse weerstanden gelijk (zie de linker onderstaande schakeling).

In een parallelschakeling is de spanning overal gelijk, dus over elk lampje staat nu een spanning van 12 V. Met deze gegevens kunnen we de stroomsterkte door de lampjes uitrekenen:



$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{20} = 0,60\ \text{A}$$

De spanningbron levert dus een stroomsterkte van:
0,60 + 0,60 = 1,20 A.

TEST VERSIE

Zorg dat je kan rekenen met de wet van Ohm

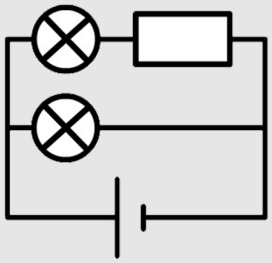
1. Ga naar de website met de rechter QR-code en speel het programma uit of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.

2. Een lamp met een weerstand van 200 Ω wordt op de netspanning aangesloten.

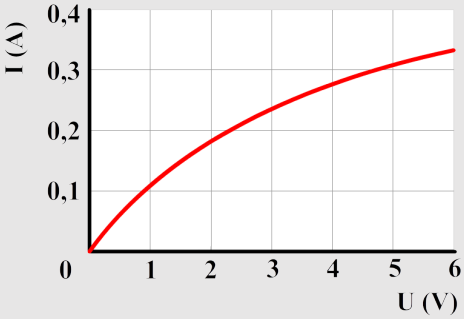
   a. (3p) Bereken de stroomsterkte door de lamp.

   b. (2p) Er ontstaat kortsluiting in de koperen bedrading van deze lamp. De weerstand van de bedrading is 0,01 Ω. Bereken of een zekering van 20 A in dit geval zal doorbranden.

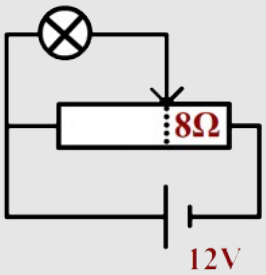
3. (7p) Een leerling maakt de rechter schakeling bestaande uit twee dezelfde lampjes en een vaste weerstand. Bij de lampjes hoort het (I,U)-diagram dat ook hieronder is afgebeeld. Over de spanningsbron blijkt een spanning te staan van 5,0 V. De stroomsterkte van de spanningsbron blijkt 420 mA te zijn. Bereken de waarde van de vaste weerstand.



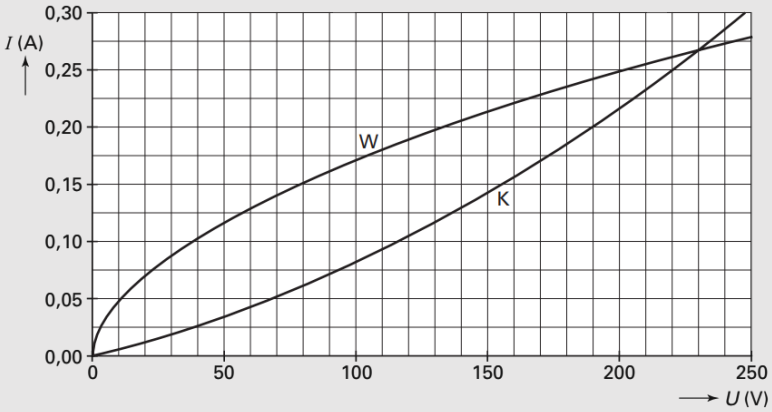
© wetenschapsschool.nl



4. (VWO,5p) De rechter schakeling bestaat uit een variabele weerstand en een lampje. Op het lampje staat: "3,0 V; 0,50 A". Bereken de waarde die de linkerkant van de variabele weerstand moet hebben om het lampje met de aangegeven waarde te laten branden.



5. (VWO) Van twee verschillende gloeilampen, genaamd W en K, is een (I,U)-karakteristiek gemeten. Hieronder zien we het resultaat. De lampen zijn in serie aangesloten op een spanningsbron van 235 V.

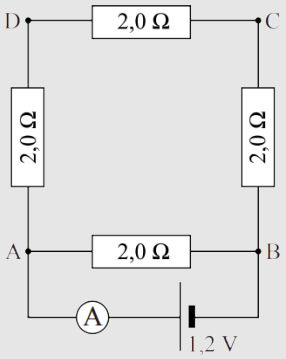


   a. (2p) Bepaal met behulp van het diagram de stroomsterkte in de lampen.

   b. (2p) De ene lamp gedraagt zich als een PTC en de andere als een NTC. Leg dit uit.

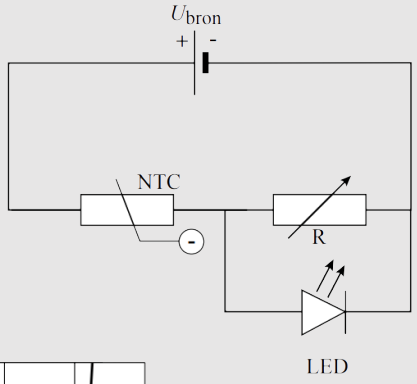
   c. (2p) Bepaal wanneer lamp W een weerstand van 500 Ω heeft.
   (bron: examen HAVO 2005-1)

6. (5p) Een leerling maakt de rechter schakeling. Bereken de stroomsterkte die de stroommeter aanwijst.
   (bron: examen HAVO 2013-1)

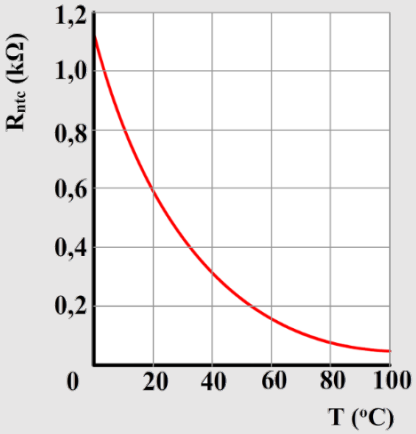


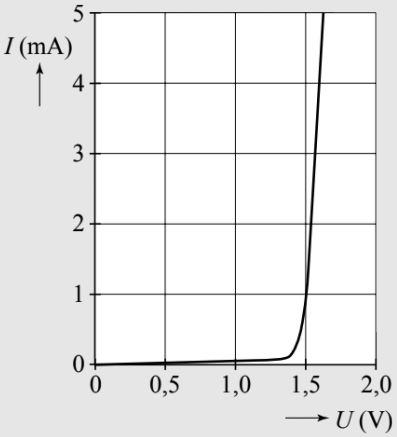
TESTVERSIE

7. In een vissenkom zit een waarschuwingssysteem waarbij een LED gaat branden als de temperatuur 20 ˚C of hoger is. De schakeling van dit systeem is hiernaast weergegeven. De schakeling bevat een spanningsbron van 5,0 V, een variabele weerstand, een NTC en een LED.



In de twee onderstaande grafieken zien we links hoe de weerstand van de NTC afhangt van de temperatuur en rechts zien we hoe de spanning en de stroomsterkte van elkaar afhangen bij de LED. De LED geeft licht als er ten minste 1,0 mA doorheen stroomt.





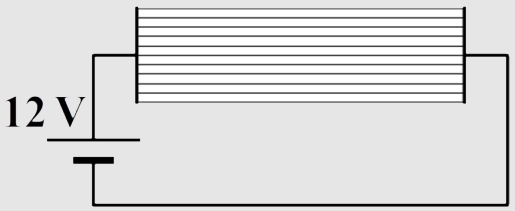
a. (2p) Leg uit dat de LED niet brandt bij een lage temperatuur en wel brandt bij een hoge temperatuur.

b. (6p) De variabele weerstand wordt zo ingesteld dat de LED licht geeft bij een temperatuur van 20˚C of hoger. Bepaal de waarde waarop de variabele weerstand is ingesteld.
(bron: examen VWO 2010-2)

Zorg dat je kan rekenen aan schakelingen waar een aanpassing aan gemaakt wordt

8. (5p) Een leerling sluit 3 dezelfde vaste weerstanden in serie aan op een spanningsbron. Over de spanningsbron staat nu een spanning van 12 V en de bron levert een stroomsterkte van 150 mA. Dan bouwt de schakeling om tot een parallelschakeling. Bereken de stroomsterkte die de spanningsbron in dit geval levert.

9. De meeste auto's hebben een achterruitverwarming. Hieronder zien we een schakeling waarin een achterruitverwarming is opgenomen. De schakeling bestaat uit een aantal dunne draden en een accu met een spanning van 12 V. De accu levert een stroomsterkte van 100 mA.



a. (1p) Leg uit of dit een serie- of een parallelschakeling is.

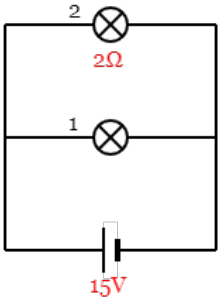
b. (4p) Bereken de weerstand van één draadje van de verwarming.

c. (1p) Eén van de verwarmingsdraden brandt door. Leg uit wat het effect hiervan is op de spanning over de accu.

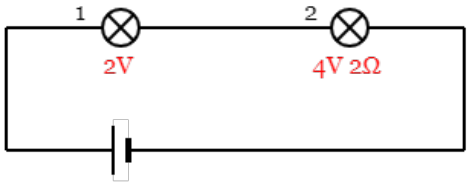
d. (3p) Leg ook uit of de stroomsterkte die de accu levert hierdoor toeneemt, afneemt of gelijk blijft. Je mag er vanuit gaan dat de draden bij benadering een ohmse weerstand hebben.
(bron: examen HAVO 2006-1)

TESTVERSIE

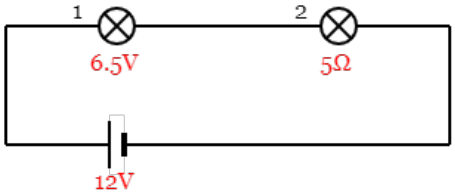
Stencil Weerstand



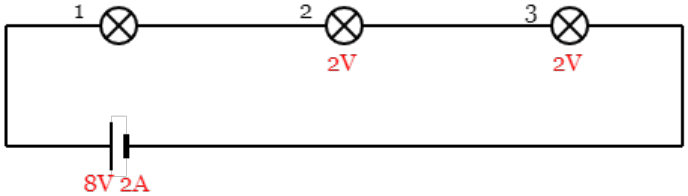
Vind de stroomsterkte van lamp 2.



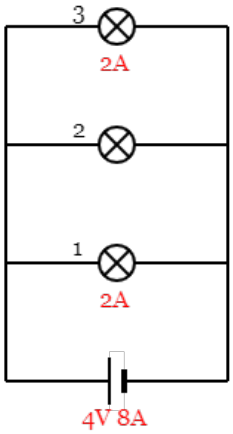
Vind de weerstand van lamp 1.

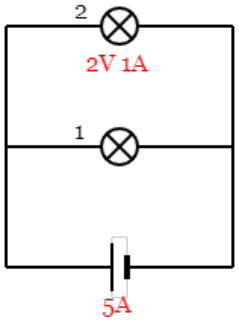


Vind de stroomsterkte van lamp 2.



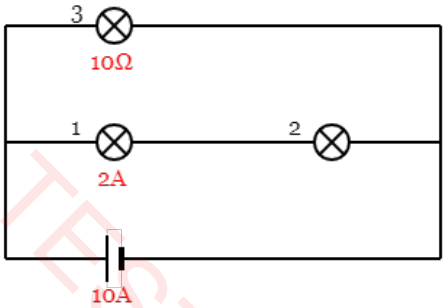
Vind de weerstand van lamp 1.

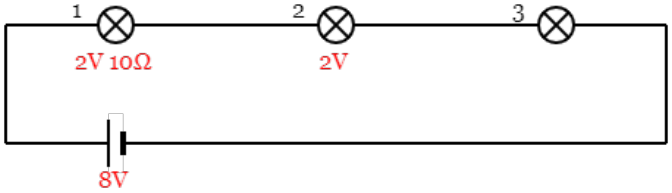




Vind de weerstand van lamp 2.

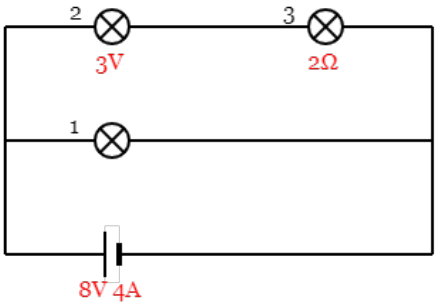
Vind de weerstand van lamp 1.



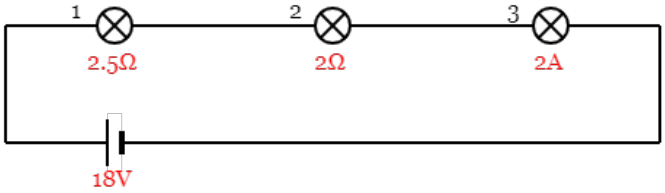


TESTVERSIE

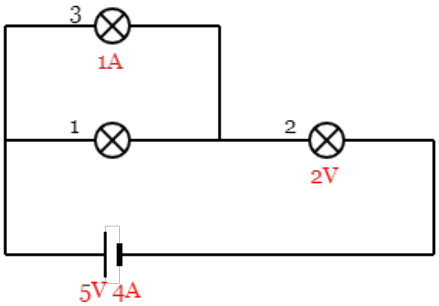
Vind de spanning van lamp 3.



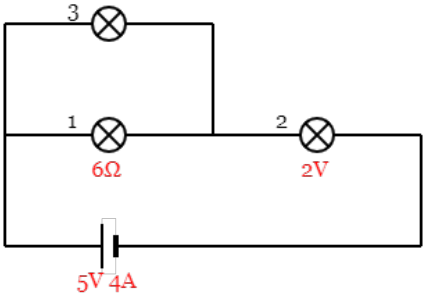
Vind de weerstand van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 1.



Vind de spanning van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 1 en de spanning van lamp 3.

Vind de stroomsterkte van lamp 3.

§4 Het vermogen

In deze paragraaf gaan we rekenen met vermogen en energie. We gebruiken als eenheid voor de energie zowel joule als kilowattuur.

Het **vermogen** (**P**) vertelt ons hoeveel **energie** een onderdeel in een schakeling **per tijdseenheid** verbruikt. De SI-eenheid van het vermogen is de **watt** (**W**) en dit is gelijk aan de hoeveelheid **joule per seconde**. Voor het vermogen geldt dus:

$$[P] = W = J/s$$

Met de volgende formules kunnen we het vermogen uitrekenen:

$$P = U \times I \qquad P = I^2 R$$

Vermogen (P)	watt (W)
Spanning (U)	volt (V)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)
Weerstand (R)	ohm (Ω)

TESTVERSIE

Met behulp van het vermogen kunnen we ook de **totale energie** (**ΔE**) uitrekenen die een component gebruikt heeft. Er geldt:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Vermogen (P)	watt (W)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Verbruikte energie (ΔE)	joule (J)

Naast de joule is het ook mogelijk om als eenheid voor de energie de **kilowattuur** (**kWh**) te gebruiken. In dat geval moeten we het vermogen in **kilowatt** (**kW**) invoeren en de tijd in **uren** (**h**):

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

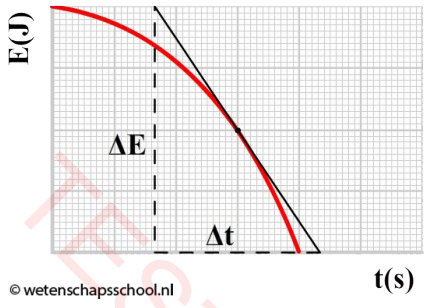
Vermogen (P)	kilowatt (kW)
Tijdsduur (Δt)	uur (h)
Verbruikte energie (ΔE)	kilowattuur (kWh)

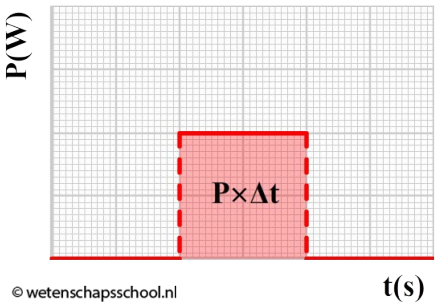
Merk op dat kilowattuur **niet** hetzelfde is als "kilowatt per uur". Kilowattuur is net als joule gewoon een maat voor de energie.

We kunnen kWh en joule als volgt omrekenen:

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

Hieronder zien we links een (E,t)-diagram. Als we de **raaklijn** nemen op een punt, dan is de helling van deze lijn gelijk aan ΔE/Δt. Volgens de bovenstaande formule is dit gelijk aan het **vermogen** (**P**). De raaklijn in een (E,t)-diagram is dus gelijk aan het vermogen. Rechts zien we een (P,t)-diagram. Het **oppervlak onder de grafiek** is gelijk aan P×Δt. Dit is volgende de bovenstaande formule gelijk aan ΔE. Het oppervlak onder een (P,t)-diagram geeft ons dus de **toename (of afname) van de energie**.





INSTRUCTIEVIDEO VERMOGEN

Zorg dat je kan rekenen en redeneren met P = UI

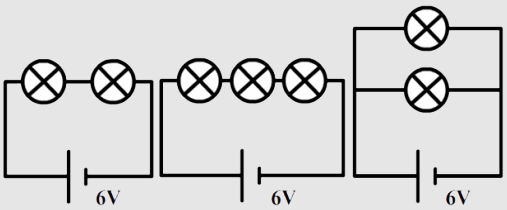
1. (2p) Laat met behulp van de formule P = UI en een eenheidsbepaling zien dat de eenheid van het vermogen gelijk is aan J/s.
2. (2p) Leid de formule $P = I^2R$ af met behulp van andere formules uit de paragraaf.
3. (1p) Twee dezelfde lampen worden aangesloten in twee verschillende schakelingen. Leg uit welke grootheid je nodig hebt als je wilt weten welke lamp de grootste lichtintensiteit heeft.

TESTVERSIE

4. (4p) Een gloeilamp van 60 W wordt op de netspanning aangesloten. Bereken de weerstand van de gloeilamp.

5. (5p) Op een lamp staat: “6,0 V; 1,5 W”. Dit zijn de waarden waarbij de lamp optimaal brandt. Je wilt de lamp aansluiten op een spanningbron van 24 V. Om te voorkomen dat de lamp te fel gaat branden, sluit je een extra weerstand in serie aan op de spanningsbron. Bereken de waarde van deze extra weerstand.

6. (6p) Hieronder zien we drie schakelingen. In elke schakeling wordt hetzelfde type lampje gebruikt. Leg uit in welke schakeling de lampjes het felst branden en in welke het minst fel.



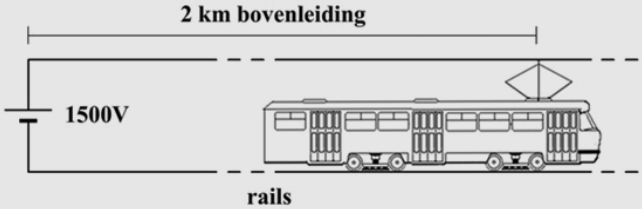
7. (2p) In de VS is de netspanning twee keer zo klein als in Nederland. Stel je sluit dezelfde lamp aan in de VS en in Nederland. Bereken welke factor het vermogen kleiner is in de VS.

8. Op een batterij staat: “1,5 V; 2300 mAh”. Dat betekent dat de batterij bij een spanning van 1,5 V gedurende één uur een stroom van 2,3 A kan leveren, of gedurende een half uur een stroom van 4,6 A enz.

   a. (3p) Bereken hoeveel elektrische energie de batterij kan leveren.

   b. (4p) De batterij wordt gebruikt in een klok met een weerstand van 12 kΩ. Bereken hoeveel jaar de klok op de batterij kan lopen.

9. (VWO) De elektromotoren van treinen in Nederland krijgen hun stroom via een koperen bovenleiding en de stroom wordt teruggevoerd via de rails. De bovenleiding heeft een weerstand van 0,068 Ω per kilometer. De weerstand van de rails is te verwaarlozen. De bovenleiding en de rails zijn aangesloten op een spanningsbron met een gelijkspanning van 1500 V.



Op een bepaald moment bevindt een trein zich op een afstand van 2,0 km van de spanningsbron (zie de afbeelding). Op dat moment loopt er een stroom van 4,0 kA door de elektromotor van de trein. Let op: de weerstand van een elektromotor kan je niet berekenen met de wet van Ohm. Dit is geen probleem, want deze weerstand is niet nodig om de vragen te beantwoorden.

   a. (4p) Bereken het vermogen van de motor.

   b. (2p) Bereken hoeveel energie er elke seconde verloren gaat in de bovenleiding.

   c. (3p) Het energieverlies in de bovenleiding willen we natuurlijk zo veel mogelijk beperken. Om dit voor elkaar te krijgen wil het openbaar vervoer in de toekomst overstappen op een spanningsbron van 25 kV. De spanning over de elektromotor zal hierdoor ook flink toenemen. Leg uit dat er op deze manier inderdaad minder energie verloren gaat in de bovenleiding.

