S. P. Dinkgreve
© 2023

WETEN SCHAPS SCHOOL

Natuurkunde voor de middelbare school

KLAS 3H/V

Voor de online versie met filmpjes en animaties, ga naar: www.wetenschapsschool.nl

Copyright © 2023 by Stephan P. Dinkgreve
All rights reserved. This book or any portion thereof may not be reproduced or used in any manner whatsoever without the express written permission of the publisher
except for the use of brief quotations in a book review.

Printed in the Netherlands

Sixth Printing

www.wetenschapsschool.nl

TESTVERSIE

Inhoudsopgave
Klas 3

Hoofdstuk 1 **Basisvaardigheden** 3
- §1 Grootheden en eenheden 3
- §2 Formules omschrijven 6
- §3 Dichtheid 8
- §4 Drijven of zinken 11
- §5 Oefentoets 13

Hoofdstuk 2 **Beweging** 15
- §1 De gemiddelde snelheid 15
- §2 Versnelling 18
- §3 Het (x,t)-diagram 20
- §4 Het (v,t)-diagram 23
- §5 De oppervlaktemethode 26
- §6 Oefentoets 28

Hoofdstuk 3 **Kracht** 30
- §1 Soorten kracht 30
- §2 De resulterende kracht 36
- §3 Het krachtenevenwicht 40
- §4 De eerste wet van Newton 43
- §5 Ontbinden van krachten 45
- §6 Oefentoets 48

Hoofdstuk 4 **Elektriciteit** 50
- §1 Schakelingen 50
- §2 Stroomsterkte 54
- §3 Spanning 58
- §4 De wet van Ohm 61
- §5 Het vermogen 65
- §6 Oefentoets 68

Hoofdstuk 5 **Mechanica** 70
- §1 Significante cijfers 70
- §2 Eenheden afleiden 73
- §3 De raaklijn 75
- §4 De tweede wet van Newton 77
- §5 Oefentoets 80

Hoofdstuk 6 **Energie** 82
- §1 Soorten energie 82
- §2 Energiebehoud 84
- §3 Chemische energie 88
- §4 Oefentoets 91

Hoofdstuk 7 **Moment (HAVO)** 93
- §1 Stabiliteit 93
- §2 Het moment 95
- §3 De arm 98
- §4 Oefentoets 101

Hoofdstuk 8 **Modelleren (VWO)** 102
- §1 Modelleren 102
- §2 De vrije val 104
- §3 Oefentoets 106

TESTVERSIE

Hoofdstuk 1
Basisvaardigheden

§1 Grootheden en eenheden

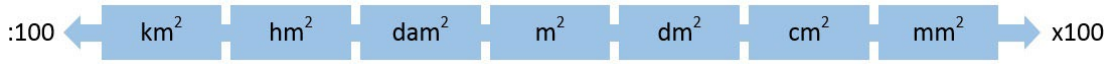
In dit hoofdstuk ga je de basisvaardigheden leren waarmee je de natuurkunde de rest van het jaar goed kan begrijpen. In deze eerste paragraaf bespreken we het verschil tussen de eigenschappen die we kunnen meten (grootheden) en de maten waarin we deze eigenschappen meten (eenheden). Ook bespreken we een aantal standaardeenheden die we SI-eenheden noemen en introduceren we een aantal formules om het volume van verschillende voorwerpen uit te rekenen.

In de wetenschap beschrijven we de wereld door metingen te verrichten. Alle **eigenschappen die we kunnen meten,** noemen we **grootheden**. Voorbeelden van grootheden zijn lengte, oppervlakte, volume, tijd, temperatuur en snelheid. De **maten** waarin we deze eigenschappen meten, worden **eenheden** genoemd. Voorbeelden van eenheden zijn meter, vierkante meter, kubieke meter, seconde, minuut, graden Celsius en meter per seconde.

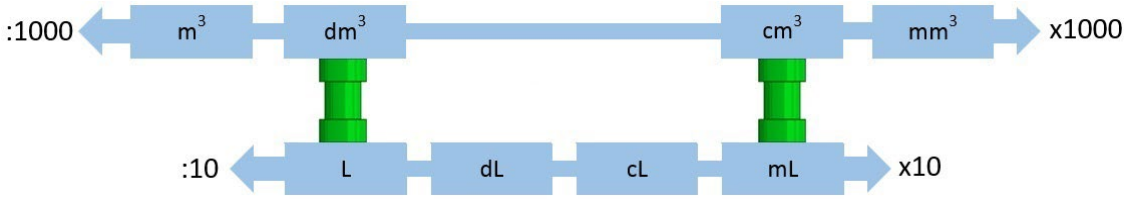
Een eenheid is gemakkelijk te herkennen doordat we het achter een getal kunnen plaatsen. We zeggen bijvoorbeeld 25 meter, maar niet 25 lengte. Meter is dus een eenheid, maar lengte niet. In het vak natuurkunde is het **verplicht** om bij het eindantwoord van een berekening altijd de **eenheid te noteren**.

De belangrijkste eenheden voor de **lengte** zijn:

De belangrijkste eenheden voor de **oppervlakte** zijn:

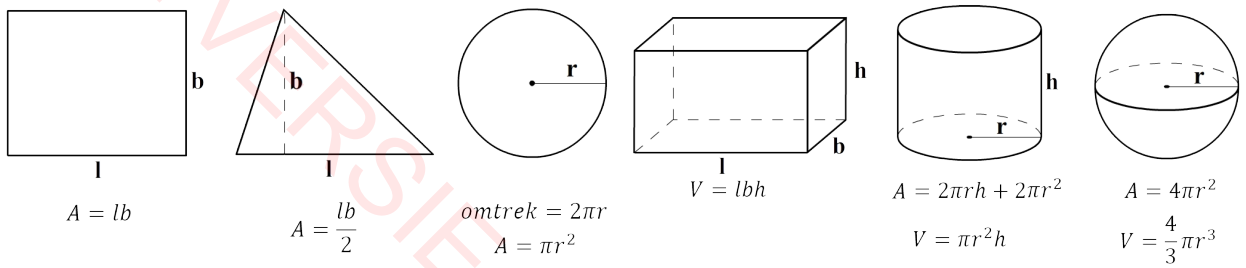


De belangrijkste eenheden voor het **volume** zijn:



In de bovenstaande afbeelding zien we dat het volume zowel in **kubieke meter** als in **liter** kunnen weergeven. 1 L is bijvoorbeeld exact hetzelfde als 1 dm^3. Er geldt dus **1 L = 1 dm^3**.

In BINAS kan je formules vinden voor het **volume** (**V**) en de **oppervlakte** (**A**) van een aantal veelvoorkomende figuren. Hieronder zien we een aantal voorbeelden hiervan.



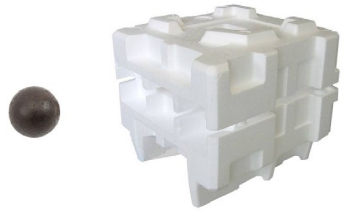
TESTVERSIE

De **massa** geeft aan **hoe zwaar** een voorwerp is. Voor de massa gebruiken we dezelfde voorvoegsels als bij de lengte:

Normaal gesproken gebruiken we echter alleen de milligram, de gram en de kilogram:

In het dagelijks leven wordt voor de massa ook wel het woord “gewicht” gebruikt. Dit is echter onjuist. In klas 4 zullen we het verschil tussen massa en gewicht toelichten.