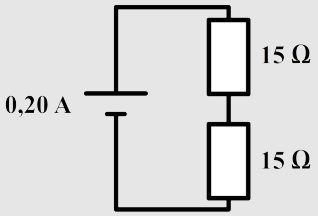
(bron: examen VWO 2011-1)

Zorg dat je kan rekenen met $P = \Delta E/\Delta t$

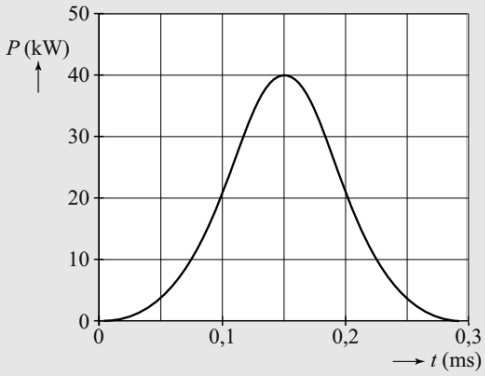
10. (4p) Een lamp wordt aangesloten op een batterij met een spanning van 1,5 V. De weerstand van de lamp is 30 Ω. Bereken hoeveel energie er per minuut in de lamp verbruikt wordt.

TESTVERSIE

11. (6p) In de onderstaande afbeelding zijn twee weerstanden op een spanningsbron aangesloten. Bereken hoeveel energie de spanningsbron in een halve minuut verbruikt.

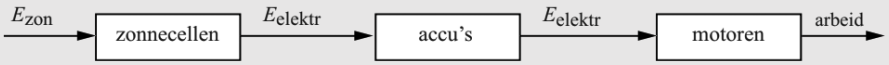


12. (4p) Om weilanden af te rasteren wordt vaak schrikdraad gebruikt. In het rechter (P,t)-diagram is het verloop van een schok van dit schikdraad weergegeven. Volgens de wet mag de energie van één puls niet groter zijn dan 6 J. Toon aan dat deze puls aan de wet voldoet.
(bron: examen VWO 2015-1)



13. De Solar Impulse is een eenpersoonsvliegtuig dat zonne-energie gebruikt om te vliegen. De ontwerpers hebben het vliegtuig in 2011 een volledige vlucht rond de wereld laten maken. Het vliegtuig vloog op een hoogte van 10 km boven de evenaar met een gemiddelde snelheid van 70 km/h.

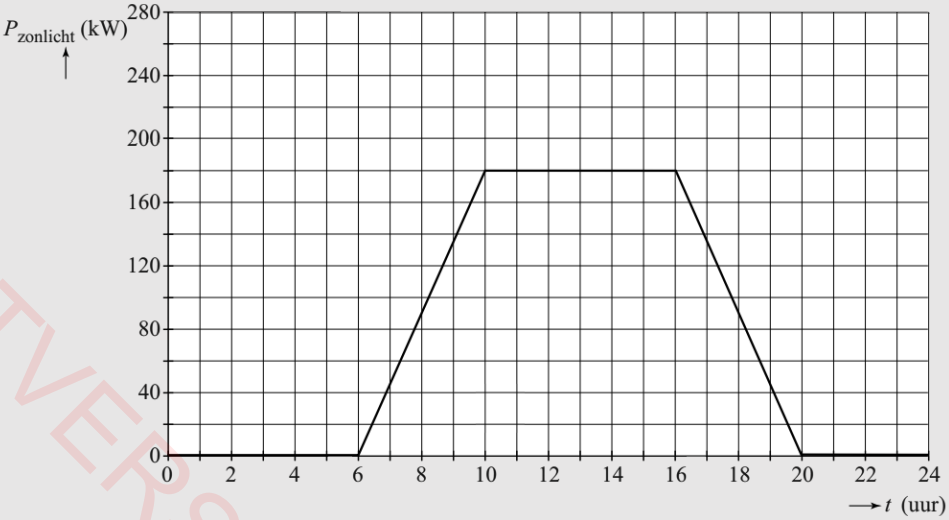
a. (2p) Opvallend zijn de lange vleugels die vrijwel helemaal bedekt zijn met zonnecellen. Deze zonnecellen zetten de energie van het zonlicht om in elektrische energie, waarmee accu's worden opgeladen. De accu's leveren vervolgens de energie aan de motoren. Energieverliezen bij het op- en ontladen van de accu worden in deze opgave verwaarloosd. Hieronder zien we dit proces samengevat:



Het rendement van de zonnecellen is 20% en het rendement van de motoren is 60%. De motoren leveren een gemiddeld nuttig vermogen van 8,5 kW. Wat is het vermogen dat de zon moet leveren aan de zonnecellen om op dit vermogen te kunnen werken.

b. (2p) Het vliegtuig moet ook 's nachts kunnen vliegen. Veronderstel dat de accu's helemaal vol zijn als de nacht begint. De maximale energie-inhoud van de accu's samen is 110 kWh. Bereken hoelang de accu's energie kunnen leveren aan de motoren.

c. (2p) Hieronder is weergeven hoe het vermogen van het invallend zonlicht op de zonnecellen verloopt tijdens 24 uur.



Bepaal de hoeveelheid energie die de zonnecellen binnenkrijgen tijdens deze 24 uur.

d. (3p) Is dit genoeg om het vliegtuig 24 uur te laten vliegen?
(bron: examen HAVO 2013-2)

TESTVERSIE

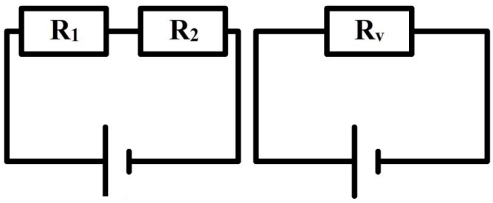
Zorg dat je kan rekenen met joule en kilowattuur

14. (2p) Leg uit wat er niet klopt aan de volgende uitspraken:
    a. “Een waterkoker zet per seconde 2000 W om”.
    b. “Een lamp heeft een vermogen van 10 W. In een minuut is het vermogen dus toegenomen tot 10 × 60 = 600 W”.
15. (3p) Reken de volgende waarden om:
    a. 7 kWh = ... J
    b. 1500 J = ... kWh
    c. 2550 J = ... Wh
16. (5p) Een wasmachine met een vermogen van 1500 W draait 2,0 uur. Bereken hoeveel elektrische energie de wasmachine in die periode verbruikt in kWh en in joule.
17. (5p) Een lampje is aangesloten op een spanningsbron van 6,0 V. Door het lampje gaat een stroomsterkte van 0,30 A. De kWh-prijs is 0,14 euro. Bereken hoeveel het kost om het lampje 4,0 dagen te laten branden.
18. (5p) Een leerling föhnt haar haar tweehonderd keer per jaar met een föhn van 800 W. Elke behandeling duurt 6 minuten. Bereken de kosten per jaar. Ga ervan uit dat de kWh-prijs 0,20 euro is.

§5 Vervangingsweerstand

In deze paragraaf gaan we leren de totale weerstand van een schakeling te bepalen. We doen dit met het concept vervangingsweerstand.

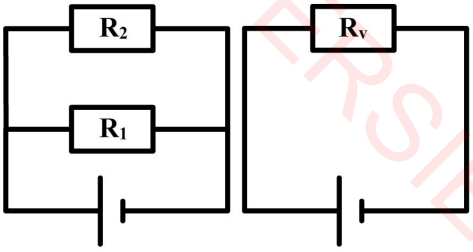
Eerder in dit hoofdstuk hebben we gelezen dat de spanningsbron zelf **geen weerstand** heeft. Toch kunnen we wel spreken van de **totale weerstand** van een schakeling. We gebruiken hiervoor het begrip **vervangingsweerstand** (**R_v**). In de onderstaande afbeelding zien we bijvoorbeeld links twee weerstanden in serie. Rechts zijn deze twee weerstanden vervangen door één vervangingsweerstand.



De vervangingsweerstand van twee weerstanden in serie is gelijk aan:

$$R_v = R_1 + R_2 \qquad \text{(serie)}$$

Ook twee parallelle onderdelen kunnen we vervangen door een vervangingsweerstand:



TESTVERSIE

In dat geval geldt:

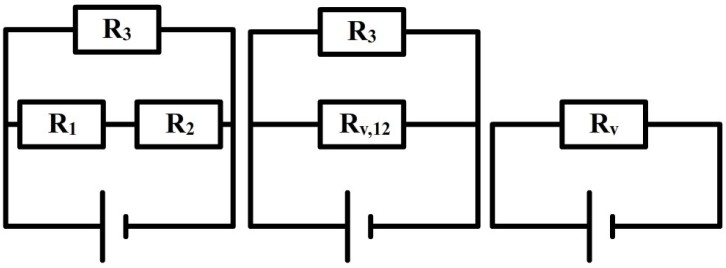
$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad \text{(parallel)}$$

Ook van gemengde schakelingen kunnen we de vervangingsweerstand uitrekenen, maar dan moeten we dit in meerdere stappen doen. Kijk bijvoorbeeld eens naar de linker onderstaande schakeling. Eerst vervangen we de twee weerstanden in serie door een vervangingsweerstand $R_{v,12}$ (zie de middelste afbeelding). Omdat deze weerstanden in serie staan, gebruiken we:

$$R_{v,12} = R_1 + R_2$$

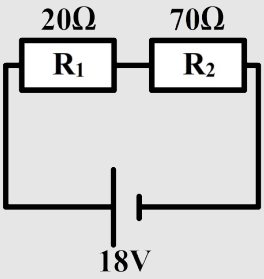
We hebben de gemengde schakeling nu vereenvoudigd tot een gewone parallelschakeling. De totale vervangingsweerstand berekenen we dan als volgt:

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{v,12}}$$



Voorbeeld

Vraag:
In een serieschakeling zijn twee weerstanden opgenomen. Eén van de weerstanden heeft een waarde van 20 Ω en de ander van 70 Ω. De spanning over de spanningsbron is 18 V. Bereken de spanning over de linker weerstand.

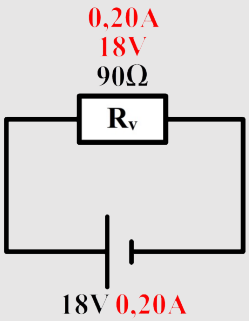


Antwoord:
Eerst berekenen we de vervangingsweerstand:

$$R_v = R_1 + R_2 = 20 + 70 = 90\ \Omega$$

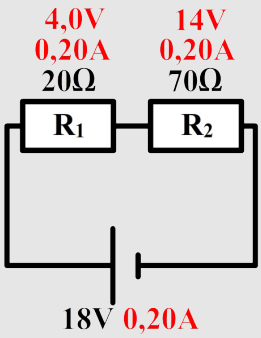
Met de vervangingsweerstand is de schakeling **simpeler** geworden (zie de schakeling rechtsboven). Als gevolg kunnen we nu de stroomsterkte van de spanningsbron uitrekenen:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{18}{90} = 0,20\ \text{A}$$



Met dit gegeven kunnen we verder gaan rekenen aan de oorspronkelijke schakeling. Omdat de stroomsterkte in een serieschakeling overal gelijk is, weten we dat de stroomsterkte door de linker weerstand ook 0,20 A is. De spanning over deze weerstand wordt dus:

$$U_1 = IR_1 = 0,20 \times 20 = 4,0\ \text{V}$$



TESTVERSIE

Omdat de spanning in het bovenstaande voorbeeld verdeelt over twee weerstanden, spreken we hier ook wel van een **spanningsdeler**. Omdat dit vaak voorkomt is het handig om het resultaat van het vorige voorbeeld sneller te kunnen vinden. De **verhouding** tussen de **linker weerstand** (20 Ω) en de **vervangingsweerstand** (90 Ω) blijkt **gelijk** aan de verhouding tussen de **linker spanning** en de **spanning over de bron**. Met een verhoudingstabel vinden we dan:

20 Ω	4 V
70 Ω	14 V
90 Ω	18 V

Merk op dat in een serieschakeling geldt dat over het onderdeel met de grootste weerstand ook de grootste spanning staat.

🛠 Voorbeeld

Vraag:
In een parallelschakeling zijn twee lampjes opgenomen. Eén van de lampjes heeft een weerstand van 20 Ω en het andere lampje heeft een weerstand van 50 Ω. Bereken de vervangingsweerstand van deze schakeling.

Antwoord:
We rekenen de vervangingsweerstand als volgt uit:

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

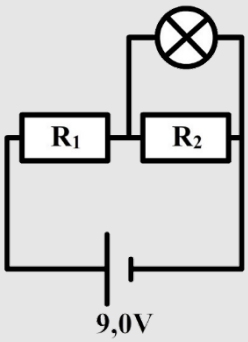
$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{20} + \frac{1}{50}$$

$$\frac{1}{R_v} = 0,05 + 0,02 = 0,07$$

$$R_v = \frac{1}{0,07} = 14\ \Omega$$

De vervangingsweerstand van de parallelschakeling is dus 14 Ω.

Zoals je kunt zien is de **vervangingsweerstand kleiner** dan de weerstanden van de componenten! Dit klinkt verrassend, maar is goed te begrijpen. Door twee parallelle weerstanden gaan namelijk meer elektronen dan door één afzonderlijke weerstand. De vervangingsweerstand laat dus meer ladingen door dan de afzonderlijke weerstanden en heeft dus een kleinere weerstand!



Vraag:
Twee weerstanden worden in serie aangesloten op een spanningsbron. Dan wordt parallel aan de rechter weerstand een extra lampje toegevoegd. Laat zien of dit ervoor zorgt dat de spanning over de rechter weerstand groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.

Antwoord:
Als we het lampje **parallel aansluiten**, dan wordt de **vervangingsweerstand** van de gehele schakeling automatisch **kleiner** (zie het vorige voorbeeld). Als gevolg wordt de **stroomsterkte** die de spanningsbron levert **groter**. Weerstand R_1 staat in serie met de spanningsbron. De stroomsterkte door de spanningsbron is dus gelijk aan de stroomsterkte door weerstand R_1. Met een vaste weerstand en een toenemende stroomsterkte vinden we met de formule $U_1 = IR_1$ dat de spanning over weerstand R_1 toeneemt.

De spanning over R_1 en R_2 tezamen moet gelijk zijn aan de spanning van de spanningsbron ($U_{bron} = U_1 + U_2$). Omdat de spanning over R_1 stijgt en de spanning van de bron gelijk blijft, moet de spanning over weerstand R_2 dalen. De spanning over weerstand R_2 wordt dus **kleiner** op het moment dat we het extra lampje parallel aansluiten.

HISTERSE

EXPERIMENT VERVANGINGS-WEERSTAND

INSTRUCTIEVIDEO VERVANGINGS-WEERSTAND

Zorg dat je kan rekenen met de vervangingsweerstand

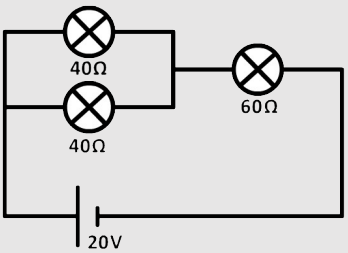
1. Ga naar deze opdracht op de website met de rechter QR-code of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.

2. Twee lampjes met een weerstand van 10 Ω worden eerst parallel en dan in serie aangesloten.

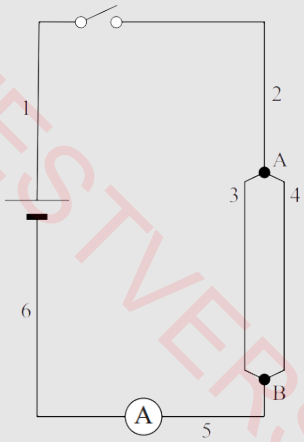
   a. (3p) Bereken in beide gevallen de vervangingsweerstand.

   b. (2p) De vervangingsweerstand in de parallelschakeling is kleiner dan de weerstanden van de lampjes. Verklaar hoe dit kan.

3. (6p) Een leerling maakt de volgende schakeling. Bereken de stroomsterkte door elk onderdeel van de schakeling.

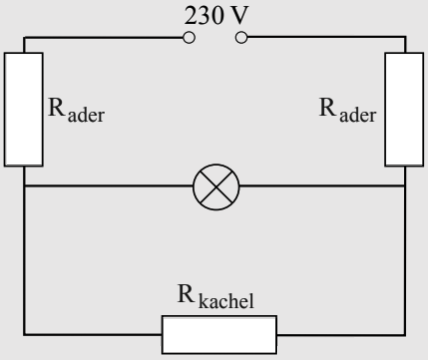


4. (3p) De leerling bouwt de schakeling zoals hieronder is weergegeven. In deze schakeling worden zes snoeren gebruikt met elk een weerstand van 0,023 Ω. De leerling wil dat de stroomsterkte door de stroommeter gelijk wordt aan 20 A.



Bereken de spanning die dan over de voeding moet staan. (bron: examen VWO 2013-2)

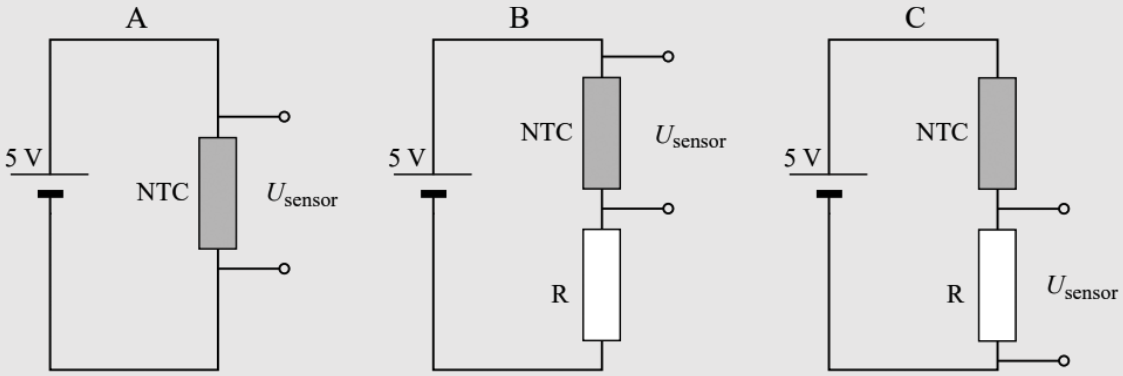
5. (5p) In de onderstaande afbeelding zien we een verlengsnoer dat om een haspel gewikkeld is. Het verlengsnoer omvat een aanvoerende en afvoerende draad. Deze worden de aders genoemd. Eerst wordt een lamp aangesloten op het verlengsnoer en daarna wordt ook een kachel parallel aangesloten op het verlengsnoer. De schakeling is hieronder weergegeven. Bij het aansluiten van de kachel blijkt de lamp iets minder fel te branden. Leg uit waarom.



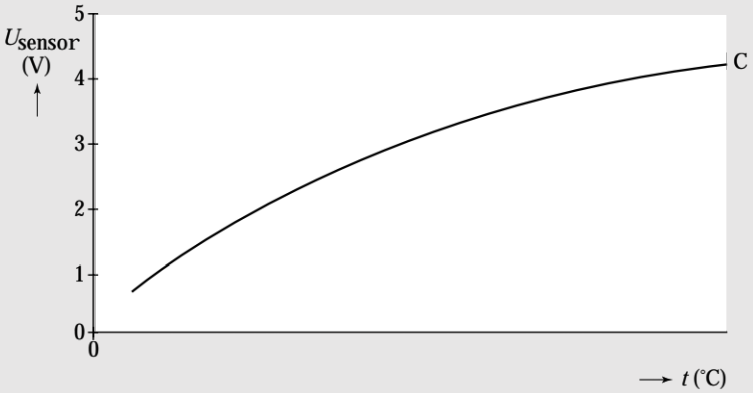
(bron: examen HAVO 2007-1)

TESTVERSIE

6. Een leerling wil zelf een temperatuursensor in elkaar zetten. Hij wil dat de sensor bij een hogere temperatuur een hogere spanning geeft. Hij bedenkt hiervoor de volgende drie schakelingen:



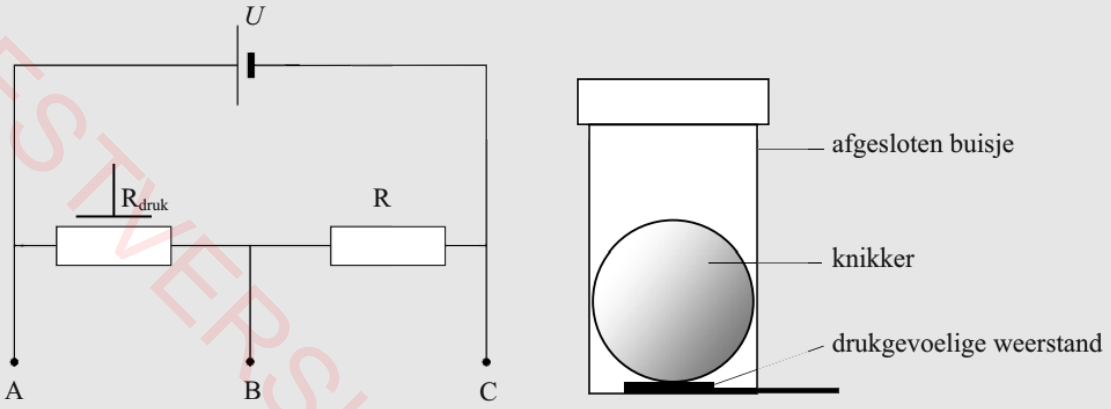
Uiteindelijk blijkt alleen schakeling C te doen wat de leerling wil. Hieronder zien we de grafiek van de sensorspanning tegen de temperatuur geschetst behorende bij deze schakeling.



a. (3p) Leg uit hoe het komt dat schakeling C bij een hogere temperatuur een hogere sensorspanning geeft.