Het is belangrijk om het begrip volume en het begrip massa goed uit elkaar te houden. Het volume beschrijft **hoeveel ruimte** een voorwerp inneemt. De massa beschrijft **hoe zwaar** een voorwerp is. In de onderstaande afbeelding wordt het verschil duidelijk. Het stuk piepschuim heeft het grootste volume, omdat het meer ruimte inneemt. De kogel heeft de grootste massa, omdat die zwaarder is.



Een aantal eenheden zijn in het verleden uitgeroepen tot standaardeenheden. We noemen dit ook wel de **SI-eenheden** (SI is een afkorting van “Système international d'unités”, oftewel “standaard internationale eenheden”). De meest fundamentele SI-eenheden worden de **SI-grondeenheden** genoemd. Een aantal hiervan staan hieronder in de tabel:

Grootheid	**SI-grondeenheid**
Afstand	meter (m)
Tijd	seconde (s)
Massa	kilogram (kg)
Temperatuur	kelvin (K)

Door de SI-grondeenheden te combineren kunnen we andere SI-eenheden afleiden. Van de SI-grondeenheid meter (m) kunnen we bijvoorbeeld de SI-eenheid vierkante meter (m^2) en kubieke meter (m^3) maken. Met meter (m) en seconde (s) kunnen we bijvoorbeeld de SI-eenheid meter per seconde (m/s) maken. We noemen dit **afgeleide SI-eenheden**.

In de natuurkunde zal je regelmatig worden gevraagd om een bepaalde meetwaarde om te rekenen naar SI-eenheden. Hieronder zien we hiervan twee voorbeelden.

🛠 Voorbeeld

Vraag:
Reken 500 g om in SI-eenheden.

Antwoord:
De SI-eenheid van de **massa** is **kilogram**.
Omgerekend wordt dit 0,500 kg.

Vraag:
Reken 20 L om in SI-eenheden.

Antwoord:
De SI-eenheid van het **volume** is de **kubieke meter**.
We gaan liter dus omschrijven naar kubieke meter.
Omgerekend wordt dit 20 L = 20 dm^3 = 0,020 m^3.

TESTVERSIE

Voorbeeld

Vraag:
In de onderstaande afbeelding zien we de koepel van het planetarium in Artis. De koepel heeft een diameter van 18,00 meter. Bereken het volume van de koepel.

Antwoord:
Het dak heeft de vorm van een **halve bol**. Volgens BINAS is het volume van een **bol** gegeven door:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

De **straal** (**r**) is gelijk aan 18 / 2 = 9 m. Als we de formule invullen, dan vinden we:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \times 9^3 = 3053,628 \text{ m}^3$$

Voor een **halve bol** vinden we 3053,628 / 2 = 1527 m^3.

INSTRUCTIEVIDEO MASSA & VOLUME

INSTRUCTIEVIDEO EENHEDEN

Zorg dat je eenheden kan omschrijven en meetwaarden kan omrekenen naar SI-eenheden

1. (2p) Beschrijf het verschil tussen massa en volume.
2. (1p) Geef de grootheid behorende bij de eenheid kubieke meter en de grootheid behorende bij de eenheid liter.
3. (8p) Schrijf de volgende meetwaarden om:
   a. 2,231 L = ... mL
   b. 5600 cm^3 = ... L
   c. 66,08 mL = ... dm^3
   d. 0,0765 L = ... cm^3
   e. 1,54 dm^3 = ... mL
   f. 150 mm^3 = ... L
   g. 0,23 m^3 = ... cL
   h. 0,9 dL = ... cm^3
4. (4p) Schrijf de volgende meetwaarden om:
   a. 0,03kg = ... g
   b. 23 000 g = ... kg
   c. 25 mg = ... g
   d. 0,25 kg = ... mg
5. (6p) Reken de volgende maten om in SI-eenheden:
   a. 340 cm^3
   b. 150 g
   c. 25 L
   d. 400 km^2
   e. 24 uur
   f. 2300 ms
6. (1p) Beschrijf hoe je een hoeveelheid liter omschrijft in SI-eenheden.

TESTVERSIE

Zorg dat je het volume kan bereken met formules

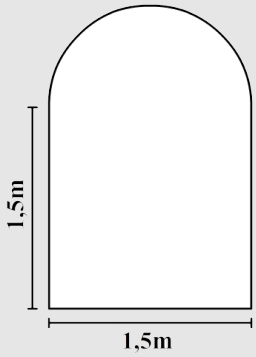
7. (3p) Een zwembad wordt tot de rand gevuld met 150×10^3 liter water. De lengte van het zwembad is 10,00 meter en de breedte is 5,00 m. Bereken hoe diep het zwembad is.

8. (3p) Bereken de oppervlakte van de aarde. Zoek hiervoor eerst de straal van de aarde op in BINAS.

9. (3p) Bereken het volume van de aarde.

10. (3p) Een hoogspanningskabel heeft een diameter van 30 mm. De kabel is 25 km lang. Bereken het volume van de kabel.

11. Het raam in een verwarmd huis laat per seconde per vierkante meter 200 joule door. Het raam is hieronder weergegeven.



a. (5p) Ga na hoeveel energie er per jaar verloren gaat door het raam. Laat hiervoor eerst zien dat het oppervlak van het raam gelijk is aan 3,1 m^2.

b. (3p) Het raam is 2,0 cm dik. Bereken het volume van het glas.

§2 Formules omschrijven

Processen in de natuurkunde worden vaak beschreven met formules. In deze paragraaf gaan we leren hoe we deze formules kunnen omschrijven in verschillende vormen. In de volgende paragraaf gaan we deze techniek meteen toepassen.

Stel een auto legt een bepaalde afstand af in een bepaalde tijd. De snelheid van de auto kan dan worden berekend met:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)
Verplaatsing (Δx)	meter (m)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

Als een auto bijvoorbeeld 300 meter aflegt in 25 seconde, dan is de snelheid van de auto gelijk aan:

$$v = \frac{300}{25} = 12 \text{ m/s}$$

TESTVERSIE

Als we de formule willen gebruiken om niet de snelheid, maar juist de verplaatsing of de tijdsduur uit te rekenen, dan moeten we deze formule leren **omschrijven.** Om dit te doen hebben we een wiskundig trucje nodig. Als in een vergelijking aan de ene kant van de "=" wordt **gedeeld** door een bepaald getal, dan kan je in plaats daarvan ook de andere kant van de "=" **vermenigvuldigen** met ditzelfde getal. Hieronder zien we een getallenvoorbeeld waar dit wordt uitgevoerd:

$$\frac{6}{3} = 2$$
$$\downarrow$$
$$6 = 2 \times 3$$

De omgekeerde regel geldt ook. Als we aan de ene kant van de "=" met een waarde **vermenigvuldigen**, dan kunnen we ook aan de andere kant door deze waarde **delen**. Dit zien we hieronder:

$$6 = 2 \times 3$$
$$\downarrow$$
$$\frac{6}{3} = 2$$

We kunnen dit trucje gebruiken om formules om te schrijven in elke gewenste vorm. Dit doen we in **twee stappen**. Eerst zorg je dat je een eventuele **breuk** in de formule **wegwerkt**. Daarna schrijf je de formule om met het wiskundige trucje dat hierboven beschreven is. Laten we dit toepassen op de formule voor de snelheid. Stel we willen de formule omschrijven zodat we de tijdsduur uit kunnen rekenen. We voeren dan de volgende stappen uit:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\downarrow$$
$$v \times \Delta t = \Delta x$$
$$\downarrow$$
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

In de eerste stap hebben we "gedeeld door Δt" aan de rechterkant weggehaald en "keer Δt" aan de linkerzijde erbij geschreven. In de tweede stap hebben we "keer v" aan de linkerzijde weggehaald en "gedeeld door v" aan de rechterzijde toegevoegd. We hebben nu de formule voor Δt gevonden. Deze techniek is gemakkelijker te begrijpen met behulp van een filmpje. Op de website **wetenschapsschool.nl** kan je dit filmpje vinden.