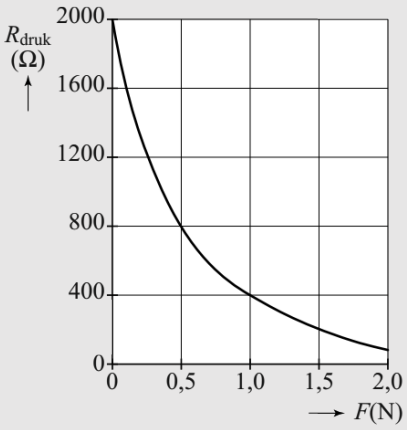
b. (2p) Schets in het bovenstaande diagram de grafieken van de sensorspanning van schakeling A en schakeling B. Licht je keuzes toe.
(bron: examen VWO 2010-1)

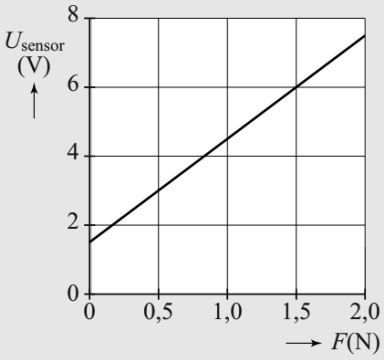
7. (VWO) Een leerling wil krachten meten in een aantal attracties in een attractiepark. Hij maakt daarvoor zelf een eenvoudige krachtsensor. De elektrische schakeling van de krachtsensor staat hieronder weergegeven. Op de druksensor ligt een knikker die bij beweging in een attractie met een bepaalde kracht tegen de drukweerstand drukt. De batterij levert een spanning van 9,0 V.



TESTVERSIE

Hieronder zien we in het linker diagram hoe de waarde van de drukweerstand afhangt van de kracht die de knikker uitoefent. In het rechter diagram zien we het verband tussen de uitgangsspanning van de sensor en de kracht.



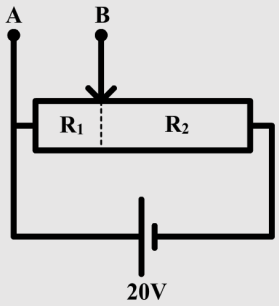


a. (3p) Laat met een beredenering zien dat de sensorspanning in het rechter diagram overeenkomt met de spanning over aansluitpunten B en C (en niet A en B).

b. (2p) Bepaal de waarde van de weerstand R in de schakeling.
(bron: examen VWO 2014-1)

Zorg dat je kan rekenen met de spanningsdeler

8. (VWO) In de onderstaande schakeling zien we een zogenaamde spanningsdeler. Dit is een schakeling waarbij we de spanning van de spanningsbron kunnen omzetten naar een lagere spanning. We gebruiken hiervoor een variabele weerstand.



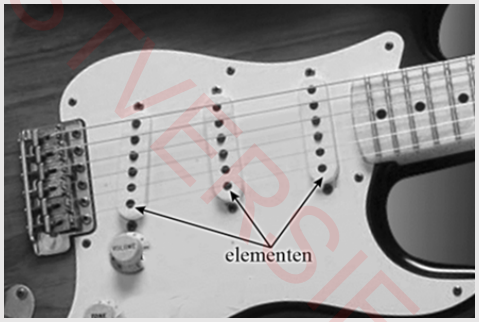
a. (2p) Beredeneer dat hoe groter deel R_1 van de variabele weerstand is, hoe groter de spanning over aansluitingen A en B moet zijn.

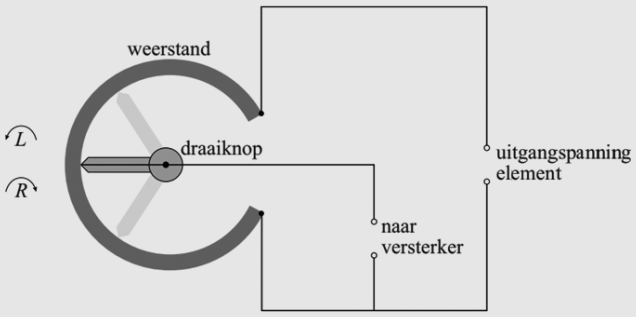
b. (3p) De spanning over aansluitingen A en B wordt gegeven door:

$$U_{AB} = \frac{U_{bron}}{R_v} R_1$$

Leid deze formule af met behulp van formules uit BINAS.

9. (VWO,2p) Op een elektrische gitaar zijn zogenaamde elementen gemonteerd die de mechanische trillingen van de snaren omzetten in elektrische trillingen. De spanning die over deze elementen ontstaat noemen we de uitgangsspanning. Deze uitgangsspanning wordt met behulp van twee draden over een variabele weerstand gezet (zie de onderstaande schakeling). Aan deze weerstand zit een knop waarmee het volume van de elektrische gitaar geregeld kan worden. Dit werkt als volgt. Door aan de knop te draaien kan de gitarist de grootte van de spanning regelen die naar de versterker (en dus naar de luidspreker) gaat. Leg uit in welke richting, linksom (L) of rechtsom (R), de knop gedraaid moet worden om het volume van de gitaar zachter te zetten.

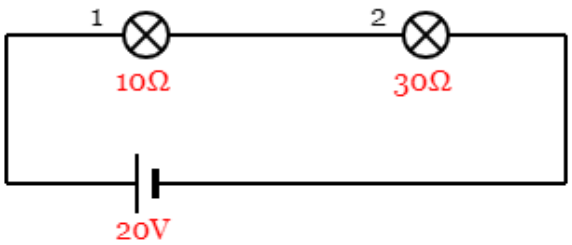




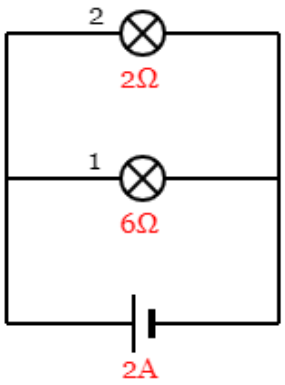
(bron: examen VWO 2019-2)

TESTVERSIE

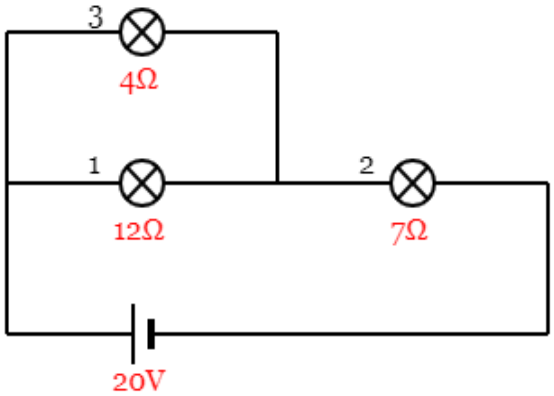
Stencil Vervangingsweerstand



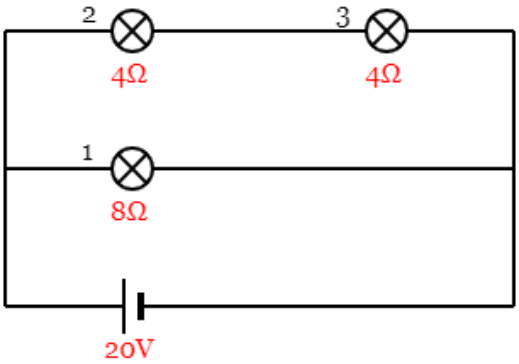
Vind de spanning en stroomsterkte op alle posities.



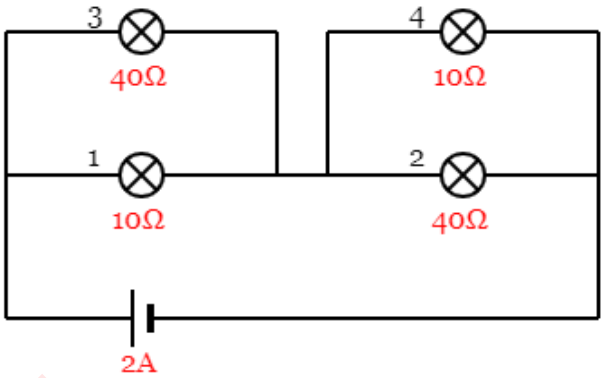
Vind de spanning en stroomsterkte op alle posities.



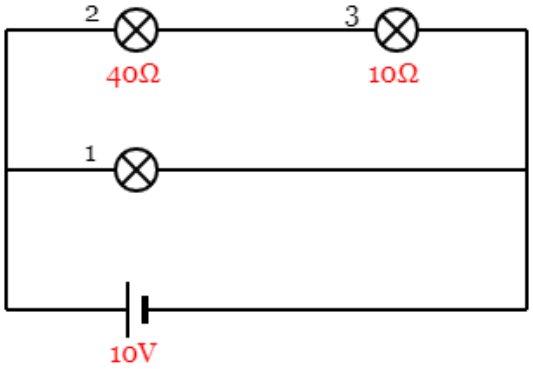
Vind de spanning en stroomsterkte op alle posities.



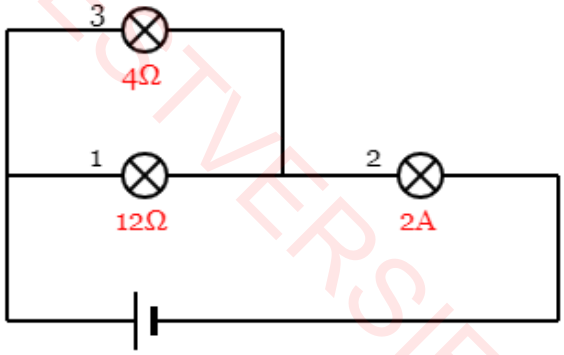
Vind de spanning en stroomsterkte op alle posities.



Vind de spanning en stroomsterkte op alle posities.



Vind de spanning en stroomsterkte op zoveel mogelijk posities.



Vind de spanning en stroomsterkte op zoveel mogelijk posities.

TEGTVERSIE

§6 Soortelijke weerstand

In deze paragraaf gaan we de weerstand van een draad bepalen.

Tot nu toe hebben we alleen gekeken naar de weerstand van lampjes, maar niet van de bedrading zelf. Dit komt omdat de weerstand van een korte draad verwaarloosbaar is ten opzichte van de weerstand van bijvoorbeeld een lampje. Als draden echter heel lang worden, dan gaat de weerstand wel een rol spelen. Denk bijvoorbeeld aan hoogspanningskabels (zie de rechter afbeelding).

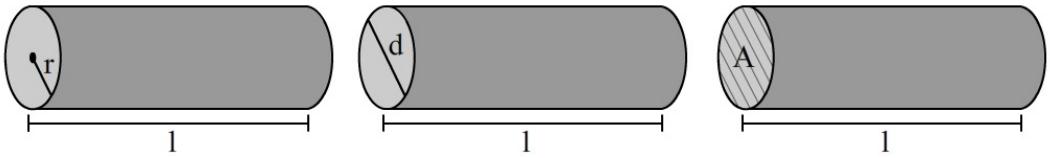
We kunnen de weerstand van een draad uitrekenen met deze formule:

$$R = \frac{\rho\, l}{A}$$

Weerstand (R)	ohm (Ω)
Soortelijke weerstand (ρ)	ohm-meter (Ωm)
Lengte (l)	meter (m)
Doorsnede (A)	vierkante meter (m^2)

De **soortelijke weerstand** (**ρ**) is een materiaaleigenschap die we voor verschillende stoffen in BINAS kunnen vinden (niet te verwarren met de dichtheid, waar we hetzelfde teken voor gebruiken!). De **doorsnede** (**A**) van de draad is het oppervlak dat je vindt als je de draad zou doorsnijden (zie de rechter onderstaande afbeelding). Met behulp van de doorsnede kan de **straal** (**r**) en de **diameter** (**d**) van de draad berekend worden met deze formules:

$A = \pi r^2$ $\qquad$ $d = 2r$



INSTRUCTIEVIDEO SOORTELIJKE WEERSTAND

Zorg dat je kan rekenen met de formule voor de soortelijke weerstand

1. (5p) Een metaaldraad met een lengte van 80 cm en een diameter van 2,19 mm heeft een weerstand van 9,1 mΩ. Laat met een berekening zien van welk metaal deze draad gemaakt is.
2. (4p) Een constantaandraad heeft een lengte van 5,0 m en een diameter van 0,20 mm. Bereken de weerstand van de draad.
3. (7p) Een elektrische boiler is aangesloten op de netspanning. Het verwarmingselement van de boiler is gemaakt van nichroomdraad met een lengte van 45 m en een diameter van 0,89 mm. Bereken hoeveel kWh aan elektrische energie er in de boiler verbruikt wordt als deze 5,0 uur aan staat.
4. (4p) Een gloeidraad van een gloeilamp is gemaakt van wolfraam. De weerstand bij kamertemperatuur van deze draad is 70 Ω. De lengte van de draad is 45 cm. Bereken de diameter van de draad in micrometer.
5. (5p) In een tl-buis loopt een stroom door een gas. De inwendige diameter van de buis is 8,5 mm en de lengte is 40 cm. Het vermogen van de buis is 9,0 W en de buis is aangesloten op de netspanning. Bereken de soortelijke weerstand van het gas.

TEGENVERSIE

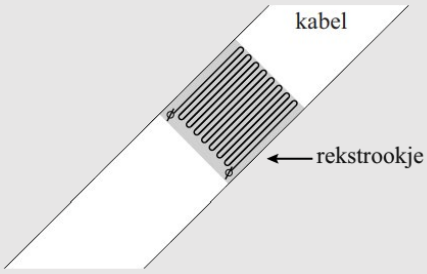
Zorg dat je kan redeneren met de formule voor de soortelijke weerstand

6. (1p) Beredeneer wat er gebeurt met de weerstand van een draad als de draad 2,0× zo lang wordt.

7. (2p) Beredeneer wat er gebeurt met de weerstand van een draad als de draad 2,0× zo dik wordt.

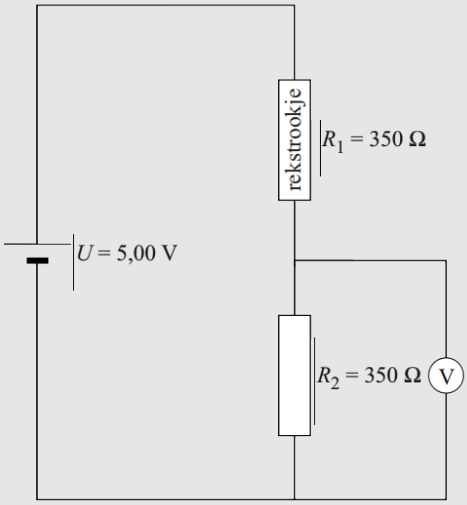
8. (1p) Beredeneer wat er gebeurt met de soortelijke weerstand van een draad als de draad 2,0× zo dik wordt.

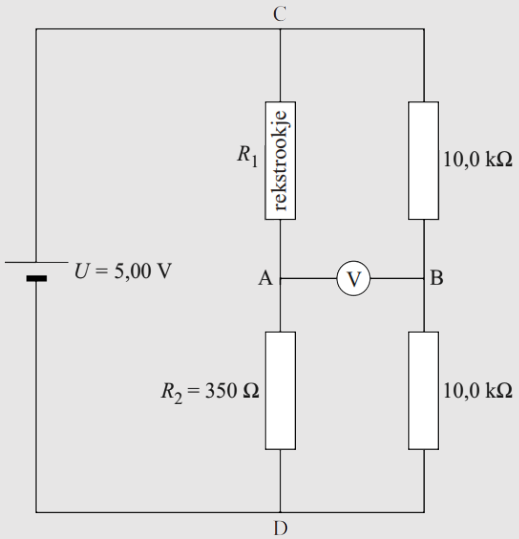
9. (VWO) Om te controleren of een brug niet te zwaar belast wordt, maakt men gebruik van sensoren. In zo'n sensor zit een zogenoemd rekstrookje, dat op een kabel van de brug is geplakt. In zo'n rekstrookje is een lange, dunne constantaandraad verwerkt. Deze draad heeft een weerstand van 350 Ω.



a. (3p) Als er veel verkeer op de brug is, rekt de kabel een beetje uit en hierdoor verandert de weerstand van het rekstrookje. Door deze weerstandsverandering te meten, weet men of de kabel te veel uitrekt. Als het strookje uitrekt, wordt de weerstand van de constantaandraad groter. Geef twee redenen hiervoor.

b. (5p) De weerstandsverandering van het rekstrookje kan bepaald worden met de schakeling die linksonder is afgebeeld. Als de weerstand van het rekstrookje 1,0 Ω groter wordt, verandert de spanning die de spanningsmeter aangeeft minder dan een half procent. Toon dat aan.





c. (3p) Dit is een erg kleine verandering. Om de weerstandsverandering beter te meten, wordt de rechter schakeling gebruikt. Als het rekstrookje niet is uitgerekt, geeft de spanningsmeter 0,000 V aan. Leg dit uit.

d. (2p) Bereken welke spanning de voltmeter in deze schakeling aangeeft als we de weerstand van het rekstokje met 1,0 Ω vergroten.
(bron: examen VWO 2012-2)

TESTVERSIE

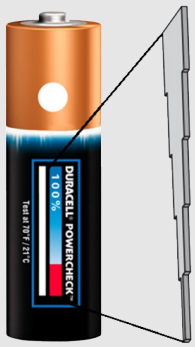
10. De spanning van een batterij van 1,5 V zakt langzaam naarmate de batterij verder leeg raakt. Op sommige batterijen zit daarom een tester om te zien hoe “vol” de batterij nog is. De tester bestaat uit een geleidende strip metaal met temperatuurgevoelige verf. Als je met twee vingers op de tester drukt, maakt het contact met beide polen van de batterij. Doordat er dan een stroom door de tester loopt, wordt deze warm. Hierdoor verkleurt de temperatuurgevoelige verf. In de onderstaande afbeelding is de strip schematisch weergegeven. We kunnen ons de strip voorstellen als vijf strookjes metaal die overal even dik zijn maar sprongsgewijs breder worden.

    Het dunste deel is 1,0 mm breed en heeft een weerstand van 1,3 Ω. De volgende strookjes zijn achtereenvolgens 2,0 mm, 3,0 mm, 4,0 mm en 5,0 mm breed.

    a. (4p) Bereken de weerstand van de gehele strip.

    b. (3p) Als de batterij niet helemaal vol is, kleurt de strip aan de ene kant lichter dan aan de andere kant. Aan de ene kant van de strip is de temperatuur kennelijk hoger dan aan de andere. Leg uit of de temperatuur aan de smalle of aan de brede kant van de strip het hoogst wordt.

    c. (4p) De fabrikant wil het ontwerp van de tester aanpassen, zodat deze geschikt wordt voor een batterij van 9,0 V. De fabrikant wil dezelfde temperatuurgevoelige verf blijven gebruiken, maar kan wel de strip aanpassen. Noem twee manieren waarop dit gedaan kan worden. (bron: examen VWO 2011-1)



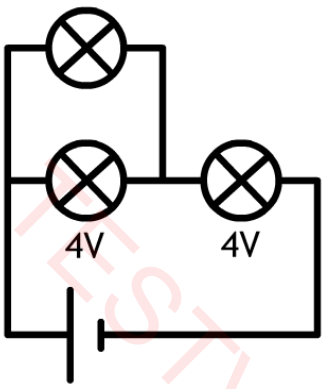
§7 Oefentoets

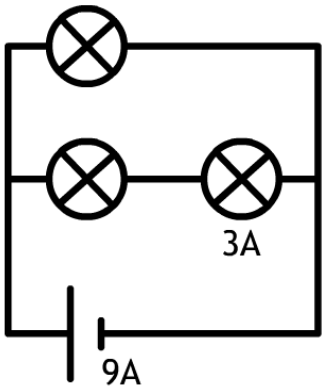
Schakelingen

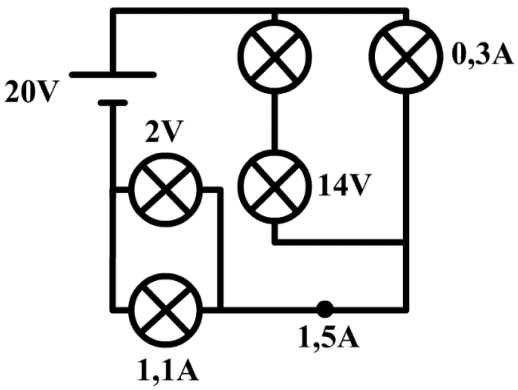
1 (2p) Noteer in de linker onderstaande afbeelding de spanning van de spanningsbron en de spanning van de bovenste lamp.

2 (2p) Noteer in de middelste afbeelding de stroomsterkte van de linker twee lampen.

3 (6p) Noteer in de rechter afbeelding bij alle lampjes de stroomsterkte en de spanning.

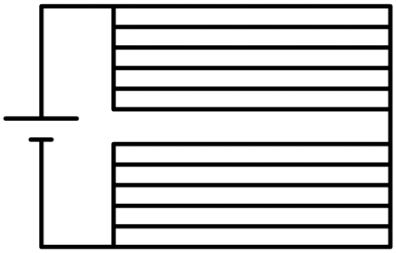






TESTVERSIE

Elektrische deken
In een elektrische deken zit de rechter schakeling bestaande uit een spanningsbron van 12,0 V en twaalf draden van nikkel die elk een lengte hebben van 2,0 m en een diameter van 0,1 mm. Deze draden warmen op als de stekker van de deken in het stopcontact wordt gestopt.

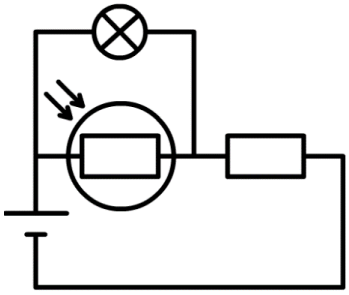


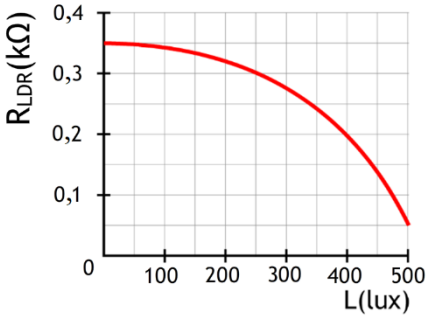
4 (1p) Bereken de spanning over één van de draden.
5 (5p) Bereken de vervangingsweerstand van de deken. Je mag de weerstand van de aansluitingsdraden verwaarlozen.
6 (2p) De draden mogen niet alsmaar warmer worden. Leg uit of de draden van NTC- of PTC-materiaal gemaakt moet zijn om dit te voorkomen.

Gloeilamp versus spaarlamp
Een gloeilamp van 75 W kost 0,90 euro en gaat 1000 uur mee. Een spaarlamp van 15 W geeft evenveel licht, kost 7,00 euro en gaat 8000 uur mee. De kWh-prijs is 0,15 euro.

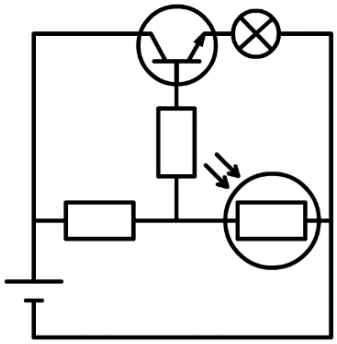
7 (5p) Bereken hoeveel euro je bespaart in 8000 uur als je een gloeilamp vervangt door een spaarlamp.
8 (2p) Gloeilamp is aangesloten aan de netspanning. Bereken de weerstand van deze lamp.

De LDR
Een persoon wil een schakeling bouwen waarmee zijn buitenlamp automatisch aangaat als het donker is. Hieronder is de schakeling te zien. De weerstand met een cirkel er omheen is een LDR. Over de spanningsbron staat een spanning van 25 V, de buitenlamp heeft een weerstand van 200 Ω en de vaste weerstand heeft een weerstand van 100 Ω. In het rechter diagram is de relatie te zien tussen de lichtsterkte die op de LDR valt en de weerstand van de LDR.





9 (6p) Laat met een berekening zien dat de lamp gaat branden als er geen licht op de LDR valt. Neem aan dat de lamp zichtbaar gaat branden als er een spanning over staat groter dan 10 V.
10 (VWO,3p) Leg uit dat de schakeling niet werkt zonder de vaste weerstand.

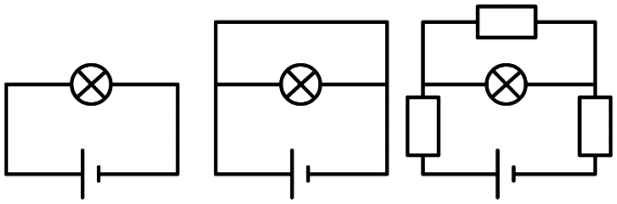


Nadeel van dit ontwerp is dat de lamp ook overdag energie blijft gebruiken (ook al brandt de lamp dan niet zichtbaar). Een oplossing voor dit probleem is de rechter schakeling. In deze schakeling is een zogenaamde transistor opgenomen. Een transistor is een automatische schakelaar die stroom doorlaat door de bovenste stroomkring op het moment dat er genoeg stroom van onderaf de transistor in stroomt.

11 (VWO,4p) Leg uit dat de lamp gaat branden als het donker wordt.

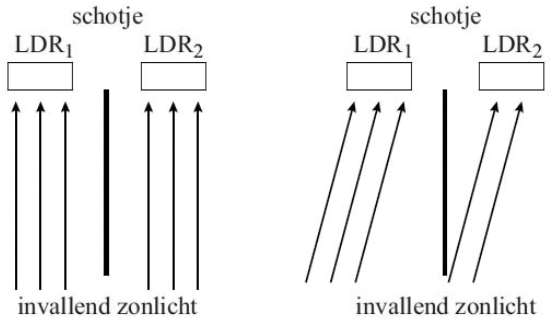
TESTVERSIE

Kortsluiting
In de onderstaande linker schakeling zien we een lampje dat is aangesloten op een spanningbron. In de middelste afbeelding hebben we een draad parallel aan de lamp toegevoegd. Als gevolg valt de lamp uit. Dat dit gebeurt kunnen we begrijpen als we de weerstand van de draden beschouwen. In de rechter afbeeldingen hebben we de draden expliciet als weerstanden afgebeeld.

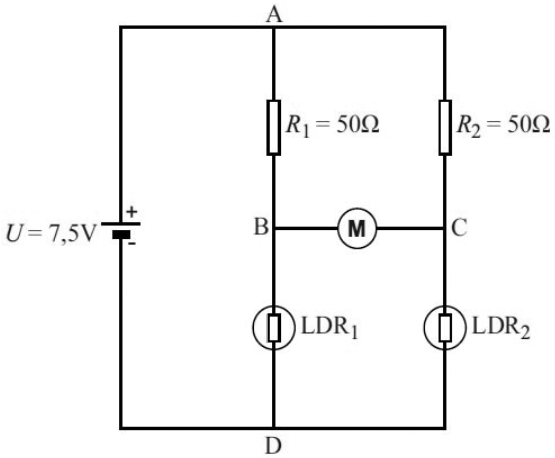


12 (VWO,5p) Beredeneer dat de lamp uit gaat als we de parallelle draad toevoegen.
13 (HAVO,5p) Beredeneer dat de lamp uit gaat als we de parallelle draad toevoegen. Doe dit door achtereenvolgend te bespreken hoe de volgende grootheden veranderen:
- de vervangingsweerstand
- de stroomsterkte door linker en rechter weerstand
- de spanning over de linker en rechter weerstand
- de spanning over de lamp
- het vermogen van de lamp

Het zonvolgsysteem
(VWO) Een leerling heeft een zonvolgsysteem gemaakt. Dit is een opstelling met een zonnepaneel dat meedraait met de zon, zodat het zonnepaneel steeds loodrecht op de invallende zonnestralen staat. Het zonvolgsysteem bevat onder andere twee dezelfde LDR's met daartussen een schotje. Als de zon niet recht boven de twee LDR's staat, valt er een schaduw van het schotje op één van de twee LDR's. Dit is in de onderstaande afbeelding schematisch weergegeven:



De leerling plaatst de twee LDR's in de rechter schakeling met een elektromotor die de opstelling kan laten draaien.



14 (3p) Leg uit dat de motor niet werkt als er evenveel licht op beide sensoren valt.

15 (4p) Na een tijdje is de zon een beetje gedraaid en valt er een schaduw over LDR_2. Hierdoor neemt de weerstand van de LDR toe. Leg uit of de stroom gaat lopen van punt B naar C of van punt C naar B.
(bron: examen VWO 2017-1)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
8-12	Soortelijke weerstand
7	Elektronlading
5	Kilowattuur

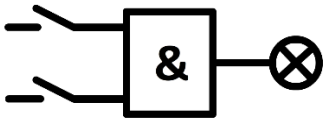
TEST VERSIE

Hoofdstuk 8
Het Systeembord (keuzemodule HAVO)

§1 De EN-poort, de OF-poort en de invertor

In dit hoofdstuk gaan we leren werken met het systeembord. Op dit bord zitten een aantal elektrische elementen waarmee we automatische systemen kunnen maken. Het werkt het best als je een systeembord bij de hand hebt tijdens het lezen van dit hoofdstuk, zodat je de theorie meteen kan toepassen. In deze paragraaf introduceren we de EN-poort, de OF-poort, de invertor en de pulsengenerator.

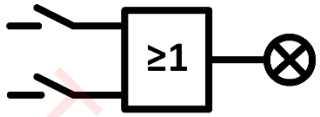
Laten we simpel beginnen. Op het **systeembord** zijn twee **drukknoppen** te vinden (zoek ze even op). Sluit deze drukknoppen aan op de twee **ingangen** van de **EN-poort** (aangegeven met het &-teken) en sluit de **uitgang** van de EN-poort aan op een **LED-lampje** (zie de onderstaande afbeelding). We hebben nu een systeem gemaakt waarbij het lampje aangaat wanneer **beide knoppen** ingedrukt zijn. Merk op dat het lijkt alsof de stroomkring niet gesloten is. Dit is slechts schijn, want met de elektronica onder het systeembord wordt wel degelijk elke stroomkring gesloten.



Wat gebeurt er precies bij dit systeem? Als een knop **niet** is ingedrukt, dan staat er op de uitgang van deze knop een spanning van **0,0 V**. Als een knop **wel** is ingedrukt, dan staat er op de uitgang een spanning van **5,0 V**. Omdat er slechts twee opties zijn—0,0 V of 5,0 V—spreken we hier van een **binaire** waarde ("bi" betekent twee). We noemen deze twee opties ook wel "**0**" en "**1**". Als op beide ingangen van de EN-poort een "1" staat, dan geeft de uitgang van de EN-poort ook een "1". Deze "1" zorgt er dan voor dat het lampje gaat branden. In de volgende tabel is de werking van een EN-poort samengevat:

Ingang 1	Ingang 2	Uitgang
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Een soortgelijk element is de **OF-poort**. Als we het onderstaande systeem maken, dan gaat het lampje aan als **één of beide knoppen** worden ingedrukt.

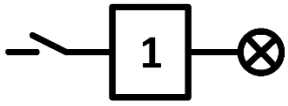


In binaire code kunnen we de werking van de OF-poort als volgt weergeven:

Ingang 1	Ingang 2	Uitgang
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

TESTVERSIE

Het onderstaande element noemen we een **invertor**. De invertor maakt van een “0” op de ingang een “1” op de uitgang en andersom. In dit geval gaat het lampje dus juist **aan** als de knop **niet** is ingedrukt en **uit** als de knop **wel** is ingedrukt.



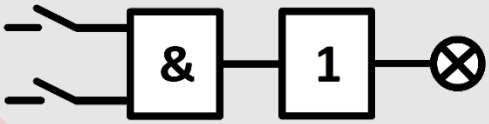
Er geldt dus:

Ingang	Uitgang
0	1
1	0

In de onderstaande afbeelding hebben we de **pulsgenerator** aangesloten op een LED-lamp. De pulsenteller gaat met een handmatig in te stellen **frequentie** aan en uit. De frequentie wordt gemeten in **hertz** (**Hz**) en dit staat voor het **aantal pulsen per seconde**. Bij een puls geeft de uitgang van de pulsenteller een “1”. Tussen de pulsen in is de waarde “0”.

Zorg dat je automatische systemen met een EN-poort, OF-poort, een invertor en een pulsengenerator kan beschrijven en ontwerpen

1. (1p) Ontwerp een systeem waar een LED-lamp aan gaat als je één van beide of allebei de knoppen indrukt.
2. (2p) Ontwerp een systeem waar een LED-lamp **uit** gaat als je beide knoppen indrukt.
3. (2p) Ontwerp een systeem waar een LED-lamp gaat knipperen met een frequentie van 2,0 Hz wanneer je een knop ingedrukt houdt.
4. (2p) Ontwerp een systeem waar een LED-lamp elke vijf seconden knippert.
5. (3p) Ontwerp een systeem waar een LED-lamp 1× per seconde gaat knipperen als je één van beide of allebei de knoppen ingedrukt houdt.
6. (3p) Ontwerp een systeem dat stopt met knipperen als je een knop indrukt.
7. (4p) Vul de onderstaande tabel aan voor de twee ingangen en de uitgang van het volgende systeem:



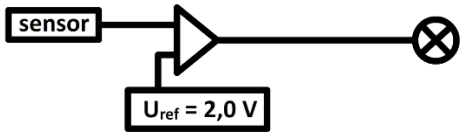
Ingang 1	Ingang 2	Uitgang
0	0	...
0	1	...
1	0	...
1	1	...

TESTVERSIE

§2 De comparator

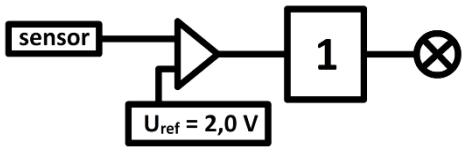
In deze paragraaf voegen we de comparator toe aan onze systemen. Hiermee gaan we leren om een analoog signaal om te zetten in een digitaal signaal.

In de onderstaande afbeelding is een zogenaamde **comparator** weergegeven. Op de ingang van de comparator sluiten we een **sensor** of een **variabele spanning** aan. Een sensor is een **meetinstrument** waarbij de meetwaarde wordt omgezet naar een bepaalde **uitgangsspanning**. Er bestaan bijvoorbeeld **temperatuursensoren**, **lichtsensoren**, **geluid-sensoren**, etc. De uitgangsspanning van een variabele spanning kunnen we zelf met een draaiknop instellen. De comparator kunnen we instellen op een bepaalde **referentiespanning**. Als de **ingangsspanning hoger** is dan de referentiespanning, dan geeft de uitgang van de comparator een "**1**" en anders een "**0**". In het onderstaande voorbeeld geeft een spanning onder de 2,0 V een "0" en een spanning boven de 2,0 V een "1".



Met een comparator wordt een **analoog signaal omgezet** in een **digitaal signaal**. Het analoge signaal kan **elke spanning** aannemen tussen de 0,0 V en de 5,0 V. Bij een digitaal signaal kan de spanning slechts een **eindig aantal specifieke waarden** aannemen. In dit geval kan de uitgangsspanning slechts twee waarden aannemen: een "0" of een "1".

We kunnen de comparator ook combineren met een invertor. In dat geval gaat het lampje branden als de sensorspanning **onder de referentiespanning** zit.



Zorg dat je automatische systemen met een comparator kan beschrijven en ontwerpen

1. (1p) Een comparator zet een analoog signaal om naar een digitaal signaal. Geef in de onderstaande tabel aan wat het uitgangssignaal is bij verschillende ingangsspanningen. Ga uit van een referentiespanning van 2,8 V:

Ingangsspanning	1,0 V	2,0 V	3,0 V	4,0 V	5,0 V
Uitgangssignaal	...	...	...	...	...

2. (1p) Een leerling bouwt een systeem waarbij een airco automatisch aangaat als de uitgangsspanning van de temperatuursensor boven de 4,0 V komt. Ontwerp dit systeem.
3. (2p) Een persoon bouwt een systeem waarbij een verwarming automatisch aangaat als de uitgangsspanning van de temperatuursensor onder de 1,5 V komt. Ontwerp dit systeem.
4. (3p) Een onderzoeker bouwt een systeem waarbij een alarm afgaat als de uitgangsspanning van de bloeddrukmeter onder de 3,5 V daalt of als de patiënt een noodknop indrukt. Ontwerp dit systeem.
5. (3p) Ontwerp een systeem waarbij een LED-lamp aangaat als er een geluid wordt gemaakt van boven de 30 dB en onder de 50 dB. Bij een geluidsterkte van 30 dB heeft de geluidsensor een uitgangsspanning van 1,0 V en bij de 50 dB heeft het een uitgangsspanning van 2,5 V.
6. (3p) Als de temperatuur van het aquarium onder de 18 °C komt of als de temperatuur boven de 23 °C komt, moet een waarschuwingslamp gaan branden. Ontwerp dit systeem. Bij een temperatuur van 18 °C is de uitgangsspanning van de temperatuursensor gelijk aan 3,5 V en bij 23 °C heeft het een uitgangsspanning van 4,5 V.

TEN VERGE

§3 De geheugencel

In deze paragraaf voegen we de geheugencel toe aan onze automatische systemen.

Het volgende element dat we gaan bestuderen is de **geheugencel**. Een geheugencel heeft twee ingangen genaamd "**set**" en "**reset**". Als er kortstondig een "**1**" op de "**set**" komt te staan, dan **blijft** de uitgang van de geheugencel een "**1**" geven, ook als de "1" op de ingang inmiddels in een "0" is veranderd. De enige manier om de geheugencel **uit** te zetten is door een "**1**" op de "**reset**" te zetten. In dat geval wordt het uitgangssignaal weer "0".

De werking van de geheugencel is gemakkelijk te begrijpen met een voorbeeldje. In het onderstaande voorbeeld gaat met een kortstondige druk op de bovenste knop een lamp aan. Deze lamp blijft branden, ook als je de knop loslaat. De lamp gaat pas uit als je de onderste knop indrukt.

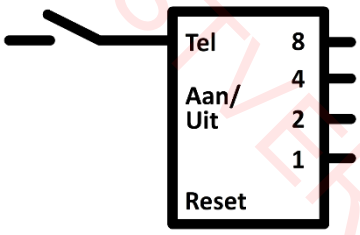
Zorg dat je automatische systemen met een geheugencel kan beschrijven en ontwerpen

1. (2p) Een leerling maakt een systeem waarbij een lamp blijvend aangaat als er twee knoppen tegelijk worden ingedrukt.
2. (3p) Als de lichtsensor een spanning levert van onder de 3,0 V gaat er blijvend een lampje branden. Alleen met een aparte knop kan dit lampje weer uitgezet worden. Ontwerp dit systeem.
3. (5p) In een vergaderzaal in de Tweede Kamer geeft de voorzitter telkens één persoon het woord door zijn of haar microfoon aan te zetten. De andere microfoons moeten dan worden uitgezet. Ontwerp dit systeem. Ga eerst uit van slechts twee microfoons. Probeer daarna het systeem te ontwerpen met drie microfoons (je mag er nu vanuit gaan dat elke geheugencel twee resetingangen heeft).

§4 De teller

In deze paragraaf voegen we de teller toe. Zoals het woord al zegt, kunnen we hier ons elektrisch systeem mee laten tellen. Dit doen we met behulp van binaire getallen.

Het laatste element dat we gaan toevoegen is de **teller**. Als we een drukknop aansluiten op de "**tel**"-ingang (zie de onderstaande afbeelding), dan gaat het systeem **tellen** elke keer als we op de knop drukken. De getallen worden weergegeven door middel van een serie **enen** en **nullen** bij de **rechter vier uitgangen**. Stel dat we bijvoorbeeld zes keer op de knop hebben gedrukt, kan komt er een "1" te staan over uitgang "4" en "2" (want 4 + 2 = 6). De andere uitgangen staan dan op nul.



TESTVERSIE

Dit lijkt misschien een merkwaardige manier van tellen, maar er zit een idee achter. Om dit goed te begrijpen, bestuderen we eerst hoe we normaalgesproken tellen. In het dagelijks leven gebruiken we bij tellen het **decimale stelsel**. Dit werkt als volgt. Als we een getal nemen als “1362”, dan staat het meest rechtse getal voor “2”, het tweede getal van rechts voor “60”, het derde getal van rechts voor “300” en het vierde getal voor “1000”. De getallen in “1362” moeten we dus van rechts naar links vermenigvuldigen met **1**, **10**, **100** en **1000**. Deze reeks kunnen we ook schrijven als $\mathbf{10^0}$, $\mathbf{10^1}$, $\mathbf{10^2}$, $\mathbf{10^3}$ (zie de onderstaande linker tabel).

Waar we in **decimale getallen** wel **tien** verschillende cijfers kennen (0,1,2,3,4,5,6,7,8 en 9), hebben we er bij **binaire getallen** maar **twee** (0 en 1). Een **binair getal** bestaat dus uit een **aantal nullen en enen**. Elke 0 of 1 in deze reeks wordt een **bit** genoemd. Een getal van één bit kan maar twee waarden aannemen (0 of 1). Een getal van twee bit kan vier waarden aannemen (00, 01, 10, 11). Een getal van drie bit kan wel acht waarden aannemen (000 001 010 011 100 101 110 111). Etc. Het blijkt dat een getal van **n bit**, $\mathbf{2^n}$ **waarden** kan aannemen. Een getal van 3 bit kan dus $2^3 = 8$ waarden aannemen. Een getal van 4-bit kan $2^4 = 16$ waarden aannemen.