Hieronder zien we een iets complexer voorbeeld. We herschrijven de formule, zodat we de massa (m) uit kunnen rekenen:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad F \times r = mv^2 \quad \rightarrow \quad \frac{F \times r}{v^2} = m$$

Nu doen we hetzelfde voor de snelheid (v):

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad F \times r = mv^2 \quad \rightarrow \quad \frac{F \times r}{m} = v^2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{\frac{F \times r}{m}} = v$$

INSTRUCTIEVIDEO FORMULES OMSCHRIJVEN

TESTVERSIE

Zorg dat je formules kan omschrijven

1. Ga naar deze opdracht met de QR-code en haal minimaal 10 punten.
2. (1p) Beschrijf de stappen die nodig zijn om een formule om te schrijven in een andere vorm.
3. (2p) De formule voor de snelheid (v) wordt gegeven door:

   $$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

   Schrijf deze formule om zodat hier de verplaatsing (Δx) mee berekend kan worden.
4. (2p) Een auto rijdt 1200 meter met een snelheid van 25 m/s. Bereken met de bovenstaande formule hoe lang de auto hierover doet. Schrijf hiervoor eerst de formule om in de juiste vorm.
5. (2p) De formule voor de weerstand (R) van een stroomdraad wordt gegeven door:

   $$R = \frac{U}{I}$$

   Geef de formule voor de spanning (U) en geef de formule voor de stroomsterkte (I).
6. (3p) De formule voor de kracht (F) waarmee een voorwerp in een cirkelbaan gehouden kan worden is gelijk aan:

   $$F = \frac{mv^2}{r}$$

   Geef de formule voor de massa (m), de formule voor baanstraal (r) en de formule voor de snelheid (v).
7. (2p) De formule voor de snelheid (v) van een voorwerp dat in een cirkelbaan beweegt is:

   $$v = \frac{2\pi r}{T}$$

   Geef de formule voor de omlooptijd (T) en de formule voor baanstraal (r).
8. (2p) De formule voor de gravitatiekracht (F_g) is:

   $$F_g = \frac{GMm}{r^2}$$

   Geef de formule voor de massa (M) en de formule voor de afstand (r).

§3 Dichtheid

In deze paragraaf introduceren we het belangrijke begrip dichtheid. Met deze grootheid kunnen we de massa van verschillende stoffen eerlijk met elkaar vergelijken. We maken hierbij gebruik van het omschrijven van formules zoals in de vorige paragraaf besproken is.

Niet alle stoffen zijn even zwaar. Een kubieke centimeter goud is bijvoorbeeld zwaarder dan een kubieke centimeter aluminium. We beschrijven dit verschil met het begrip **dichtheid**.

Een **kubieke centimeter** goud heeft bijvoorbeeld altijd een massa van 19,3 **gram.** We zeggen daarom dat de dichtheid van goud gelijk is aan 19,3 **g/cm³**. Aluminium heeft altijd een dichtheid van 2,7 g/cm³. Aluminium heeft dus een kleinere dichtheid dan goud. Als we in het dagelijks leven zeggen dat goud "zwaarder" is dan aluminium, dan bedoelen we eigenlijk dat de dichtheid van goud groter is dan van aluminium.

We kunnen de dichtheid van een stof als volgt berekenen:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

massa (m)	kilogram (kg)
volume (V)	kubieke meter (m^3)
dichtheid (ρ, spreek dit uit als "rho")	kilogram per kubieke meter (kg/m^3)

TESTVERSIE

In SI-eenheden wordt de dichtheid gegeven in **kg/m³**, maar er wordt ook regelmatig gebruik gemaakt van **g/cm³**. In dat geval wordt de massa gegeven in gram en het volume in kubieke centimeter.

De dichtheden van een heel aantal stoffen kan je opzoeken in BINAS. De eenheid boven de tabel is hier **10^3 kgm^{-3}**. De tienmacht vertelt ons dat we de waarde uit de tabel nog met **10^3** moeten vermenigvuldigen. kgm^{-3} is een andere schrijfwijze van kg/m³.

Stappenplan: Dichtheid

Vraag:
Bereken de massa van 1,2 dm³ ijzer.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en zoek de dichtheid op:

V = 1,2 dm³
ρ = 7870 kg/m³
m = ?

Stap 2:
Schrijf de gegevens om in SI-eenheden:

V = 0,0012 m³

Stap 3:
Schrijf de formule ρ = m/V om in de juiste vorm. Doe dit met de techniek uit de vorige paragraaf (er zijn elk jaar leerlingen die de formule omschrijven door te "gokken". Doe dit niet! Leer in plaats daarvan de techniek uit de vorige paragraaf aan. Hier heb je de rest van het jaar profijt van). In dit geval willen we de massa berekenen. De formule wordt in dat geval:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho \times V$$

Stap 4:
Vul de formule in en reken het antwoord uit. Denk eraan de eenheid achter het antwoord te schrijven.

0,0012 × 7870 = 9,4 **kg**

Voorbeeld

Vraag:
In BINAS kan je de dichtheid van Jupiter vinden. Deze dichtheid is uitgerekend met behulp van de straal en de massa van Jupiter. Voer deze berekening uit en laat zien dat je (ongeveer) dezelfde waarde vindt als in BINAS vermeld staat.

(Afbeelding: Hubble; PD)

Antwoord:
De planeet Jupiter heeft de vorm van een **bol**. Volgens BINAS is het volume van een bol gegeven door:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

In BINAS vinden we dat de **straal van Jupiter** gelijk is aan 69,91 × 10^6 m. Het volume wordt hiermee:

$$V_{bol} = \frac{4}{3}\pi \times (69,91 \times 10^6)^3 = 1,431 \times 10^{24}\ \mathrm{m}^3$$

Let bij deze berekening **op de haakjes**.

De **massa van Jupiter** is volgens BINAS gelijk aan 1900 × 10^{24} kg. Hiermee kunnen we de **dichtheid** uitrekenen:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1900 \times 10^{24}}{1,431 \times 10^{24}} = 1328\ \mathrm{kg/m^3}$$

In BINAS zien we 1330 kg/m³ staan voor de dichtheid. Dit ligt erg dicht bij de waarde die wij gevonden hebben.

TEST VERSIE

EXPERIMENT DICHTHEID

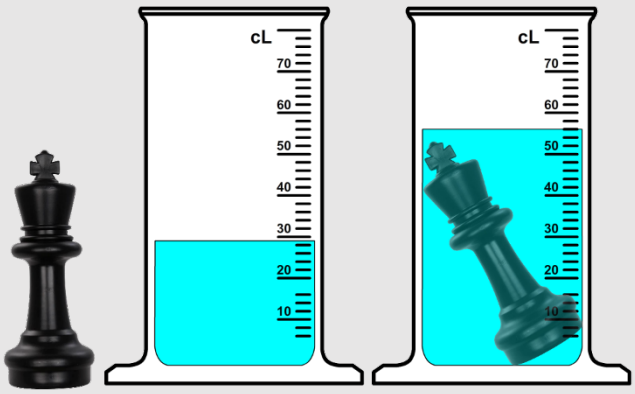
INSTRUCTIEVIDEO DICHTHEID

Zorg dat je kan redeneren met het begrip dichtheid

1. (3p) Beschrijf het verschil tussen massa, volume en dichtheid.
2. (4p) Stel je wil de dichtheid van een voorwerp bepalen. Leg uit hoe dit kan doen. Vertel hierbij welke metingen je moet verrichten, welke berekeningen je moet uitvoeren en welke eenheid je achter het antwoord moet zetten.
3. (1p) Leg uit waar je op moet letten bij het aflezen van de dichtheid uit BINAS.
4. (2p) Een koperen voorwerp heeft hetzelfde volume als een ijzeren voorwerp. Welk voorwerp heeft de grootste massa?
5. (2p) Een koperen voorwerp heeft dezelfde massa als een ijzeren voorwerp. Welk voorwerp heeft het grootste volume?

Zorg dat je kan rekenen met ρ = m/V

6. (4p) Een plank heeft een massa van 1,0 kg. De plank is 2,0 cm dik, 10 cm breed en 80 cm lang. Bereken de dichtheid van de plank in kilogram per kubieke meter.
7. (5p) Een persoon wil bepalen van welk type hout een groot schaakstuk gemaakt is. Hij gebruikt hiervoor o.a. de onderdompelmethode (zie de onderstaande afbeelding). De massa van het schaakstuk is 340 g. Bepaal van welke type hout het schaakstuk gemaakt is.



8. (4p) Bereken de massa van 10 dm^3 tin.
9. (4p) Bereken het volume van 20 gram aluminium.
10. (4p) Een lege kamer heeft een lengte van 8,0 m, een breedte van 5,0 meter en een hoogte van 2,5 meter. Bereken de massa van de lucht in de kamer.
11. (5p) In BINAS kan je de dichtheid van de aarde vinden. Deze dichtheid is uitgerekend met behulp van de straal en de massa van de aarde. Voer deze berekening uit en laat zien dat je dezelfde waarde voor de dichtheid van de aarde vindt als in BINAS vermeld staat.
12. (5p) Een koperen stroomdraad heeft een diameter van 2,0 mm en een lengte van 40,0 m. Bereken de massa van de draad.

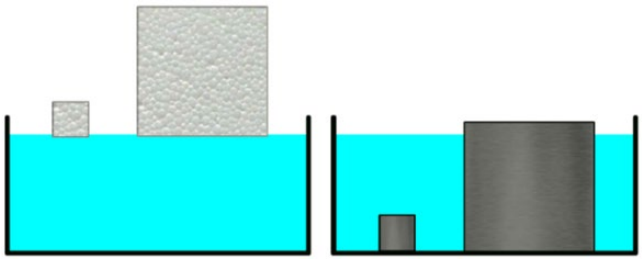
TESTVERSIE

§4 Drijven of zinken

In deze paragraaf gaan we met de dichtheid uitrekenen of voorwerpen drijven of zinken.

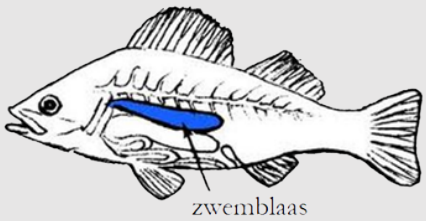
Met de dichtheid kunnen we o.a. voorspellen of een voorwerp zal drijven of zinken. Als een voorwerp een **grotere dichtheid** heeft dan de omringende vloeistof, dan zal het voorwerp zinken. Als het een **lagere dichtheid** heeft, dan blijft het **drijven**.

Piepschuim heeft bijvoorbeeld een lagere dichtheid dan water en blijft dus drijven. Dit geldt zelfs als je een gigantisch stuk piepschuim van duizenden kilogram in het water zou leggen. Het omgekeerde is waar voor een stukje metaal. Metaal heeft een grotere dichtheid en als gevolg daarvan zal zelfs het lichtste stukje metaal zinken.



🛠 Voorbeeld

Vraag:
Straalvinnige vissen hebben in hun lichaam een zogenaamde zwemblaas zitten die gevuld kan worden met gas. De blaas stelt de vis in staat om op te stijgen en te zinken in het water zonder zijn vinnen te bewegen. Leg met behulp van het begrip dichtheid uit hoe dit werkt.



Antwoord:
Als de vis zijn blaas **groter** maakt, dan neemt het **volume** van de vis **toe**. De **massa** blijft echter **hetzelfde**. Volgens de formule **ρ = m/V** zorgt dit voor een **afname** van de **dichtheid**. Als de dichtheid van de vis **onder de dichtheid van water** komt, dan zal de vis **opstijgen**.

Als de vis zijn blaas **kleiner** maakt, dan neemt het **volume** van de vis **af**. De **massa** blijft echter **hetzelfde**. Volgens de formule **ρ = m/V** zorgt dit voor een **toename** van de **dichtheid**. Als de dichtheid van de vis **hoger** wordt dan de **dichtheid van water**, dan zal de vis **zinken**.

Hiernaast zien we een gigantisch containerschip met een grote massa. Hoe kan het dat dit schip blijft drijven? We gaan dit begrijpen met behulp van een simpel voorbeeld. Stel we hebben een stalen plaat van 7800 kg met een lengte van 10,0 meter, een breedte van 5,0 meter en een dikte van 2,0 centimeter. Het volume van de plaat is in dat geval 10,0 × 5,0 × 0,020 = 1,0 m^3. De dichtheid wordt dan:

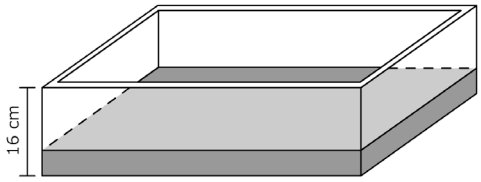
$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{7800}{1,0} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

Deze dichtheid is veel groter dan de dichtheid van water (998 kg/m^3) en als gevolg daarvan zal de plaat dus zinken.
(Afbeelding: Robert Schwemmer; CC BY-SA 2.0)

HBO TVERSIE

Nu bouwen we een dun muurtje aan de randen van de stalen plaat. We maken het muurtje 16,0 cm hoog en zorgen dat het muurtje zo dun is dat het zo goed als niets weegt (zie de onderstaande afbeelding).



Het totale volume van onze boot is nu 5,0 × 10,0 × 0,160 = 8,0 m^3. De dichtheid wordt in dit geval:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{7800}{8,0} = 975 \text{ kg/m}^3$$

Dit is kleiner dan de dichtheid van water (998 kg/m^3) en als gevolg daarvan zal de boot dus drijven! Een klein muurtje van 16 cm is dus al genoeg om een stalen plaat van 7800 kg te laten drijven! Met behulp van dit principe worden ook containerschepen ontworpen.