Maar nu is de vraag welke combinatie van enen en nullen hoort bij welk getal. Dit kunnen we achterhalen door de binaire getallen van rechts naar links te vermenigvuldigen met **1**, **2**, **4**, **8** etc. Deze reeks kunnen we ook schrijven als $\mathbf{2^0}$, $\mathbf{2^1}$, $\mathbf{2^2}$, $\mathbf{2^3}$ (zie de onderstaande rechter tabel). Het binaire getal “1010” komt dus overeen met het decimale getal 8 + 2 = 10.

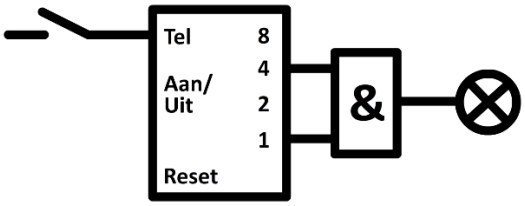
10^3	10^2	10^1	10^0
1000	100	10	1
1	3	6	2

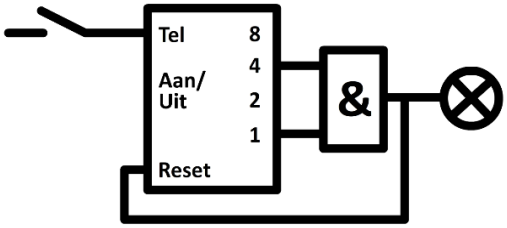
= 1000 + 300 + 60 + 2 = 1362

2^3	2^2	2^1	2^0
8	4	2	1
1	0	1	0

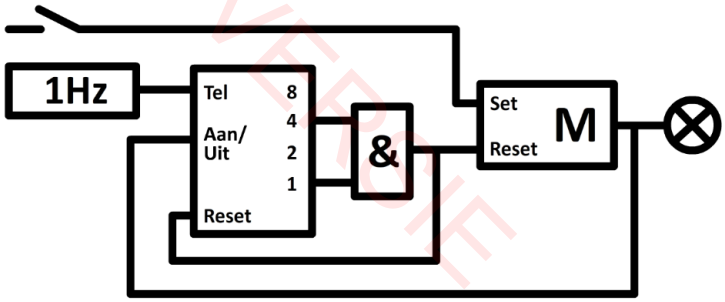
= 8 + 0 + 2 + 0 = 10

Nu terug naar de teller. Stel we willen een apparaat ontwerpen waarmee een lamp aangaat elke vijfde keer dat je een knop indrukt. In dat geval moeten we in ieder geval een EN-poort aansluiten op de “4” en de “1” uitgang (zie de onderstaande linker afbeelding). Er is wel nog een probleem met dit ontwerp. De lamp gaat nu namelijk ook aan bij “0111” (7), “1101” (13) en “1111” (15), want ook in deze gevallen vinden we een “1” bij uitgang “4” en “1”. We kunnen dit probleem oplossen door de teller direct te **resetten** op het moment dat de lamp aangaat. De “**reset**”-knop zorgt ervoor dat de teller weer terugspringt naar “0000” (0) (zie de onderstaande rechter afbeelding).



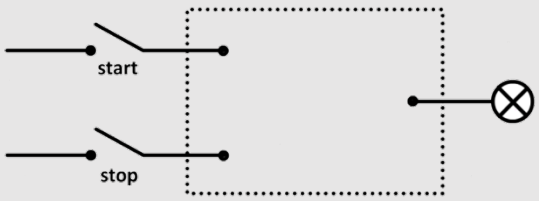


Als laatste bespreken we de “**aan/uit**”-ingang van de teller. Als er een stekker in deze poort zit, dan gaat de teller **alleen tellen** als er een “**1**” staat op deze ingang. In de volgende afbeelding is dit toegepast. We zien hier een lamp die blijvend aangaat door een knop in te drukken. Als de lamp aangaat, dan wordt ook een “1” naar de "aan/uit"-knop van de teller gestuurd. Ondertussen geeft een pulsengenerator elke seconde een “1” aan de teller. Nu de teller aanstaat, zorgen deze pulsen ervoor dat er geteld wordt. Na vijf seconden staat er een “1” op uitgang “1” en “4” en hierdoor wordt de teller en de geheugencel gereset, zodat de lamp weer uit gaat en de teller weer op “0000” komt te staan.

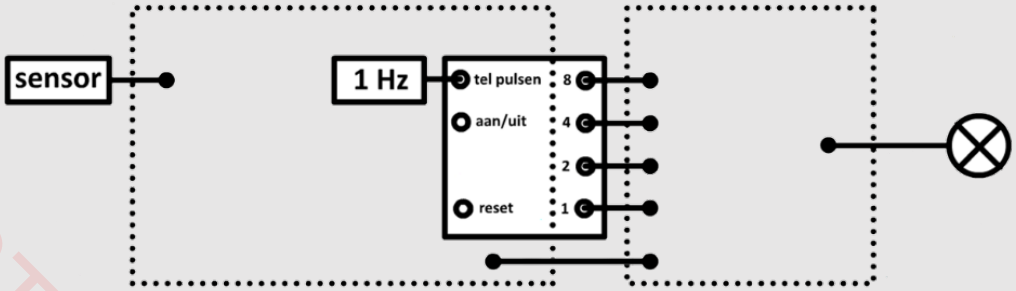


Zorg dat je automatische systemen met een teller kan beschrijven en ontwerpen en zorg dat je kan rekenen met binaire getallen.

1. (3p) Schrijf de volgende binaire getallen om naar decimale getallen:
   a. 10
   b. 1111
   c. 110110
2. (4p) Schrijf de volgende decimale getallen om naar 4-bit binaire getallen:
   a. 0
   b. 5
   c. 7
   d. 14
3. (3p) Ontwerp een systeem waarbij een lamp aangaat elke tiende keer dat je een knop indrukt.
4. (4p) Ontwerp een systeem waarbij een lamp na het indrukken van een knop 1,0 minuut aan blijft en daarna automatisch uit gaat. Gebruik hiervoor een 4-bit teller en een pulsengenerator met een frequentie van 0,1 Hz.
5. De buurman heeft een nieuwe automatische garagedeur. Het systeem wordt in werking gezet als de buurman in de garage een startknop kort indrukt en hij kan het systeem onderbreken als hij een stopknop kort indrukt. In het volgende systeem vervangen we de garagedeur door een lamp.
   a. (1p) Teken binnen de stippellijnen hoe dit systeem werkt.



   b. (5p) Er is ook nog een tweede mogelijkheid om de garagedeur in werking te zetten. De buurman kan de deur ook open krijgen door drie seconden een knop op de autosleutel in te drukken. Een antenne ontvangt gedurende deze drie seconden een gecodeerd radiosignaal, waarna het openen van de deur in werking wordt gezet. Om ruis in het signaal te voorkomen registreert de antenne alleen signalen waarbij de uitgangsspanning boven de 0,8 V komt. Teken binnen de stippellijnen hoe dit systeem werkt. Zorg dat de teller na gebruik weer reset.



TESTVERSIE

Hoofdstuk 9
Deeltjesmodel

§1 Temperatuur

In dit hoofdstuk gaan we een aantal materiaaleigenschappen bestuderen aan de hand van de beweging van de deeltjes waaruit materie bestaat. In deze paragraaf gaan we leren over temperatuur.

Veel fenomenen in de wereld om ons heen zijn te verklaren aan de hand van de **beweging van de atomen** waaruit materie is opgebouwd. We noemen deze methode om de wereld te begrijpen het **deeltjesmodel**. Neem bijvoorbeeld de **temperatuur**. De temperatuur wordt veroorzaakt door de beweging van de deeltjes waaruit het materiaal bestaat. Hoe **sneller de atomen** in een voorwerp **bewegen**, hoe **hoger de temperatuur**. Andersom geldt ook dat hoe langzamer de atomen bewegen, hoe lager de temperatuur wordt. Als we een voorwerp blijven afkoelen, dan komt er een moment dat alle atomen **stil staan**. Dit gebeurt bij **-273 °C**. Op dat moment is de allerlaagste temperatuur bereikt. We noemen deze temperatuur het **absolute nulpunt**. Het is niet mogelijk dat een materiaal nog kouder wordt, want de atomen staan op dit moment immers al helemaal stil. Sinds de ontdekking van het absolute nulpunt wordt ook vaak een andere eenheid voor de temperatuur gebruikt: de **kelvin** (**K**). Bij deze schaal is ervoor gekozen om het absolute nulpunt 0 K te noemen. Er geldt dus:

EXPERIMENT TEMPERATUUR DEELTJESMODEL

$$0\ \mathrm{K} = -273\ ^\circ\mathrm{C}$$

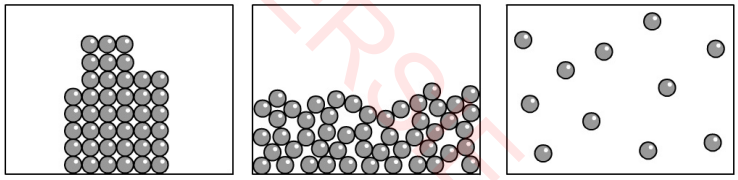
Het handige van deze schaal is dat de temperatuur in kelvin altijd positief is. Het kan immers niet kouder worden dan 0 K. Een ander voordeel is dat formules vaak simpeler worden als we gebruik maken van kelvin. Om deze redenen is de kelvin de **SI-eenheid** voor de temperatuur. We rekenen kelvin en graden Celsius als volgt in elkaar om:

$$T(K) = T(^\circ\mathrm{C}) + 273$$

T(K) staat voor de temperatuur in kelvin. T(°C) staat voor de temperatuur in graden Celsius.

Met het deeltjesmodel kunnen we ook meteen begrijpen waarom stoffen **uitzetten** als we de temperatuur verhogen en **krimpen** als we de temperatuur verlagen. Als we de temperatuur van bijvoorbeeld een stuk metaal verhogen, dan gaan de deeltjes in dit metaal sneller trillen. Door dit trillen duwt elke atoom de omliggende atomen een beetje weg. Het materiaal neemt op deze manier meer ruimte in. Dit principe wordt bijvoorbeeld gebruikt in een traditionele **thermometer**. Een veelgebruikte thermometer bestaat uit een dun buisje met daarin gekleurde alcohol. Als de alcohol warmer wordt, dan zet het uit, waardoor het alcoholniveau stijgt. Als de alcohol afkoelt, dan krimpt het, waardoor het alcoholniveau weer daalt.

Ook de drie **fasen** van stoffen kunnen we met het deeltjesmodel begrijpen. Hieronder zien we de drie fasen op atomair niveau afgebeeld. In de onderstaande linker afbeelding is een **vaste stof** op atomair niveau afgebeeld. De atomen in een vaste stof zitten op een vaste plaats en kunnen op deze plaats alleen een beetje heen en weer trillen. Alleen bij 0 K staan de deeltjes helemaal stil. Bij een **vloeistof** zitten de atomen nog steeds tegen elkaar aan, maar hebben ze geen vaste plek meer. Ze kunnen nu vrij **langs elkaar** heen bewegen (zie de middelste afbeelding). Dit verklaart de beweeglijkheid van vloeistoffen. In een **gas** zijn de atomen helemaal **los** van elkaar en vliegen kriskras door elkaar heen (zie de rechter afbeelding). Als een gas kleurloos is (wat bijvoorbeeld bij lucht het geval is), dan kan je het niet zien. De individuele deeltjes zijn immers te klein om met het oog waar te nemen.



EXPERIMENT ABSOLUTE NULPUNT

EXPERIMENT UITZETTING

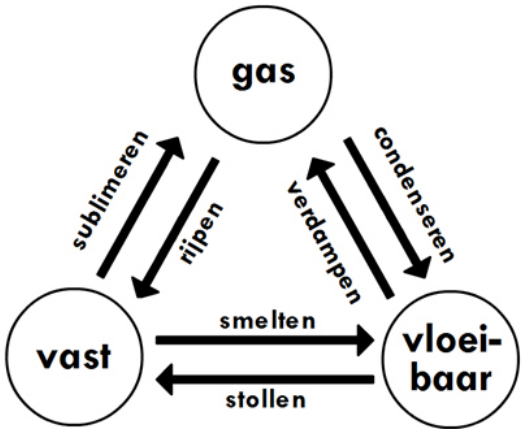
EXPERIMENT FASEN

HOLVERSON

Als een stof van één fase overgaat naar een andere, dan spreken we van een **faseovergang**. In de rechter afbeelding "zien" we water verdampen. Dit is een overgang van vloeibaar naar gas. Merk op dat de **nevel** die boven het kokende water ontstaat, bestaat uit kleine druppels in vloeibare fase. Pas als deze druppels lijken te verdwijnen "in het niets", veranderen ze in een gas. Waterdamp kunnen we immers niet met het oog zien.

(Afbeelding: Pixabay; PD-mod)

Er bestaan zes verschillende faseovergangen. De namen van deze overgangen kan je vinden in de onderstaande afbeelding:



Condensatie treedt bijvoorbeeld op in de linker onderstaande afbeelding. Waterdamp in de lucht komt in aanraking met de koude fles en op deze manier ontstaan waterdruppeltjes aan de buitenkant van de fles. Ook dauw en mist ontstaan door condensatie (zie de twee rechter afbeeldingen).

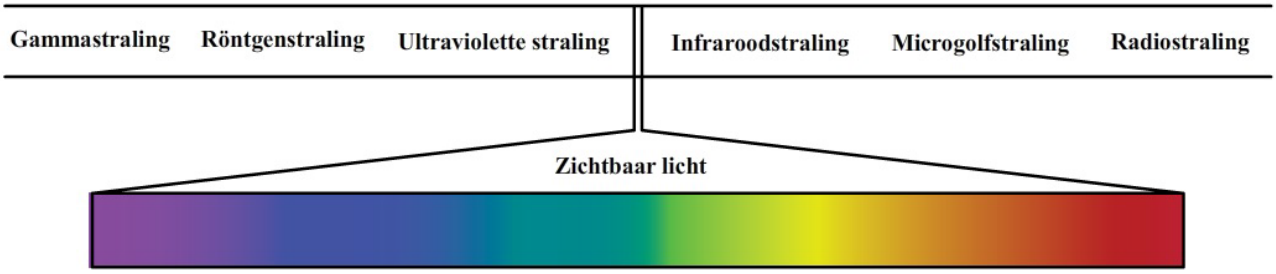
(Afbeelding: Acdx; CC BY-SA 3.0 / Taro Taylor; CC BY 2.0 / Hillebrand Steve; PD)

Als het in de winter vriest, dan kan de waterdamp uit de lucht direct bevriezen. We noemen dit rijpen. Bij het rijpen van water ontstaan kleine ijskristalletjes (zie de onderstaande afbeeldingen). De ijskristallen in de vrieskist zijn ook door rijpen ontstaan. Sublimeren komt minder vaak voor. Tijdens droge winterdagen zien we soms sneeuw verdwijnen, terwijl het de hele dag heeft gevroren. Sneeuw is in dat geval gesublimeerd tot waterdamp.

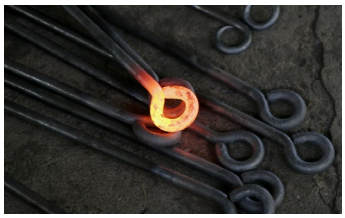
(Afbeelding: Robert Reisman; CC BY 3.0 / Rubelson; CC BY-SA 4.0)

Ook het **gloeien** van materie kunnen we begrijpen met behulp van het trillen van deeltjes. Materie bestaat voor een groot deel uit geladen deeltjes (protonen en elektronen). Als geladen deeltjes trillen, dan produceren ze **elektromagnetische golven**. Deze golven noemen we ook wel **licht** of **straling**. Omdat zo goed als elk materiaal een temperatuur heeft boven de 0 K, kunnen we dus stellen dat zo goed als elk materiaal in het universum straling uitzendt. Meestal zit deze straling echter buiten het zichtbare spectrum en kunnen we dit dus niet zien. De aarde en ook wijzelf zenden bijvoorbeeld voornamelijk infraroodstraling uit. Hieronder zien we het volledige spectrum. Links van het paarse deel van het spectrum bevindt zich **ultravioletstraling**, **röntgenstraling** en **gammastraling**. Rechts van het rode deel van het spectrum hebben we **infrarode straling**, **microgolfstraling** en **radiostraling**. Zoals je in de onderstaande afbeelding kan zien is het zichtbare deel van het spectrum maar een klein deel van het gehele spectrum.

AFBEELDING IN KLEUR

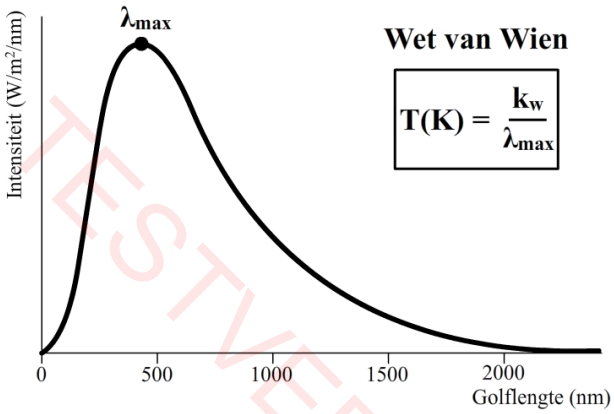


Als de temperatuur van een voorwerp hoog genoeg wordt, dan komt er een moment dat de straling wel zichtbaar wordt. Dit zien we bijvoorbeeld in de rechter afbeelding. Een stuk metaal is hier sterk verwarmd en begint hierdoor te gloeien in het rode deel van het spectrum. Het licht dat op deze manier ontstaat heeft een karakteristiek **stralingsspectrum**, genaamd de **planckkromme** of het **planckspectrum** (zie de onderstaande afbeelding). De **golflengte van de piek** van de planckkromme hangt af van de **temperatuur** volgens de zogenaamde **wet van Wien**:



$$\lambda_{max} = \frac{k_w}{T}$$

Golflengte van piek (λ_{max})	meter (m)
Constante van Wien (k_w)	$2{,}8977721 \times 10^{-3}$ Km
Oppervlaktetemperatuur (T)	kelvin (K)



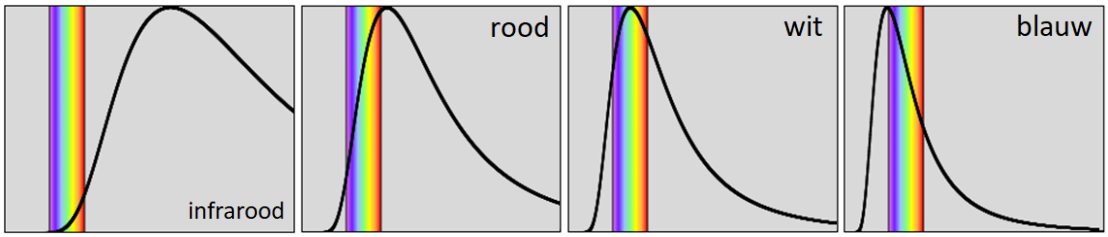
INSTRUCTIEVIDEO PLANCKKROMME

Met deze formule kunnen we bijvoorbeeld de temperatuur van een gloeilamp bepalen of de oppervlaktetemperatuur van de zon. De piek van het stralingsspectrum van onze zon ligt bij de 500 nm. De oppervlaktetemperatuur is dus:

$$T = \frac{k_w}{\lambda_{max}} \qquad T = \frac{2{,}8978 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}} = 5{,}80 \times 10^{3}\ \text{K}$$

TESTVERSIE

Met behulp van de wet van Wien zien we dat de piek van de stralingskromme naar links opschuift bij hogere temperaturen. In de onderstaande afbeelding zien we de grafiek telkens een stukje naar links opschuiven. De regenboog in de grafiek stelt het zichtbare deel van het spectrum voor.



PROGRAMMA PLANCKKROMME

Bij een lage temperatuur zit de straling bijna volledig in het infrarode deel van het spectrum. Als gevolg kunnen we deze straling niet waarnemen met onze ogen. Als de temperatuur hoger wordt, dan komt er een moment dat er genoeg **rood licht** wordt geproduceerd, zodat we dit met onze ogen kunnen zien (zie de tweede afbeelding). Als we de temperatuur nog meer verhogen, dan komt er een moment dat er in het hele zichtbare spectrum veel licht wordt uitgezonden. Als we alle kleuren licht tegelijk in onze ogen krijgen, dan zien we dit als **wit licht** (zie de derde afbeelding). Als de temperatuur nog hoger wordt, dan gaat op een gegeven moment het **blauwe licht** domineren (zie de vierde afbeelding). Een blauwe ster heeft dus een hogere temperatuur dan een witte ster en een witter ster heeft een hogere temperatuur dan een rode ster.