INSTRUCTIEVIDEO DRIJVEN EN ZINKEN

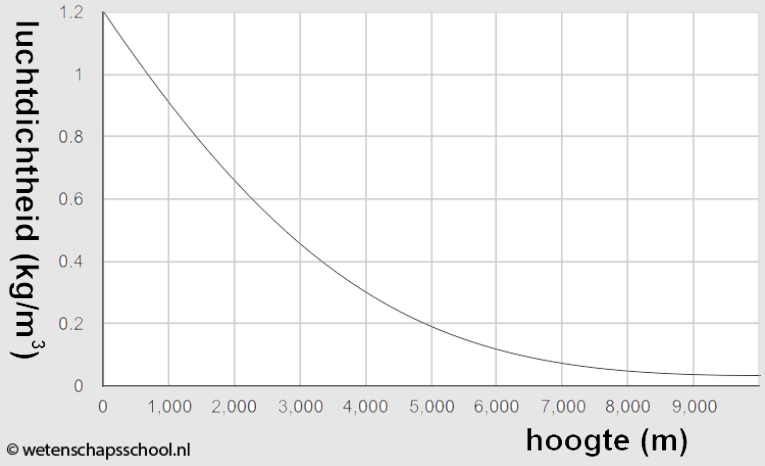
EXPERIMENT DRIJVEN EN ZINKEN

Zorg dat je kan rekenen en redeneren met drijven en zinken

1. In een experiment in de klas wordt de dichtheid van een leerling bepaald. Eerst wordt met een weegschaal de massa van de leerling bepaald. De leerling blijkt 45 kg te wegen. Dan wordt er een bak met water de klas in gereden. De bak heeft een lengte van 1,0 m en een breedte van 60 cm. Het water komt 40 cm hoog. De leerling stapt nu in de bak water en gaat helemaal kopje onder. Als de leerling heeft uitgeademd wordt de nieuwe hoogte van het water gemeten. Dit blijkt 47,3 cm te zijn.
   a. (5p) Bereken de dichtheid van de leerling.
   b. (1p) Ga ook na of de leerling drijft of zinkt.
   c. (1p) Leg uit of je het antwoord bij vraag b verwacht had.
2. Een scubadiver gebruikt een buoyancy control device (BCD) om in het water te zinken of drijven. Om te zinken laat de duiker lucht uit de BCD stromen.
   a. (3p) Leg uit dat dit ervoor kan zorgen dat de duiker zinkt.
   b. (3p) Om weer boven water te komen laat de duiker wat lucht van de zuurstoffles in de BCD stromen. Leg uit waarom dit werkt.
   c. (1p) De BCD kan ook gebruikt worden om net te blijven zweven op dezelfde plek onder water. Leg uit hoe dit werkt.
3. (3p) Een duikboot zinkt en stijgt in water door water in en uit een aantal kamers te pompen. Leg uit waarom de duikboot gaat stijgen als water uit deze kamers wordt gepompt.
4. (5p) Een boot van staal wordt in het water gelegd. De boot heeft een massa van 15000 kg. De boot heeft de vorm van een balk. De lengte is 5,0 m, de breedte 3,0 m en de hoogte 90 cm. Bereken of deze boot zinkt of drijft.
5. Een ijzeren plaat heeft een lengte van 5,0 m, een breedte van 2,5 m en een dikte van 5 centimeter. Om de plaat wordt een muurtje gemaakt met een verwaarloosbare massa.
   a. (5p) Laat met een berekening zien dat de ijzeren plaat een massa heeft van 4,9 × 10^3 kg.
   b. (4p, VWO) Bereken hoe hoog het muurtje moet zijn wil de boot net blijven drijven.

TESTVERSIE

6. In de onderstaande grafiek kunnen we de luchtdichtheid aflezen bij verschillende hoogten in de atmosfeer. Een persoon gebruikt dit diagram om een schatting te maken hoe hoog hij kan reizen met zijn hete luchtballon. Een hete luchtballon is een grote ballon waarbij de lucht aan de binnenkant verwarmd wordt met een grote vlam.



a. (2p) Leg uit waarom een hete luchtballon bij het verwarmen gaat opstijgen.

b. (3p) De luchtballon heeft een volume (met lucht) van 500 m^3 en een massa van 450 kg. Bereken hoe hoog de ballonvaarder maximaal met deze ballon kan komen.

7. (VWO, 5p) Een duikboot heeft een volume van 1900 m^3. In een duikboot zitten een aantal kamers waar water in en uit gepompt kan worden. Als deze kamers leeg zijn, dan heeft de duikboot een massa van 1 400 000 kg. Bereken hoeveel liter water er minimaal in deze kamers moet worden gepompt om de duikboot te laten zinken.

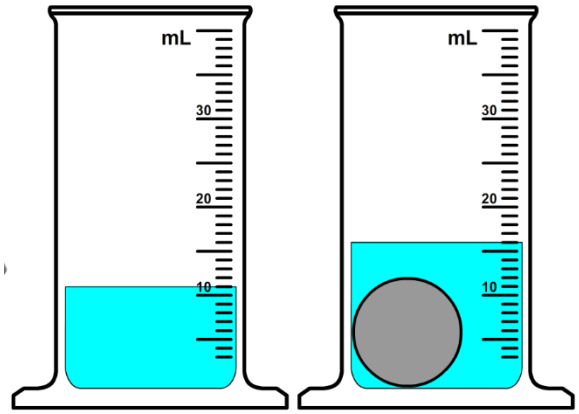
§5 Oefentoets

Rekenen met dichtheid

1 (3p) Bereken het volume van 1,5 kg calcium in dm^3.

2 (3p) Bereken de massa van 290 cm^3 zilver.

3 (4p) Een maatcilinder is deels gevuld met water. Een kogel met een massa van 36 gram wordt zonder te spatten ondergedompeld in deze maatcilinder (zie de rechter afbeelding). Bepaal van welke stof de kogel gemaakt is.



4 (4p, VWO) Tegenwoordig maakt men bij het polsstokhoogspringen gebruik van een stok gemaakt van glasfiber. De 4,80 m lange stok is cilindervormig en hol. De buitendiameter is 4,0 cm, de binnendiameter is 3,6 cm. De massa van de stok is 2,3 kg. Bereken hiermee de dichtheid van glasfiber.

TRAINERSIE

De zwemblaas

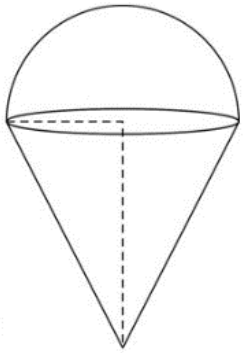
Straalvinnige vissen hebben in hun lichaam een zogenaamde zwemblaas zitten die gevuld kan worden met gas. De blaas stelt de vis in staat op de gewenste diepte te blijven zonder dat de vis hiervoor zwembewegingen moet blijven maken.

5 (1p) Leg met het begrip dichtheid uit wat er moet gebeuren om de vis op een bepaalde diepte te laten zweven.

6 (2p) De zwemblaas kan ook gebruikt worden om de vis naar boven te laten drijven. Hierdoor is het niet noodzakelijk dat de vis op eigen kracht omhoog zwemt. Leg met het begrip dichtheid uit wat er hiervoor moet gebeuren.

De heliumballon

Wetenschappers laten een grote heliumballon op die bij benadering de vorm heeft van een halve bol en een kegel (zie de rechter afbeelding). De bol heeft een diameter van 6,0 m en de kegel een hoogte van 10 m. Het plastic waaruit de ballon gemaakt is, heeft een totale massa van 45 kg.



7 (3p) Bereken het volume van de ballon. Gebruik hiervoor de volgende formule voor een kegel:

$$V_{kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

De wetenschappers willen bepalen hoe hoog de ballon in de atmosfeer zal opstijgen. Ze gebruiken hiervoor het diagram op de vorige bladzijde, waarbij de dichtheid van de lucht is uitgezet tegen de hoogte.

8 (2p) Bepaal hoe hoog de heliumballon zal opstijgen.

Een boot

9 (VWO, 5p) Een leerling wil een stalen plaat van 5,0 bij 5,0 m en een dikte van 5 cm laten drijven. De leerling wil dit doen door om de plaat een muurtje te maken van een stevig materiaal. De dichtheid van dit materiaal is klein genoeg dat het de massa nauwelijks beïnvloed. Bereken hoe hoog deze ommuring minimaal moet zijn om de plaat te laten drijven.

De dichtheid van het lichaam

10 (VWO, 5p) Een leerling met een massa van 60,0 kg heeft na uitademen een dichtheid van 1,03 kg/L. Dan ademt de leerling 2,50 L lucht in. Bereken of de leerling blijft drijven.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
2	Voorvoegsels
3-5	Grootheden en eenheden
8-12	Dichtheid
31	Eigenschappen planeten
36	Volumes en oppervlaktes
35	Formules

TESTVERSIE

Hoofdstuk 2
Beweging

§1 De gemiddelde snelheid

In deze paragraaf gaan we leren rekenen met de gemiddelde snelheid. We introduceren twee formules waarmee we dit kunnen doen.

De **gemiddelde snelheid** van een voorwerp kunnen we als volgt berekenen:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Gemiddelde snelheid (v_{gem})	meter per seconde (m/s)
Verplaatsing (Δx)	meter (m)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)

De **x** staat voor de **positie** van een voorwerp. Het **Δ**-teken staat voor **"de toename van"**. **Δx** staat dus voor de toename van de positie tijdens de beweging. We noemen dit ook wel de **verplaatsing**. **Δt** staat voor de toename van de tijd tijdens de beweging. We noemen dit ook wel de **tijdsduur**.

Stel dat een voorwerp verplaatst van positie x = 1 meter naar positie x = 5 meter in 8 seconden. Het voorwerp is dan 5 - 1 = 4 meter verplaatst. De snelheid wordt in dit geval:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ m/s}$$

De SI-eenheid van de snelheid is **meter per seconde**, maar in het dagelijks leven wordt ook vaak **kilometer per uur** gebruikt. Het is belangrijk dat we deze eenheden in elkaar om kunnen schrijven. Stel we willen 80 km/h omrekenen naar m/s. We rekenen dan eerst kilometer per uur om naar meter per uur:

$$80 \text{ km/h} = 80000 \text{ m/h}$$

Dan rekenen we meter per uur om naar meter per seconde:

$$\frac{80000 \text{ m/h}}{60 \times 60} = 22 \text{ m/s}$$

We kunnen bij het omschrijven ook gebruik maken van de volgende regel:

$$\text{km/h} \ : \ 3,6 \ \rightarrow \ \text{m/s}$$
$$\text{m/s} \ \times \ 3,6 \ \rightarrow \ \text{km/h}$$

TESTVERSIE

Stappenplan: Rekenen met snelheid

Vraag:
Een leerling is aan het hardlopen. Zijn doel is om binnen drie minuten 1,0 kilometer te rennen. De leerling rent 3,0 minuten lang met een snelheid van 18 km/h. Bereken of de leerling zijn doel bereikt heeft.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en reken ze zoveel mogelijk om in dezelfde eenheden. In dit voorbeeld kiezen we voor meter en seconde:

$$\Delta t = 3,0 \text{ min} = 3,0 \times 60 = 180 \text{ s}$$
$$v = 18 \text{ km/h} = 18/3,6 = 5,0 \text{ m/s}$$

Stap 2:
Schrijf de formule op en geef aan welke gegevens je weet en welk gegeven je wilt weten:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

Stap 3:
Schrijf de formule nu om in de juiste vorm. In dit geval willen de verplaatsing berekenen:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v \quad \rightarrow \quad \Delta x = v \times \Delta t$$

Stap 4:
Vul de formule in:

$$\Delta x = v \times \Delta t$$
$$\Delta x = 5,0 \times 180 = 900 \text{ m}$$

Stap 5:
Schrijf de conclusie op. Leg uit hoe je aan deze conclusie komt. Denk ook aan de eenheid achter het antwoord:

900 m is minder dan 1,0 kilometer, dus de leerling heeft zijn doel niet bereikt.

Als een voorwerp **geleidelijk versnelt of vertraagt**, dan spreken we van een **eenparige versnelling**. In dit geval kunnen we de gemiddelde snelheid ook als volgt uitrekenen:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2} \quad \text{(eenparige versnelling)}$$

Beginsnelheid (v_b)	meter per seconde (m/s)
Eindsnelheid (v_e)	meter per seconde (m/s)
Gemiddelde snelheid (v_{gem})	meter per seconde (m/s)

Stel dat een auto bijvoorbeeld eenparig versnelt van 10 m/s naar 30 m/s, dan is de gemiddelde snelheid gelijk aan:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2} = \frac{10 + 30}{2} = 20 \text{ m/s}$$

Let erop dat je als volgt haakjes gebruikt in je rekenmachine:

$(10 + 30)/2 = 20$ rekenmachine

INSTRUCTIEVIDEO REKENEN MET SNELHEID

TESTVERSIE

Voorbeeld

Opdracht:
Een auto versnelt gedurende 10 seconden van 20 naar 30 m/s. De versnelling is eenparig. Bereken hoeveel meter de auto heeft afgelegd.

Antwoord:
Eerst berekenen we de gemiddelde snelheid:

$$v_{gem} = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2}$$

$$v_{gem} = \frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ m/s}$$

Met de gemiddelde snelheid kunnen we de afstand uitrekenen. Hiervoor schrijven we eerst de formule in de juist vorm:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta x = v_{gem} \times \Delta t$$

Nu vullen we de formule in:

$$\Delta x = v_{gem} \times \Delta t$$

$$\Delta x = 25 \times 10 = 250 \text{ m}$$

De auto heeft tijdens de versnelling dus 250 m afgelegd.

Zorg dat je kan rekenen met v = Δx/Δt

1. (3p) Een F1-auto rijdt met een snelheid van 300 km/h over een rechte weg met een lengte van 450 meter. Bereken binnen hoeveel seconde deze afstand is afgelegd.
2. (4p) Een leerling is aan het hardlopen. Zijn doel is om binnen 50 seconden 200 meter te rennen. De leerling rent met een snelheid van 16 km/h. Bereken of de leerling zijn doel bereikt heeft.
3. (3p) Een Boeing vliegt binnen 55 minuten van Amsterdam naar Londen. De afstand tussen de vliegvelden is 358 kilometer. Bereken de gemiddelde snelheid van het vliegtuig.
4. (5p) Een automobilist rijdt met een snelheid van 100 km/h van Amsterdam naar Utrecht. De afstand tussen deze plaatsen is 34 km. De automobilist verlaat Amsterdam om 16:52 uur en wil om 17:10 uur in Utrecht aankomen. Bereken of de automobilist op tijd aankomt.
5. (5p) Twee leerlingen gaan een stuk fietsen. Ze vertrekken tegelijkertijd vanaf hetzelfde punt. De eerste leerling fietst met een snelheid van 3,0 m/s en de tweede met een snelheid van 7,5 m/s. Na 49 seconden loopt de ketting van de tweede leerling vast. Bereken hoeveel seconden de eerste leerling vanaf dit moment nog moet fietsen totdat hij de tweede leerling inhaalt.