Zorg dat je kelvin en graden Celsius in elkaar kan omrekenen en dat je uitzetting kan beschrijven met het deeltjesmodel

1. (2p) Leg uit dat de temperatuur niet onder de -273°C kan komen.
2. (4p) Schrijf de volgende temperaturen om:
   a. 0 K = ... °C
   b. 473 K = ... °C
   c. 0 °C = ... K
   d. 100 °C = ... K
3. (2p) Water kookt bij 100 °C en alcohol bij 351 K. Leg uit wat een hogere temperatuur heeft: kokend water of kokend alcohol?
4. (1p) Leg met behulp van het deeltjesmodel uit waarom een vaste stof krimpt als de temperatuur afneemt.
5. (2p) Over een bekerglas wordt met een elastiekje een boterhamzakje strak gespannen.
   a. Wat gebeurt er met het zakje als we de beker verhitten?
   b. Wat gebeurt er met het zakje als we de beker in de koelkast zetten?

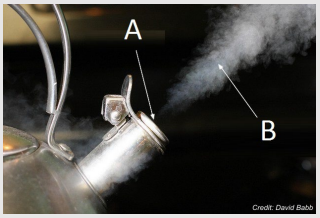
Zorg dat je kan redeneren met faseovergangen

6. (8p) Geef in de volgende situaties aan welke faseovergang er plaatsvindt:
   a. Bij koud weer komen nevelwolkjes uit je mond.
   b. Een koud glas limonade beslaat aan de buitenkant.
   c. Er vormen zich ijskristallen op de producten in de vriezer.
   d. Kleren drogen snel op in de wind.
   e. Je maakt ijsklontjes in de vriezer.
   f. De badkamerspiegel beslaat als je de douche uit stapt.
   g. Mist klaart op in de loop van de ochtend.
   h. Er vormen zich dauwdruppels op grassprieten.
7. (2p) Een leerling komt een kamer binnen en zijn bril beslaat. Leg uit wat er gebeurd is en onder welke omstandigheden dit gebeurt.
8. (2p) Eenzelfde plas water kan op een bepaalde dag veel meer tijd nodig hebben om te verdampen dan op een andere dag. Geef hiervoor een verklaring.

TESTVERSIE

9. (1p) De lucht bevat maximaal 4% waterdamp. Bij het condenseren van deze waterdamp ontstaat bijvoorbeeld mist. De lucht bevat ook 80% stikstof. Leg uit waarom we in het dagelijks leven nooit stikstof zien condenseren.

10. (2p) In de volgende afbeelding zien we bij A stoom ontsnappen uit een ketel. Bij B wordt de stoom een nevel. Noteer voor A en B de fase waarin het water zich bevindt. Leg je antwoord uit.



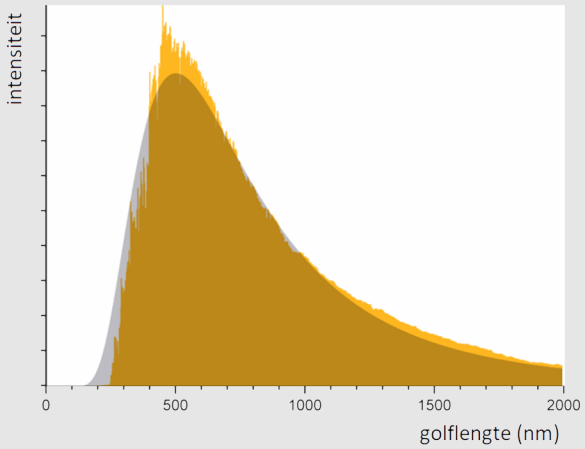
11. (1p) Als we een opgeblazen ballon onderdompelen in vloeibare stikstof, dan krimpt de ballon. Verklaar dit met het deeltjesmodel.

12. (1p) Ether is een vloeistof die erg snel verdampt. De snelste deeltjes in ether zijn bij kamertemperatuur al snel genoeg om uit de vloeistof te ontsnappen. Verklaar met het deeltjesmodel wat er met de temperatuur van ether gebeurt als de snelste deeltjes ontsnappen.

Zorg dat je kan rekenen met de wet van Wien (HAVO)

13. (1p) Verklaar het gloeien van materie met behulp van het deeltjesmodel.

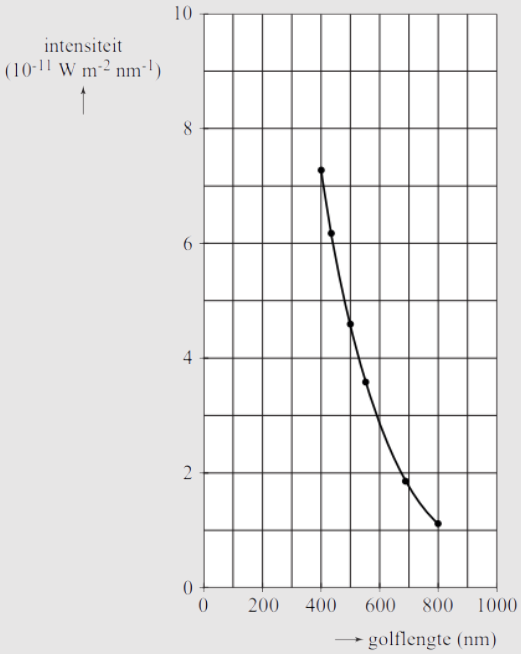
14. (3p) Hieronder zien we het spectrum van onze zon. Bepaal hieruit de oppervlaktetemperatuur van de zon in graden Celsius.



15. (5p) Bij een brandende gloeilamp heeft de gloeidraad een temperatuur van $2{,}5 \times 10^3$ K. Leg met een berekening uit waarom het rendement van een gloeilamp zo laag is.

16. (3p) Het menselijk lichaam zendt infraroodstraling uit. Laat met behulp van een schatting en een berekening zien dat dit het geval is.

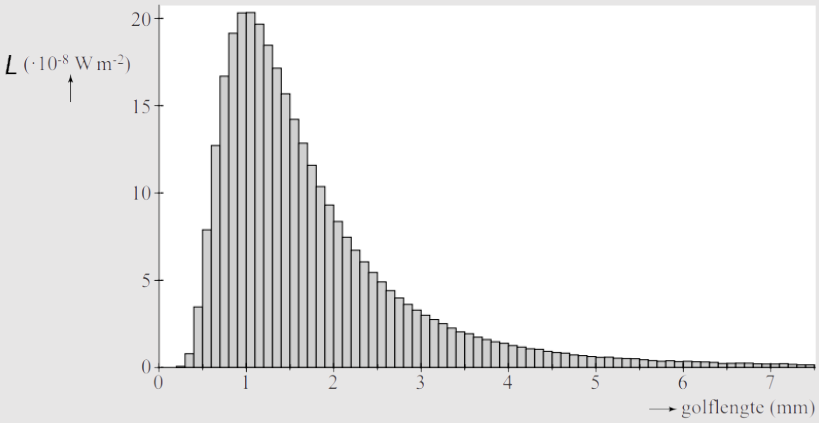
17. (4p) Van de ster Wega is de stralingsintensiteit in het zichtbare gebied als functie van de golflengte bepaald (zie de onderstaande afbeelding). Toon met behulp van het diagram aan dat de temperatuur van Wega hoger is dan 7000 K



(bron: examen VWO 2011-pilot)

TESTVERSIE

18. (3p) De WMAP doet metingen aan de zogenaamde kosmische achtergrondstraling. Dit is straling die kort na het ontstaan van het heelal gevormd is en nu overal in het universum te meten is. Hieronder zijn de metingen in een diagram weergegeven. Bepaal de temperatuur behorend bij de achtergrondstraling.

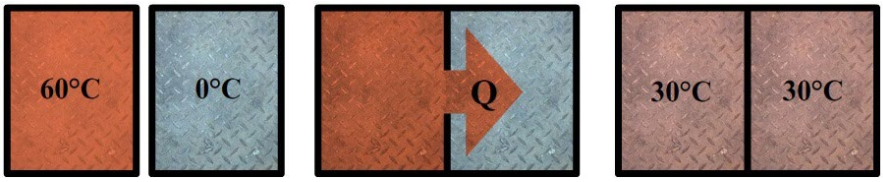


(bron: examen VWO 2015-pilot)

§2 Warmtetransport

In deze paragraaf gaan we het hebben over het verschil tussen warmte en temperatuur en gaan we drie manieren bestuderen waarop warmte kan stromen van de ene plek naar de andere.

Stel je legt een stuk ijzer met een temperatuur van 60 °C tegen een even groot stuk ijzer met een temperatuur van 0 °C (zie de onderstaande afbeelding). Door de hogere temperatuur trillen de deeltjes in het linker blok sneller. Deze snel trillende deeltjes in het linker blok botsen tegen de minder snelle deeltjes in het rechter blok. Als gevolg hiervan remmen de deeltjes in het linker blok wat af en gaan de deeltjes in het rechter blok juist sneller trillen. De temperatuur van het linker blok neemt hierdoor af en de temperatuur in het rechter blok neemt hierdoor toe. Dit proces gaat door totdat de deeltjes in beide stukken evenveel trillen. Dit gebeurt als de temperatuur gelijk wordt. Als er geen warmte verloren gaat aan de omgeving en als de blokken even groot zijn, dan zal de temperatuur van beide blokken uiteindelijk 30 °C worden.



Hoe harder de deeltjes in een stof trillen, hoe meer **kinetische energie** deze deeltjes hebben. De kinetische energie die hoort bij de trilling van deeltjes noemen we ook wel **thermische energie**. In het hierboven beschreven proces is energie verplaatst van het linker naar het rechter blok. Het soort energie dat hier verplaatst is noemen we de **warmte** (**Q**). Het is belangrijk om onderscheid te maken tussen warmte en temperatuur. De **temperatuur** meten we met een **thermometer** en de eenheid hiervan is **graden Celsius** of **kelvin**. **Warmte** is een **soort energie** en de eenheid hiervan is de **joule**. Er geldt dus:

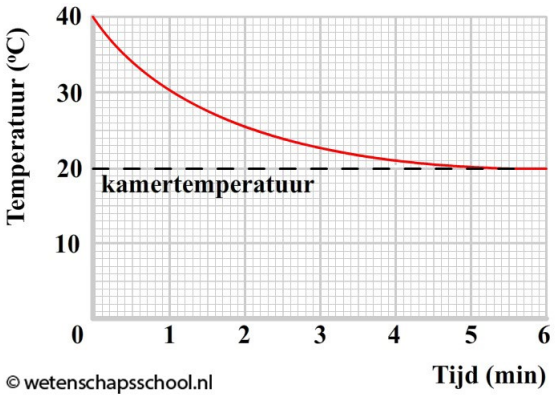
Temperatuur (T)	kelvin (K)
Thermische energie (E_{th})	joule (J)
Warmte (Q)	joule (J)

We hebben gezien dat in het bovenstaande voorbeeld een deel van de energie in het linker blok overgedragen is naar het rechter blok. We hebben daarom geconcludeerd dat er warmte is verplaatst van links naar rechts. In het dagelijks leven wordt in dit voorbeeld ook wel eens gezegd dat “kou” van rechts naar links is gestroomd. Het linker blok is immers kouder geworden. In de natuurkunde wordt deze manier van denken echter zo veel mogelijk vermeden. De energie

HERVERSIE

stroomt immers van hoge naar lage temperatuur en niet andersom. Een zin als “doe het raam dicht, want er komt kou binnen” is natuurkundig gezien dus onhandig. Wat er in werkelijkheid gebeurt is dat er juist warmte naar buiten stroomt.

Hoeveel warmte er zal stromen van een plek met hoge temperatuur naar een plek met lage temperatuur hangt af van het **temperatuurverschil** (**ΔT**) tussen deze twee plekken. Hoe **groter** het **temperatuurverschil**, hoe **meer warmte** er zal **stromen**. We kunnen dit goed zien in het rechter diagram. Het diagram geeft het afkoelen van een klein voorwerp in een kamer met een temperatuur van 20 graden Celsius weer. Merk op dat bij een groot temperatuurverschil tussen het voorwerp en de kamer, de temperatuur van het voorwerp snel afneemt. Als de temperatuur van het voorwerp na verloop van tijd niet meer zo veel verschilt van de kamertemperatuur, dan neemt de temperatuur nog maar heel langzaam af.



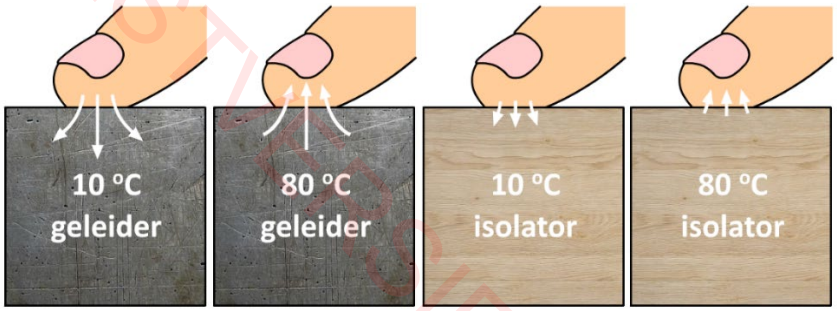
Het stromen van warmte noemen we ook wel **warmtetransport**. Er bestaan drie soorten warmtetransport:

- **Warmtegeleiding**
- **Warmtestroming**
- **Straling**

Warmtegeleiding (ook wel gewoon **geleiding** genoemd) ontstaat doordat atomen hun warmte **doorgeven** doordat ze tegen elkaar **botsen**. Stel dat een stuk metaal op één plek wordt verwarmd. Als gevolg gaan op deze plek de deeltjes sneller trillen. Deze deeltjes botsen dan tegen omringende deeltjes en deze worden als gevolg ook in trilling gebracht. Op deze manier trekt de warmte door het materiaal. We zien dit effect bijvoorbeeld als we een metalen lepel in een pan kokend water plaatsen. De warmte trekt dan door het metaal omhoog (zie de rechter afbeelding).

Niet alle stoffen geleiden warmte even goed. Een metalen lepel in een pan met kokend water wordt bijvoorbeeld veel sneller warm dan een houten lepel. Metaal wordt daarom een **goede geleider** genoemd en hout een **slechte geleider**. Slechte geleiders worden ook wel **isolatoren** genoemd. **Ook gassen** en **vloeistoffen** zijn isolatoren. Een **thermosfles** maakt bijvoorbeeld gebruik van de isolerende eigenschap van lucht. De wand van een thermosfles bestaat uit twee laagjes met daartussen lucht en als gevolg stroomt warmte lastig de fles in en lastig de fles uit. Warme dranken blijven hierdoor langer warm en koude dranken langer koud. Hetzelfde principe wordt toegepast bij **dubbelglas**. Dubbelglas bestaat uit twee glazen met daartussen lucht. Dit zorgt ervoor dat we weinig warmte verliezen via de ramen.

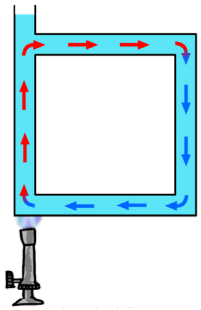
Het verschil in geleidbaarheid van verschillende stoffen kunnen we ook zien in de onderstaande afbeelding. Als je je vinger op een koude geleider legt, dan trekt de warmte van je vinger snel in het materiaal en wordt je vinger koud. Als gevolg zeg je dat het metaal koud aan voelt. Als je je vinger op een hete geleider legt, dan trekt de warmte ook snel je vinger in. Als gevolg voelt het metaal erg heet aan. Bij een isolator is de warmte-overdracht zowel bij lage als hoge temperatuur niet groot. Als gevolg voelt het materiaal niet heel heet en niet heel koud aan. Het verschil in geleidbaarheid verklaart ook waarom je in een sauna lucht van 80 °C aankan, maar je niet in een bak water van 80 °C wilt springen. Doordat lucht een slechtere geleider is, geeft het zijn energie veel lastiger af aan je lichaam.

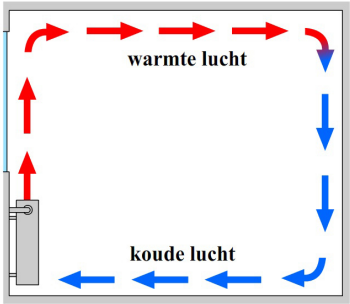


EXPERIMENT GELEIDING

EXPERIMENT GELEIDERS & ISOLATOREN

Hoewel gassen en vloeistoffen geen goede geleiders zijn, kan warmte hierin wel goed worden getransporteerd met behulp van **warmtestroming**. We kunnen dit effect goed zien in de onderstaande linker afbeelding. Door geleiding zal het water in de buurt van de vlam opwarmen. Dit warme water **zet uit** en als gevolg wordt de **dichtheid** van het water kleiner en zal het **opstijgen**. Hierdoor begint het water rond te stromen. Ook het verwarmen van een kamer met behulp van een verwarming gebeurt via warmtestroming (zie de onderstaande rechter afbeelding). De verwarming zelf kan met behulp van geleiding alleen de lucht verwarmen die direct in contact staat met de verwarming. Deze lucht wordt hierdoor warmer, krijgt een lagere dichtheid en stijgt op. Als gevolg ontstaat er een warmtestroom in de kamer en wordt de kamer steeds warmer.

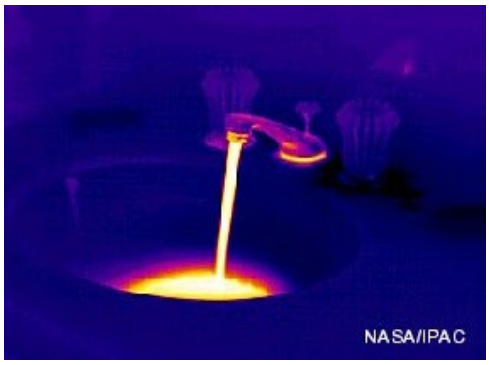




EXPERIMENT WARMTE-STROMING

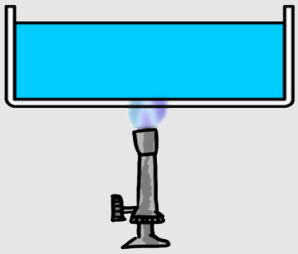
INSTRUCTIEVIDEO WARMTE-TRANSPORT

De derde soort warmtetransport wordt **straling** genoemd. Een ander woord voor straling is **licht**. Dat straling warmte kan overdragen weten we als we onze handen in de zon houden. Als zonlicht door onze huid wordt geabsorbeerd, wordt onze huid warmer. Hetzelfde effect treedt ook op als je je handen warmt aan een kampvuur of openhaard. Er is ook straling die we niet met onze ogen kunnen zien. Wijzelf zenden bijvoorbeeld **infraroodstraling** uit. In de rechter afbeelding is een foto gemaakt met een infraroodcamera. Zoals je ziet geeft warm water infraroodstraling af. Als je je hand naast een hete verwarming plaatst, dan kan je de infraroodstraling ook voelen (boven de verwarming is het nog warmer, maar dat komt voornamelijk door warmtestroming).

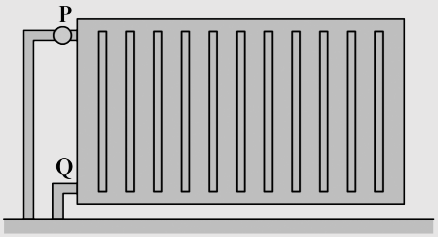


Zorg dat je kan redeneren met de drie soorten van warmtetransport

1. (2p) Geef de SI-eenheid van warmte en van temperatuur.
2. (1p) Als we onze handen in de sneeuw leggen, dan voelt het alsof de “kou” in onze handen trekt. Leg uit waarom deze uitspraak niet correct is.
3. (2p) Een koekenpan is meestal gemaakt van metaal, maar de handvaten zijn meestal gemaakt van kunststof. Leg uit waarom deze materialen gebruikt worden.
4. (1p) Wat is het nadeel van metalen eetborden?
5. (1p) Dubbele beglazing bestaat uit twee ruiten met daartussen een laagje lucht. Wat is het voordeel hiervan?
6. (1p) Een spouwmuur bestaat uit een binnen en een buitenmuur. Daartussen wordt bijvoorbeeld een laag glaswol geplaatst. Dit materiaal bevat allemaal kleine “luchtpockets”. Waardoor isoleert glaswol beter dan alleen lucht? Noem de voornaamste vorm van warmtetransport die dankzij het glaswol extra wordt beperkt.
7. (1p) Teken de warmtestroming in deze bak met water:



8. (2p) Hiernaast is een verwarming getekend. Leg uit of de verwarming van P naar Q of van Q naar P moet stromen om de verwarming optimaal te laten werken.



TEST VERSION

9. In een thermosfles kunnen vloeistoffen lang koud en lang warm worden gehouden. Dit gebeurt doordat het warmtetransport van binnen naar buiten geminimaliseerd wordt. De thermosfles bestaat uit een dubbele wand met daartussen een laagje lucht. Aan de binnenkant van de fles is ook een glanzend oppervlak aangebracht.

   a. (2p) Leg uit waarom de thermosfles zo goed werkt.