Zorg dat je kan rekenen met $v_{gem} = (v_b+v_e)/2$

6. (5p) Een parachutespringer valt met een snelheid van 200 km/h. Dan trekt de springer zijn parachute open. Na 0,70 s is zijn snelheid eenparig afgenomen tot 40 km/h. Bereken hoeveel meter de parachutist in de tussentijd heeft afgelegd.
7. (4p) Een automobilist die met een snelheid van 80 km/h rijdt, trapt op zijn rem totdat hij eenparig tot stilstand is gekomen. Het remmen duurt 4 seconden. Bereken de remweg van de bestuurder.
8. (4p) Een persoon laat een bal vanuit stilstand vallen van een gebouw met een hoogte van 100 m. De bal versnelt hierdoor eenparig tot een snelheid van 44 m/s. Bereken de valtijd van de bal.
9. (5p) Een persoon laat een bal vanuit stilstand vallen van een gebouw met een hoogte van 100 m. Het duurt 4,5 seconde voordat de bal beneden aankomt. Je mag aannemen dat de bal eenparig versnelt. Bereken de eindsnelheid van de bal.
10. (VWO, 3p) Een bestuurder van een brommer probeert een tractor in te halen. Hij versnelt hiervoor eenparig gedurende 4,0 seconden en legt in deze tijd 100 meter af. Zijn beginsnelheid was 10 m/s. Bereken de snelheid van de brommer na de versnelling.
11. (VWO, 3p) Een automobilist versnelt eenparig over een afstand van 1500 meter en behaalt een eindsnelheid van 40 m/s. De versnelling heeft 50 seconden geduurd. Bereken de beginsnelheid van de auto.

TEGENPROEF

§2 Versnelling

In deze paragraaf gaan we leren rekenen met de versnelling.

De **versnelling** of **vertraging** (**a**) van een voorwerp kunnen we als volgt uitrekenen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Toename van snelheid (Δv)	meter per seconde (m/s)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Versnelling of vertraging (a)	meter per seconde per seconde (m/s^2)

De eenheid van de versnelling is **m/s^2**. Dit betekent het volgende. Stel dat de snelheid van een voorwerp **elke seconde** 1 **meter per seconde** toeneemt. We zeggen dan dat de snelheid 1 meter per seconde **per seconde** toeneemt. De eenheid van de versnelling is dus **m/s/s** en dit korten we ook wel af tot **m/s^2**.

Δv staat voor de **toename van de snelheid**. Hier geldt:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

Stel dat de snelheid van een voorwerp oploopt van 1,0 m/s tot 4,0 m/s in 6,0 seconden. We berekenen de versnelling dan als volgt:

$$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$$

$$\Delta v = 4,0 - 1,0 = 3,0 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{3,0}{6,0} = 0,50 \text{ m/s}^2$$

We hebben het in dit hoofdstuk gehad over de toename van de snelheid (Δv) en de gemiddelde snelheid (v_{gem}). Bij het beantwoorden van vragen is het belangrijk deze begrippen goed uit elkaar te houden. In het bovenstaande voorbeeld is de toename van de snelheid gelijk aan 4,0 - 1,0 = 3,0 m/s. De gemiddelde snelheid is (1,0 + 4,0)/2 = 2,5 m/s.

INSTRUCTIEVIDEO VERSNELLING

TESTVERSIE

Stappenplan: Rekenen met versnelling

Opdracht:
Een auto versnelt eenparig van 36 km/h naar 90 km/h en legt tijdens deze versnelling 105 meter af. Bereken de versnelling van de auto.

Stap 1:
Schrijf de gegevens uit de vraag op en reken ze zoveel mogelijk om in dezelfde eenheden:

$$\Delta x = 105 \text{ m}$$

$$v_b = 36 \text{ km/h} = \frac{36}{3,6} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_e = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$$

Stap 2:
Bereken zo mogelijk v_{gem} en Δv:

$$v_{gem} = \frac{v_b + v_e}{2} = \frac{10 + 25}{2} = 17,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_e - v_b = 25 - 10 = 15 \text{ m/s}$$

Stap 3:
Schrijf de formules op en geef aan welke gegevens je weet en welk gegeven je wilt weten:

$$\checkmark\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{gem}\checkmark \qquad \checkmark\frac{\Delta v}{\Delta t} = a\,?$$

Stap 4:
Bedenk welke formule je wilt gebruiken:

In dit voorbeeld willen we de versnelling berekenen met de rechter formule, maar we hebben nog niet alle gegevens om dit te kunnen doen. We beginnen daarom met de linker formule.

Stap 5:
Schrijf de formule zo nodig om en vul hem in:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{gem}}$$

$$\Delta t = \frac{105}{17,5} = 6,0 \text{ s}$$

Stap 6:
Gebruik nu de andere formule:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{15}{6,0} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Stap 7:
Schrijf de conclusie op en denk aan de eenheid:

De versnelling van de auto is **2,5 m/s²**

Zorg dat je kan rekenen met a = Δv/Δt

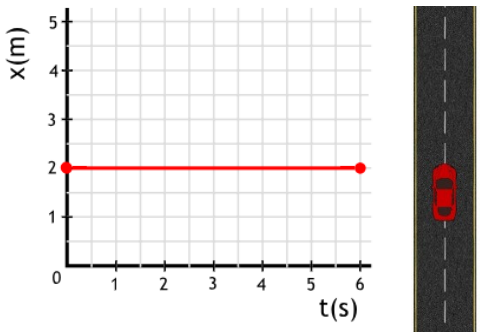
1. (2p) Leg duidelijk uit waarom de eenheid van de versnelling m/s/s (oftewel m/s²) is.
2. (2p) Leg het verschil uit tussen de gemiddelde snelheid (v_{gem}) en de toename van de snelheid (Δv).
3. (6p) Een auto versnelt gelijkmatig vanuit stilstand tot een snelheid van 30 m/s. Tijdens deze versnelling legt de auto 90 m af. Bereken de versnelling van deze auto.
4. (6p) Een auto versnelt gelijkmatig van 20 km/h tot een snelheid van 100 km/h. De auto heeft gedurende deze periode een versnelling van 5 m/s². Bereken de afstand die de auto heeft afgelegd.
5. (6p) Een F-18 wil door de geluidsbarrière heen en versnelt daarom gelijkmatig van 1000 km/h naar 1500 km/h. Gedurende deze versnelling heeft het vliegtuig een versnelling van 21,5 m/s². Bereken hoeveel meter de F-18 tijdens deze versnelling heeft afgelegd.
6. (6p) Een auto rijdt met een snelheid van 90 km/h over een weg. Omdat er een file vormt, trapt de automobilist op zijn rem en komt de auto binnen 100 meter met een eenparige vertraging tot stilstand. Bereken de vertraging van de auto tijdens het remmen.
7. (6p) Een maffiabaas plaatst om zijn kantoorruimte een dikke muur gemaakt van schuimplastic om zichzelf te beschermen. De eigenaar test de muur door erop te schieten. Een kogel wordt met een snelheid van 210 m/s loodrecht in de muur geschoten. De kogel dringt 83 cm in het schuimplastic door voordat het tot stilstand komt. Bereken de vertraging van de kogel in het schuimplastic.

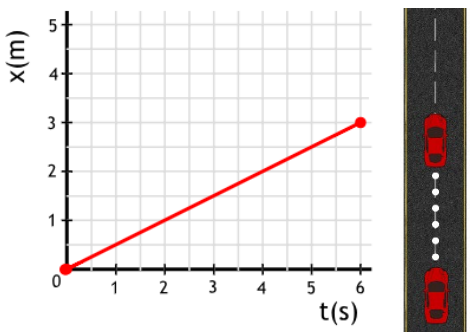
TEGWERPIE

§3 Het (x,t)-diagram

Behalve met formules, kunnen we beweging ook beschrijven met grafieken. In deze paragraaf gaan we kijken naar de zogenaamde (x,t)-diagrammen.