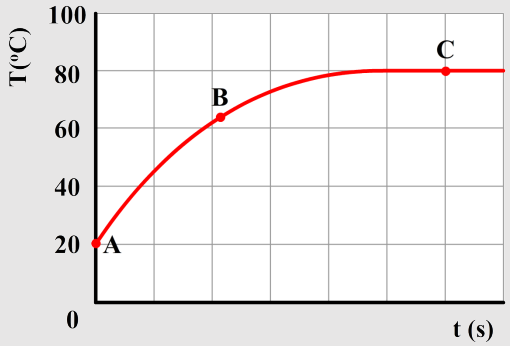
   b. (1p) Bij een duurdere variant wordt de lucht tussen de twee wanden ook nog weggepompt. We spreken dan van een vacuümthermosfles. Wat is het voordeel van deze fles?

10. (3p) Een verwarming verwarmt een kamer. Welke soorten warmtetransport zorgen hier voor het verwarmen van de kamer en welke (bijna) niet? Leg je antwoord uit.

11. (2p) Als je je hand 5 centimeter naast een brandende kaars houdt, dan voel je amper de warmte. Als je je hand 5 cm boven een brandende kaars houdt, dan voel je de warmte heel sterk. Wat zorgt voor dit verschil?

12. (2p) Water wordt verwarmd met behulp van een weerstand. In het rechter diagram is weergegeven hoe de temperatuur van het water verandert in de tijd. Geef voor elk van de tijdstippen A, B en C aan of het elektrisch vermogen van de weerstand (P_{elek}) groter, kleiner of gelijk is aan het energieverlies per seconde aan de omgeving ($P_{verlies}$). Licht je antwoord telkens toe.

    (bron: examen HAVO 2019-2)

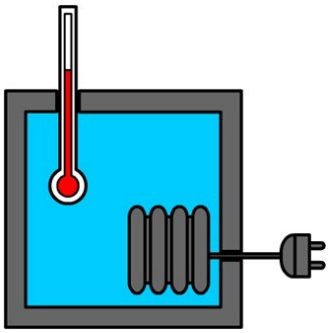


13. (2p) Een nachtstroomkachel bestaat uit grote blokken speksteen die door een elektrisch verwarmingselement van binnenuit worden opgewarmd. Het opwarmen gebeurt 's nachts omdat elektrische energie dan goedkoper is. Overdag geven de stenen hun warmte langzaam weer af. In het onderstaande diagram is het temperatuurverloop van de stenen weergegeven. Het afkoelen van de spekstenen is op drie manieren getekend. Leg uit welke grafiek (A, B of C) hoort bij het afkoelen van de stenen. (bron: examen HAVO 2007-1)

TEST VERSION

§3 Soortelijke warmte

In deze paragraaf gaan we de link leggen tussen de temperatuur en de warmte. We doen dit met behulp van het begrip soortelijke warmte.



Als we willen weten **hoeveel warmte** er nodig is om een vloeistof een bepaalde **temperatuur** te laten stijgen, dan gebruiken we een **joulemeter** (ook wel **calorimeter** genoemd). Een joulemeter is eigenlijk niets anders dan een geïsoleerd bakje met daarin een verwarmingselement en een thermometer. In de rechter afbeelding zien we een joulemeter gevuld met water. In het verwarmingselement wordt **elektrische energie** omgezet in **warmte** en met deze warmte wordt het water verwarmd. Hoeveel de temperatuur van het water hierdoor stijgt, kunnen we aflezen op de thermometer.

De hoeveelheid elektrische energie die we toevoegen (ΔE) kunnen we uitrekenen met behulp van de **spanning** en de **stroomsterkte**. We doen dit met behulp van de volgende twee formules uit het hoofdstuk "Elektriciteit":

$$P = U \times I \qquad \Delta E = P \times \Delta t$$

Vermogen (P)	watt (W) of joule per seconde (J/s)
Spanning (U)	volt (V)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Energieverbruik (ΔE)	joule (J)

Met de spanning en de stroomsterkte kunnen we met de eerste formule het vermogen **(**P) bereken. Met de tweede formule kunnen we met het vermogen de totale elektrische energie uitrekenen. Deze elektrische energie zal in de joulemeter worden omgezet in **warmte** (**Q**). Als de joulemeter perfect geïsoleerd is, dan wordt al deze warmte gebruikt om het water op te warmen. Met een thermometer kunnen we dan de **temperatuurstijging** (**ΔT**) aflezen. Met de warmte (Q) en de temperatuurstijging (ΔT) kunnen we dan de zogenaamde **soortelijke warmte** (**c**) berekenen:

$$Q = cm\Delta T$$

Warmte (Q)	joule (J)
Soortelijke warmte (c)	joule per kilogram per kelvin (J/kg/K)
Massa (m)	kilogram (kg)
Temperatuurstijging (ΔT)	kelvin (K) of graden Celsius (°C)

De SI-eenheid voor de **temperatuurstijging** (**ΔT**) is de **kelvin**, maar er mag in deze formule ook gebruik gemaakt worden van **graden Celsius**. Dit komt omdat we hier niet te maken hebben met een temperatuur, maar met een temperatuurstijging. Of we nu te maken hebben met een stijging van 0 °C naar 10 °C of van 273 K naar 283 K, de temperatuurstijging is in beide gevallen 10. De **soortelijke warmte** (**c**) vertelt ons hoeveel warmte nodig is om een bepaalde massa aan materiaal een bepaalde temperatuur te laten stijgen. De SI-eenheid van de soortelijke warmte is **J/kg/K**. De soortelijke warmte staat dus voor de hoeveelheid **joule aan warmte** die nodig is om de temperatuur van **één kilogram** aan materiaal **één kelvin** te laten stijgen. Voor een heel aantal stoffen is de soortelijke warmte te vinden in BINAS.

Laten we een paar voorbeelden bespreken. **Water** heeft een relatief **grote soortelijke warmte**. Je kan dus relatief veel energie in water opslaan voordat het een graad in temperatuur gaat stijgen. Als gevolg is water een goede koelvloeistof. Fabrieken die veel warmte produceren, zoals energiecentrales, gebruiken water op deze manier om warmte efficiënt af te voeren. Ditzelfde effect zorgt er ook voor dat Nederland geen extreme hete zomers en koude winters kent. Omdat zeewater een grotere soortelijke warmte heeft dan land, warmt zeewater minder snel op in de zomer en koelt het ook minder snel af in de winter.

De formule wordt ook vaak gebruikt in combinatie met de formule voor de dichtheid (m = ρV). We vinden dan:

$$Q = c\rho V\Delta T$$

Dichtheid (ρ)	kilogram per kubieke meter (kg/m^3)
Volume (V)	kubieke meter (m^3)

TESTVERSIE

In werkelijkheid is een joulemeter natuurlijk **nooit perfect geïsoleerd**. Er zal hierdoor altijd wat warmte ontsnappen. Als gevolg wordt de temperatuur van de vloeistof in de joulemeter iets lager. De **fractie van de energie** die **nuttig gebruikt** wordt (en dus niet verloren gaat) noemen we het **rendement**. Het rendement kunnen we als volgt berekenen:

$$\frac{E_{nuttig}}{E_{tot}} = \eta$$

Het rendement in deze formule is een getal tussen de **0** en de **1**. Het rendement wordt ook vaak uitgedrukt als **percentage**. In dat geval moet het rendement uit deze formule vermenigvuldigd worden met 100. Een rendement van 0,05 komt dus overeen met een rendement van 5%.

Warmte kan ook ontstaan bij het **verbranden van brandstoffen**. De energie die bij verbranding vrijkomt, noemen we de **chemische energie** (**E_{ch}**). In BINAS kunnen we de **stookwaarde** (**r_V**) van verschillende brandstoffen vinden. De stookwaarde vertelt ons hoeveel **joule** er vrijkomt bij het verbranden van een **kubieke meter** brandstof. De eenheid van de stookwaarde is dus **J/m³**. Met de stookwaarde kunnen we als volgt de totale chemische energie uitrekenen die bij een verbranding vrijkomt:

$$E_{ch} = r_V V$$

Chemische energie (E_{ch})	joule (J)
Stookwaarde per volume (r_v)	joule per kubieke meter (J/m³)
Volume (V)	kubieke meter (m³)

Voorbeeld

Vraag:
Een persoon wil een kamer verwarmen van 14,4 °C naar 20,0 °C. De kamer heeft een volume van 18 m³. Bereken hoeveel kubieke meter Gronings aardsgas er minimaal verbrand moet worden voor deze temperatuurstijging.

Antwoord:
Eerst berekenen we hoeveel **warmte** je nodig hebt om de **lucht** in de kamer **op te warmen**. De soortelijke warmte van lucht is $1{,}0 \times 10^3$ J/kg/K en de dichtheid is 1,29 kg/m³. Het temperatuurverschil (ΔT) is gelijk aan 20,0 - 14,4 = 5,6 °C. We vullen deze waarden in:

$$Q = c\rho V\Delta T = 1{,}0 \times 10^3 \times 1{,}29 \times 18 \times 5{,}6 = 1{,}3 \times 10^5 \text{ J}$$

De **stookwaarde** van **Gronings aardgas** vinden we in BINAS. Deze blijkt gelijk aan 32×10^6 J/m³. Het volume aardgas wordt hiermee:

$$V = \frac{E_{ch}}{r_V} = \frac{1{,}3 \times 10^5}{32 \times 10^6} = 0{,}0041 \text{ m}^3$$

Dit is het volume Groningsaardgas dat **minimaal** verbrandt moet worden. In werkelijkheid ligt de waarde een stuk **hoger**, omdat er normaal gesproken ook nog **warmte ontsnapt**, bijvoorbeeld via de ramen van de kamer.

TESTVERSIE

EXPERIMENT SOORTELIJKE WARMTE

INSTRUCTIEVIDEO SOORTELIJKE WARMTE

Zorg dat je kan rekenen met Q = cmΔT

1. (3p) Een blokje koper met een massa van 165 gram heeft een temperatuur van 20 °C. Bereken hoeveel warmte moet worden toegevoerd om de temperatuur te laten stijgen tot 35 °C.

2. (3p) Een hete ijzeren kogel met een massa van 220 g heeft een temperatuur van 190 °C. In de eerste minuut van het afkoelen staat de kogel 5566 J aan warmte af. Bereken de temperatuur van de kogel na deze minuut.

3. (5p) Een thermometer hangt in een huiskamer. De thermometer bestaat uit 4,5 g gewoon glas en 2,5 g alcohol. De kamertemperatuur stijgt van 15 °C naar 22 °C. Bereken hoeveel warmte de gehele thermometer opneemt.

4. (2p) Een stuk koper en een stuk hout worden door direct zonlicht verwarmd. Het koper krijgt een hogere temperatuur. Leg uit waarom.

5. (4p) Bereken hoeveel energie het kost om 1,0 liter water van 20 graden Celsius aan de kook te brengen.

6. Wanneer je warme chocomel bestelt in een café, wordt de chocomel verwarmd door er waterdamp van 120 graden Celsius doorheen te blazen. Eerst koelt de waterdamp af tot 100 graden Celsius. Dan condenseert de waterdamp tot vloeibaar water, waarbij 2260 J aan energie vrijkomt. Dan daalt de temperatuur van de waterdamp verder af tot 50 graden Celsius. Neem aan dat de soortelijke warmte van chocomel gelijk is aan die van melk.

    a. (3p) Bereken hoeveel energie 1,0 gram water afstaat als het in de chocomel afkoelt van 120 naar 50 graden Celsius.

    b. (3p) Bereken hoeveel gram chocomel je hiermee kunt verwarmen van 6,0 naar 50,0 graden Celsius.

7. (2p) Met een perfect geïsoleerde joulemeter is het mogelijk om nauwkeurig de soortelijke warmte van een stof te bepalen. In werkelijkheid zijn joulemeters echter niet perfect geïsoleerd. Een deel van de warmte die we toevoegen zal dus niet gebruikt worden voor het opwarmen van de vloeistof, maar zal naar de omgeving toe ontsnappen. Leg uit of de soortelijke warmte die we met een joulemeter meten hierdoor hoger of lager komt te liggen dan de werkelijke waarde.

8. In de prehistorie kookten mensen met kookstenen. Deze stenen werden in hete as opgewarmd en daarna in een pot met koud water gedaan. Een leerling doet dit proces na. Hij gebruikt een steen van graniet met een massa van 2,3 kg en een begintemperatuur van 384 °C en plaatst dit in water. Het water warmt hierdoor op van 18 °C tot het kookpunt.

    a. (5p) Bereken de massa van het water dat met deze steen tot het kookpunt kan worden verwarmd. Verwaarloos hierbij het opwarmen van de pot en het warmteverlies naar de omgeving.

    b. (2p) Het experiment wordt herhaald, maar nu met basalt in plaats van graniet. Leg uit of de kooksteen van basalt zwaarder, lichter of precies even zwaar moet zijn als de kooksteen van graniet om dezelfde hoeveelheid water te verwarmen. (bron: examen HAVO 2019-1)

Zorg dat je kan rekenen met Q = cmΔT in combinatie met de andere formules in de paragraaf

9. (6p) Met een joulemeter wordt de soortelijke warmte van een onbekende vloeistof gemeten. In de joulemeter bevindt zich 460 gram van de vloeistof en een warmte-element waarover een spanning van 15 V staat en waardoor een stroomsterkte van 2,0 A loopt. Het warmte-element wordt 10,0 minuten aangezet en de temperatuur stijgt hierdoor 10 graden Celsius. Bereken de soortelijke warmte van de onbekende vloeistof en vind hiermee welk soort vloeistof gebruikt is.

TESTVERSIE

10. In een wijk in Nederland worden 370 woningen gebouwd die de warmte van het asfalt van een naburige verkeersweg gebruikt. De gemiddelde eengezinswoning heeft op jaarbasis ongeveer 30 gigajoule nodig voor verwarming. De opbrengst van het asfalt is ongeveer 0,75 gigajoule per vierkante meter per jaar, waarvan 80% voor de huizen gebruikt kan worden.

    a. (5p) Bereken met behulp van een schatting de lengte van het wegdek die nodig is voor de verwarming van deze wijk. Geef aan welke grootheid je moet schatten.

    b. (4p) Het asfalt wordt verwarmd door de straling van de zon. Veronderstel dat op een zonnige middag het gemiddelde vermogen van de zonnestraling die op een vierkante meter asfalt valt gelijk is aan $6{,}0 \times 10^2$ W en dat al deze zonne-energie gelijkmatig wordt opgenomen door een laag asfalt van 15 cm dikte. Bereken de temperatuurstijging van het asfalt per uur indien er geen warmte aan de omgeving wordt afgestaan.
    (bron: examen VWO 2004-2)

11. Tijdens het touwtjespringen zetten de spieren energie uit voedsel om in arbeid en warmte. Een bokser produceert op deze manier per seconde 150 joule arbeid en 620 joule warmte.

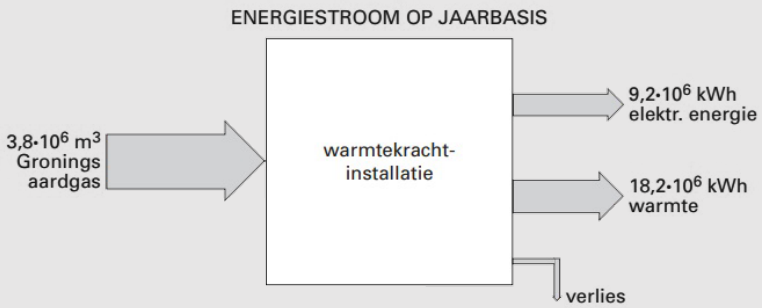
    a. (3p) Bereken het rendement waarmee zijn spieren energie uit voedsel omzetten in arbeid.

    b. (3p) Als de lichaamstemperatuur van de bokser 0,50 graden Celsius toeneemt, begint hij te zweten. Bereken hoelang het duurt voordat de sporter begint te zweten. Gebruik hierbij dat de soortelijke warmte van zijn lichaam $3{,}5 \times 10^3$ J/kg/K is en dat zijn massa 73,40 kg is.

    c. (2p) Tijdens het zweten wordt alle warmte die vrijkomt afgevoerd door het verdampen van het zweet. Als gevolg houdt zijn lichaam dan een constante temperatuur. Voor het verdampen van 1,0 kg zweet is $2{,}3 \times 10^6$ J warmte nodig. Bereken hoeveel de massa van de bokser is afgenomen na een uur zweten.
    (bron: examen HAVO 2004-1)

Zorg dat je kan rekenen met de stookwaarde en het rendement

12. Een energiebedrijf in Amsterdam heeft onlangs een warmtekracht-installatie in bedrijf genomen. Deze installatie bestaat uit vier gasgeneratoren. De elektrische energie wordt aan het elektriciteitsnet toegevoerd en de warmte zorgt voor de warmtevoorziening van het gebouw. In een folder staat het rechter schema van de energiestroom op jaarbasis



    a. (5p) Bereken het totale rendement van de installatie.

    b. (1p) De warmtekrachtinstallatie heeft een veel hoger rendement dan een energiecentrale zonder warmtekrachtkoppeling (een conventionele centrale). Leg uit wat de reden daarvoor is.
    (bron: examen HAVO 2001-1)

13. Een kamer is 8,0 meter lang, 5,0 meter breed en 2,5 meter hoog. De temperatuur in de kamer is 6,0 graden Celsius en je wilt de temperatuur verhogen naar 20 graden Celsius. Je gebruikt hiervoor een verwarming die werkt op Gronings aardgas.

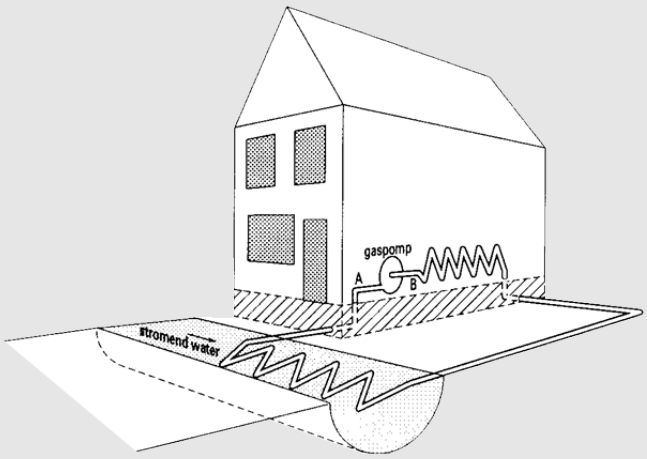
    a. (6p) Bereken hoeveel kubieke meter aardgas hiervoor minimaal moet worden verbrand.

    b. (1p) Waarom gebruiken we in de vorige vraag het woord “minimaal”.

    c. (4p) In werkelijkheid is 0,15 m^3 aardgas nodig. Bereken het rendement van het verwarmingsproces.

TEST VERSIE

14. Met een warmtepomp kan een huis op efficiënte en duurzame manier verwarmd worden. Een warmtepomp werkt door warmte te onttrekken uit de omgeving van een huis en deze warmte daarna binnen de woning weer af te staan. Een bepaald type warmtepomp werkt als volgt. Binnen in het huis bevindt zich een gaspomp (zie de onderstaande afbeelding) waarmee ammoniak wordt samengeperst van een gas naar een vloeistof. Bij het condenseren van stoffen komt energie vrij. Deze energie wordt afgestaan aan de woning in de vorm van warmte. De vloeibare ammoniak wordt dan naar het buitengedeelte van het buizenstelsel gepompt. In deze buizen is de druk minder en verdampt de ammoniak. Dit lukt dankzij het lage kookpunt van ammoniak. Verdampen kost energie. Deze energie wordt onttrokken aan water dat langs de buizen stroomt. Als gevolg koelt dit water af. De gasvormige ammoniak wordt dan weer door de gaspomp samengedrukt, waarbij weer warmte vrijkomt, etc.



a. (4p) Het stromende water komt uit een beekje en wordt via een goot langs het buizenstelsel gevoerd. Er stroomt per seconde 10 dm^3 water met een begintemperatuur van 4,2 °C langs de buizen met de verdampende ammoniak. De verdampende ammoniak onttrekt per seconde 23 kJ warmte aan het stromende water. Bereken de temperatuur van het water nadat het langs het buizenstelsel is gestroomd.

b. (1p) Leg uit waarom het van belang is dat het water blijft stromen.

c. (1p) Leg uit waarom ammoniak geschikt is voor gebruik in een warmtepomp.

d. (5p) Bij het condenseren van de damp binnenshuis komt de 23 kJ warmte per seconde weer vrij. Op de gaspomp staan de volgende elektrische gegevens: “380 V; 18 A”. Bereken het rendement van de warmtepomp. Houd er rekening mee dat de warmte die ontstaat in de pomp ook ten goede komt aan het verwarmen van het huis.

(bron: examen VWO 1993-2)

§4 Geleidbaarheid

In deze paragraaf bestuderen we het stromen van warmte door oppervlakken, zoals bijvoorbeeld een raam. We noemen dit de warmtestroom.

Als we een kamer verwarmen, dan verliezen we continu warmte via o.a. de ramen. De **warmte** die we **per seconde** verliezen door een oppervlak noemen we de **warmtestroom** (**P**). Net als bij het vermogen gebruiken we hiervoor de eenheid **watt** (**W**). We kunnen de warmtestroom als volgt berekenen:

TESTVERSIE

$$P = \lambda A \frac{\Delta T}{d}$$

Warmtestroom (P)	watt (W) of joule per seconde (J/s)
Warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)	watt per meter per kelvin (W/m/K)
Oppervlak (A)	vierkante meter (m^2)
Temperatuurverschil (ΔT)	kelvin (K) of graden Celsius (°C)
Dikte (d)	meter (m)

De **warmtegeleidingscoëfficiënt** (**λ**) is een stofeigenschap die voor een aantal stoffen in BINAS te vinden is. Hoe groter de warmtegeleidingscoëfficiënt, hoe beter een stof geleid. **ΔT** is nu niet de temperatuurstijging, maar het **verschil in temperatuur aan weerzijden van het oppervlak**. In het geval van een kamer is dit dus het verschil tussen de binnen- en de buitentemperatuur.

Als we een kamer op **constante temperatuur** willen houden, dan moet de warmtestroom die de kamer verlaat gelijk zijn aan de warmte die via een verwarming wordt toegevoerd. Met de formule $E_{ch} = r_V V$ kan dan worden berekend hoeveel aardgas moet worden verbrand om de temperatuur constant te houden.

Het is belangrijk goed te begrijpen wanneer je de formule met de **soortelijke warmte** moet gebruiken en wanneer de formule met de **warmtegeleidingscoëfficiënt**. Als een stof **afkoelt** of **verwarmt**, dan gebruiken we de soortelijke warmte. Denk bijvoorbeeld aan het koken van water in een waterkoker, het afkoelen van een brood in de vriezer of het verwarmen van zand op een zomerse dag. Als warmte **door een oppervlak stroomt**, dan gebruiken we de warmtegeleidingscoëfficiënt. Denk bijvoorbeeld aan warmte dat door de ramen van een huis naar buiten trekt, de warmte die door het glas van een verwarmde vissenkom ontsnapt of de warmte die door je huid je lichaam ontsnapt.

INSTRUCTIEVIDEO GELEIDBAARHEID

Zorg dat je kan rekenen met de formule voor de warmtestroom ($P = \lambda A \Delta T/d$).

1. (2p) Beschrijf het verschil tussen ΔT in de formule voor de soortelijke warmte en in de formule voor de warmtegeleidingscoëfficiënt.
2. (3p) De lichaamstemperatuur van mensen is gemiddeld 37 graden Celsius. In een bepaalde omgeving verliest de huid 90 joule per seconde aan warmte. De huid van de gemiddelde mens heeft een oppervlakte van 1,80 m^2 en een dikte van 5,0 mm. De warmtegeleidingscoëfficiënt van de huid is gelijk aan $2{,}5 \times 10^{-2}$ W/m/K. Bereken de omgevingstemperatuur waarin deze persoon zich bevindt.
3. Een kamer heeft twee grote ramen van 3,0 bij 2,0 m. De ramen hebben een dikte van 2,0 cm. In de kamer is het 21 graden Celsius en buiten is het 15 graden Celsius.
   a. (6p) Bereken hoeveel energie er per uur door het raam verloren gaat.
   b. (5p) De kamer werd verwarmd met behulp van een verwarming die werkt op Gronings aardgas. Bereken hoeveel kubieke meter aardgas er minimaal verbrand moet worden om dit temperatuurverschil 24 uur in stand te houden.

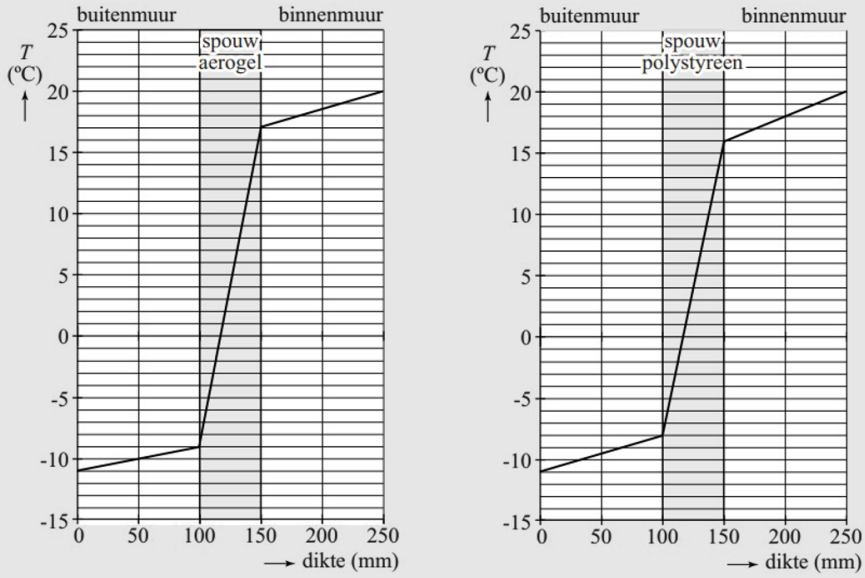
TESTVERSIE

4. In een huis bestaan de buitenmuren meestal uit twee stenen muren met een ruimte ertussen: de spouw. De spouw kan lucht bevatten of kan gevuld zijn met een isolatiemateriaal.

   a. (3p) Is het warmtetransport door de met lucht gevulde spouw voornamelijk straling, stroming of geleiding. Neem aan dat de lucht in de spouw stilstaat.

   b. (4p) Een spouwmuur kan geïsoleerd worden door de spouw te vullen met polystyreen of met aerogel (λ = 0,020 W/m/K). In de onderstaande afbeelding zien we het temperatuurverloop in beide gevallen. De buitenmuren en binnenmuren zijn in beide situaties identiek. Geef bij de volgende stellingen aan of ze waar of niet waar zijn. Licht je antwoord telkens toe.

   - De warmtegeleidingscoëfficiënt van polystyreen is groter dan van aerogel.
   - Het temperatuurverschil over de spouw met polystyreen is groter dan bij aerogel.
   - De warmtestroom tussen binnen en buiten is voor beide muren gelijk.
   - Polystyreen isoleert beter dan aerogel.



(bron: examen HAVO 2016-2)

Zorg dat je kan rekenen met P = λAΔT/d en Q = mcΔT

5. Boven in een vuurtoren bevindt zich een cilindervormige kamer waarbij de wanden geheel van glas zijn gemaakt. Het glas heeft een dikte van 1,50 cm. De diameter van de kamer is 2,50 m en de wanden zijn 1,50 meter hoog. De warmte die verloren gaat door de vloer en het plafond van de kamer is te verwaarlozen.

   a. (5p) Hoeveel energie moet de verwarming elk uur produceren om de temperatuur in de kamer op 21,0 graden Celsius te houden als het buiten dat uur gemiddeld 7,0 graden Celsius is geweest.

   b. (6p) Voordat de verwarming aan werd gezet was het binnen ook 7,0 graden Celsius. Hoeveel kubieke meter aardgas moet men verbranden om de temperatuur naar de 21 graden Celsius te brengen. Negeer hier de energie die gedurende deze tijd via de ramen de kamer verlaat.

6. De meeste warmte op het aardoppervlak is afkomstig van de zon, maar er is ook een beetje warmte afkomstig uit het centrum van de aarde. Deze warmte wordt geothermische energie genoemd. De warmtetransport door het aardoppervlak bedraagt 42 terawatt. De temperatuur van de buitenste mantel, op een diepte van 50 km, is naar schatting 1500 graden Celsius en de gemiddelde temperatuur op het aardoppervlak is 15 graden Celsius.

   a. (1p) Welk type warmtetransport speelt hier de belangrijkste rol? Leg je keuze uit.

   b. (5p) Maak een schatting van de gemiddelde geleidingscoëfficiënt van de aardkorst.

TESTVERSIE

§5 Debiet

In deze paragraaf gaan we het stromen van vloeistoffen bestuderen. We doen dit aan de hand van het begrip debiet.

Stel we vullen een zwembad met een tuinslang. Het volume water dat per tijdseenheid uit de slang komt noemen het **debiet**. Debiet wordt bijvoorbeeld gemeten in **m^3/s** of **L/s**. De formule voor debiet is:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Debiet (Q)	kubieke meter per seconde (m^3/s)
Toename van het volume (ΔV)	kubieke meter (m^3)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

We kunnen we formule voor debiet ook herschrijven. Denk aan een hoeveelheid water in een tuinslang. Het volume van het water in de slang kunnen we ook schrijven als de **doornede** (**A**) keer de **lengte** (**l**) van de slang:

$V = A \times l$

Als we dit in de formule voor debiet stoppen, en de hoogte schrijven als Δx, dan vinden we:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \times \Delta x}{\Delta t}$$

Omdat v = Δx/Δt, kunnen we dit herschrijven tot:

$$Q = v \times A$$

Debiet (Q)	Kubieke meter per seconde (m^3/s)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)
Doorsnede (A)	vierkante meter (m^2)

We zien aan deze formule dat als we het **debiet gelijk** houden, maar de **doorsnede verkleinen**, dat dan de **snelheid** van de vloeistof **toeneemt**. We zien dit effect bijvoorbeeld als we onze duim deels over de opening van een tuinslang houden. Het water schiet er dan met een veel grotere snelheid uit (zie de onderstaande afbeelding).

EXPERIMENT DEBIET

Voorbeeld

Opdracht:
Door een tuinslang stroomt een constante hoeveelheid water. Op één plek is om de slang een elastiek gebonden waardoor de diameter van de slang 2 keer zo klein wordt. Bereken welke factor de snelheid van water bij dit elastiek groter of kleiner is dan in de rest van de slang.

Antwoord:
Als de diameter 2 keer zo klein is, dan is ook de straal 2 keer zo klein. Volgens de formule $A = \pi r^2$ is de doorsnede dan 2 × 2 = 4 keer zo klein. Volgens de formule v = Q / A is bij een gelijk debiet en bij een 4 keer zo kleine doorsnede de snelheid 4 keer zo groot.

Opdracht:
Tijdens een harde regenbui valt in een uur 25 milliliter regen. De regenbui valt op een plat dak met een oppervlak van 50 m². Het water wordt weggevoegd via een dakgoot met een diameter van 5,0 cm. Hoe snel moet het water gemiddeld door de goot wegstromen om de waterstand op het dak constant te houden.

Antwoord:
In het uur is het totale volume regen dat gevallen is op het dak gelijk aan: V = 50 × 0,025 = 1,25 m³. Dit komt overeen met een debiet van:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{1{,}25}{60 \times 60} = 3{,}4722 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^3/s}$$

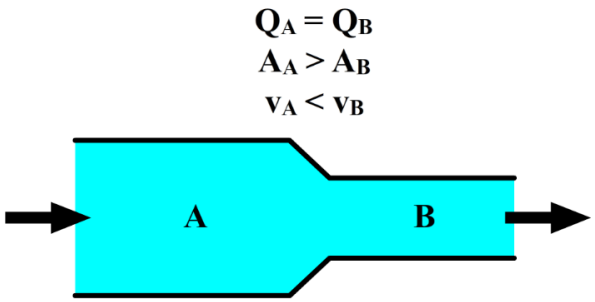
Om het waterniveau op het dak constant te houden, moet het debiet in de goot gelijk zijn. Met een straal van 0,050 meter is de doorsnede van de goot gelijk aan:

$$A = \pi r^2 = \pi(0{,}050/2)^2 = 1{,}963\ \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

De gemiddelde snelheid waarmee het water wegstroomt wordt hiermee:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{3{,}4722 \times 10^{-4}}{1{,}963\ \times 10^{-3}} = 0{,}17\ \mathrm{m/s}$$

Ook belangrijk om te noemen is dat het debiet in een slang overal constant is, zelfs als de diameter van de slang varieert (zie de rechter afbeelding). Dit komt omdat al het water dat per seconde aangevoerd wordt ook weer per seconde afgevoerd moet worden (om dezelfde reden is de stroomsterkte in een serieschakeling overal gelijk).



Zorg dat je kan rekenen met de formules Q = ΔV/Δt en Q = vA

1. (4p) Een aquarium met een lengte van 50 cm en een breedte van 25 cm wordt binnen 3,0 minuten gevuld tot een hoogte van 35 cm. Bereken het debiet van de watertoevoer in milliliter per seconde.
2. (3p) Een boomblaadje drijft mee op een klein stroompje water. Op een gegeven moment wordt de breedte van het stroompje 3,0 keer zo dun. Leg uit wat er gebeurt met de snelheid van het blaadje. Je mag ervan uitgaan dat de diepte van het water onveranderd blijft.
3. (3p) Water stroomt door een buis met een diameter van 3,0 cm. De buis wordt op een bepaalde plek verdund tot 1,5 cm. Bereken welke factor de snelheid hier groter is.
4. (3p) Een persoon is de planten in zijn tuin water aan het geven. De slang is echter net te kort om met het water een aantal planten te bereiken. Bedenk een oplossing voor dit probleem gebruikmakend van een formule uit deze paragraaf.
5. (3p) In het Meer van Genève bevindt zich een van de grootste fonteinen ter wereld. Elke seconde wordt er 450 liter water de lucht in gestuwd met een snelheid van 200 km/h (het water bereikt hiermee een hoogte van 140 meter). Bereken de grootte van de opening waaruit het water de lucht in spuit. Geef het antwoord in vierkante centimeter.
6. (4p) Een oliepijpleiding heeft een diameter van 50 cm en een lengte van 100 km. Het debiet dat door de pijpleiding stroomt is 0,20 m³/s. Bereken binnen hoeveel uur de olie de afstand heeft overbrugt.

Test Versie

7. (5p) Met een tuinslang wordt een klein kinderzwembadje gevuld met 550 liter water. Het water stroomt met 4,0 m/s de slang uit en het badje is binnen 8,0 minuten gevuld. Bereken de diameter van de slang in centimeter.

8. (5p) Een ingenieur wil de uitstroom van een meer reguleren zodat de waterstand bij regenval constant blijft. Het meer is cirkelvormig en heeft een diameter van 200 meter. Bij een regenbui valt er 0,020 mm/s. Het water stroomt weg door een opening met een doorsnede van 0,50 m^2. Bereken met welke snelheid het water wegstroomt bij deze bui.

9. Het hart pompt bloed rond met een snelheid van 5,0 liter per minuut.

   a. (1p) Laat met een berekening zien dat het hart $8{,}3 \times 10^{-5}$ m^3/s aan bloed rondpompt.

   b. (3p) Door het gemiddelde bloedvat stroomt bloed met een snelheid van 1 mm/s. Bereken de totale doorsnede van alle bloedvaten in het lichaam.

   c. (5p) Het gemiddelde bloedvat heeft een diameter van 6 µm en een lengte van 1 mm. Laat met een berekening zien dat het totale oppervlakte van de bloedvaten in het menselijk lichaam gelijk is aan 60 m^2.

   d. (1p) Leg uit waarom het van belang is dat dit oppervlak zo groot is.

§6 Oefentoets

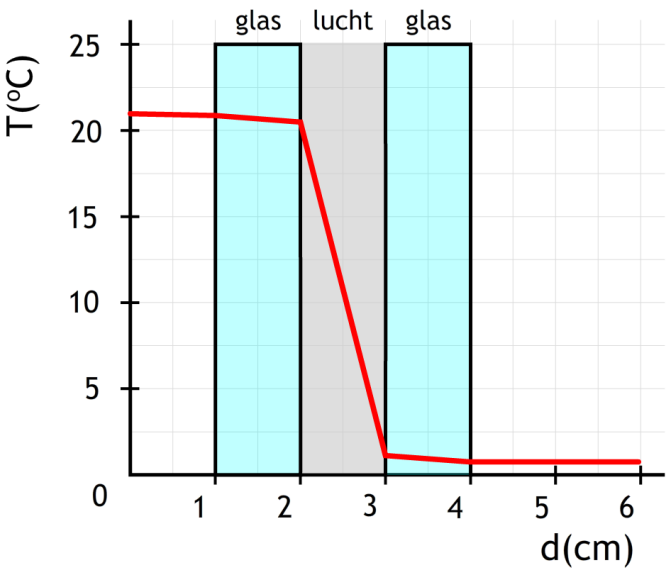
Duikpak
Als je in koud zeewater wilt duiken, is het belangrijk dat je goed geïsoleerd bent.

1 (3p) Laat met gegevens uit BINAS zien dat je sneller afkoelt in water van 10 °C dan in lucht van 10 °C. Leg je antwoord uit met het deeltjesmodel.
2 (2p) Een duikpak bestaat o.a. uit het polymeer neopreen. In neopreen kunnen kleine belletjes stikstof blijven steken. Leg uit welke vorm van warmtetransport hierdoor wordt beperkt.
3 (2p) In sommige pakken zit aan de binnenzijde ook een dun laagje metaal, bijvoorbeeld koper. Leg uit welke vorm van warmtetransport hierdoor wordt beperkt.

De verwarming
Een persoon wil een kamer verwarmen van -4,0 °C naar kamertemperatuur (21 °C). De kamer is 8,0 meter lang, 5,0 meter breed en 2,5 meter hoog.

4 (6p) Bereken hoeveel kubieke meter Gronings aardgas hiervoor minimaal moet worden verbrand.

In werkelijkheid moeten we natuurlijk ook rekening houden met de warmte die wegstroomt via de ramen. In de kamer bevinden zich twee dubbelglas ramen met elk een oppervlak van 2,5 m^2. In het rechter diagram is weergegeven hoe de temperatuur afneemt van binnen naar buiten.



5 (1p) Het laagje lucht tussen de glazen zorgt voor goede isolatie, doordat lucht een veel slechtere geleider is dan glas. Toch zien we dat het temperatuurverschil bij de lucht veel groter is dan bij het glas. Leg uit wat hier aan de hand is.
6 (4p) Laat met een berekening zien dat de warmtestroom door elk stuk glas en door de lucht gelijk is.
7 (2p) Leg uit waarom de warmtestroom door alle drie de stoffen gelijk is.

HAVO VWO OF

Droogijs

CO_2 in vaste vorm wordt droogijs genoemd. Als je droogijs verwarmt in lucht, dan lijkt het alsof het "in het niets" verdwijnt.

8 (2p) Leg uit wat er hier gebeurt. Noem bij je uitleg de faseovergang die hier heeft plaatsgevonden.

Als er waterdamp in de lucht zit (wat meestal het geval is), dan zal je een nevel zien ontstaan rond het droogijs (zie de bovenstaande afbeelding).

9 (2p) Leg uit welke faseovergang hier heeft plaatsgevonden.

Combiketel

Veel huishoudens gebruiken heet water uit een combiketel. Voordat het hete water uit de combiketel de kraan bereikt, moet eerst het koude water wegstromen dat zich nog in de leiding bevindt. Voor een bepaald huis is de binnendiameter van de heetwaterleiding 12,0 mm, de lengte van de leiding tussen de combiketel en de keukenkraan is 11 m en per dag laat men gemiddeld twintig keer het koude water uit de leiding wegstromen in afwachting van warm water.

10 (3p) Bereken het volume van het water dat in dit huis per jaar wegstroomt doordat men op heet water wacht.

Als je de kraan maximaal opendraait, duurt het 12 seconden voordat het koude water is doorgestroomd.

11 (3p) Bereken het debiet van de waterstroom door de buis in liter per seconde.

12 (2p) Beredeneer hoeveel de snelheid van het water toeneemt als je de diameter van de buis twee keer zo klein zou maken. Neem aan de het debiet gelijk blijft.

Om iets aan deze verspilling van water te doen, is de zogenoemde thermofort bedacht. Dit is een soort thermosfles waarin het hete water wordt opgevangen nader de kraan wordt dichtgedraaid. Als de bewoner opnieuw de heetwaterkraan opent, stroomt de thermofort leeg en heeft de persoon direct warm water. Ondanks de goede isolatie koelt het water in de thermofort toch langzaam af. Om dit warmteverlies tegen te gaan, is in de thermofort een verwarmingselement met een vermogen van 2,0 W gemonteerd. Het verwarmingselement is dag en nacht ingeschakeld.

13 (3p) Bereken de jaarlijkse energiekosten voor het verwarmingselement. Ga ervan uit dat één kilowattuur aan elektrische energie 0,13 euro kost.

Zonder verwarmingselement zou de temperatuur ongeveer 1 graad Celsius per uur dalen. Neem aan dat zich steeds 1,5 liter water in de thermofort bevindt.

14 (5p) Toon aan dat het vermogen van het verwarmingselement voldoende is om het warmteverlies door afkoeling te compenseren.
(bron: examen HAVO 2002-2)

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
7	De constante van Wien
8-12	Dichtheid en soortelijke warmte
8-12	Warmtegeleidingscoëfficiënt
19A	Het zichtbare spectrum
19B	Het volledige spectrum
23	Planck-kromme
28B	Stookwaarde

TEST VERSIE