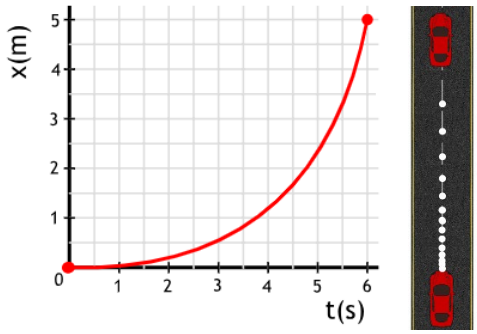
Een **(x,t)-diagram** is een diagram met op de horizontale as de **tijd** (**t**) en op de verticale as de **positie** (**x**). Hieronder zijn een aantal bewegingen beschreven met behulp van dit type diagram (met de onderstaande QR-code krijg je deze bewegingen te zien als animatie). Links zien we een grafiek die horizontaal loopt. De positie x verandert hier niet in de tijd. Het voorwerp staat hier dus **stil**. In de tweede afbeelding zien we een voorwerp dat zich geleidelijk verplaatst. Elke seconde wordt er evenveel meter afgelegd. We spreken hier van een **constante snelheid** of van een **eenparige beweging**.

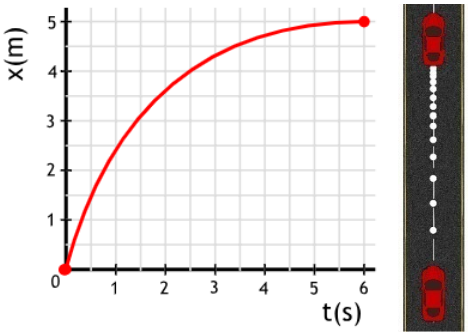




ANIMATIE (x,t)-DIAGRAM

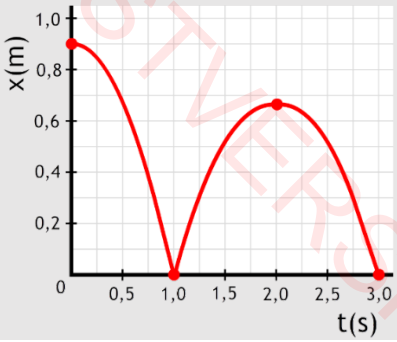
In de onderstaande linker afbeelding zien we een grafiek die steeds steiler gaat lopen. We zien dat in de eerste drie seconden slechts 0,5 meter wordt afgelegd en dat in de laatste drie seconden wel 4,5 m wordt afgelegd. Hoe **steiler** de lijn dus loopt, hoe **sneller** het voorwerp verplaatst. We hebben hier dus te maken met een **versnelling**. Rechts zien we een grafiek die steeds minder steil gaat lopen. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**.





🛠 Voorbeeld

Opdracht:
In het onderstaande (x,t)-diagram is de beweging van een stuiterbal weergegeven. Beschrijf deze beweging in detail.

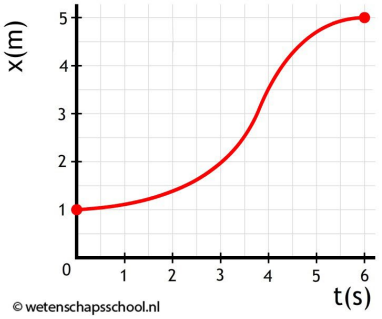


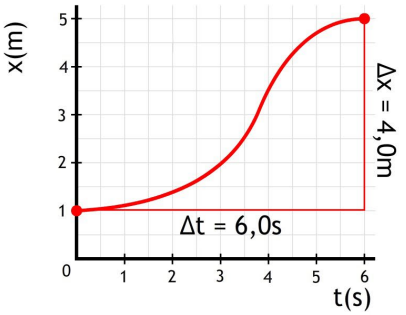
Antwoord:
In de eerste seconde loopt de grafiek steeds **steiler**. We hebben hier dus te maken met een versnelling. De stuiterbal gaat hier ook **naar beneden**. Op tijdstip t = 1,0 s komt de bal tegen de grond aan en gaat daarna omhoog. In de tweede seconde loopt de grafiek steeds **minder steil**. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**. De stuiterbal gaat hier ook **omhoog**. Op tijdstip t = 2,0 s loopt de grafiek even **horizontaal**. Hier staat de stuiterbal dus een moment **stil**. In de derde seconde hebben we net als in de eerste seconde te maken met een versnelling naar beneden.

TESTVERSIE

Met behulp van een (x,t)-diagram kunnen we ook de **gemiddelde snelheid** uitrekenen. In het onderstaande diagram is de verplaatsing Δx gelijk aan 4,0 meter. De tijdsduur Δt van de beweging is 6,0 seconden. De snelheid is dus gelijk aan:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}$$

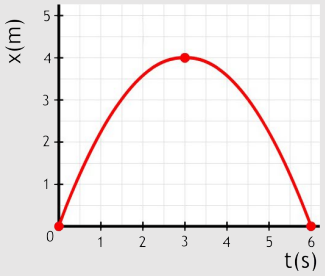


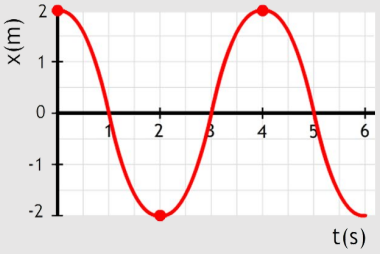


INSTRUCTIEVIDEO (x,t)-DIAGRAM

Zorg dat je bewegingen in een (x,t)-diagram kan tekenen en beschrijven

1. Ga naar de website met de rechter QR-code en speel het programma uit (of maak het stencil aan het einde van de paragraaf).
2. (3p) Noteer waar je op moet letten bij het aflezen van een (x,t)-diagram. Hoe herken je stilstand, constante snelheid, versnelling en vertraging?
3. (11p) Beschrijf de beweging van de voorwerpen in de volgende (x,t)-diagrammen:

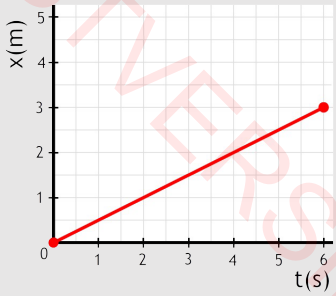


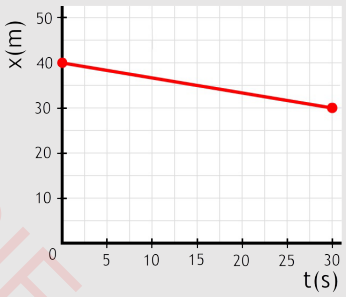


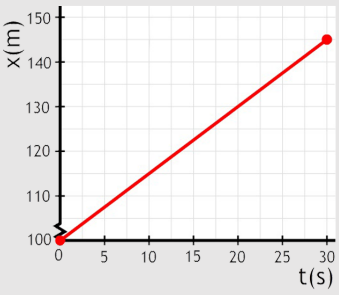
4. Schets de volgende (x,t)-diagrammen:
   a. (2p) Mario rent een tijdje met constante snelheid vooruit. Daarna gaat hij versnellen.
   b. (2p) Mario staat eerst stil, maar dan gaat hij steeds sneller rennen. Als hij zijn gewenste snelheid bereikt heeft, rent hij met constante snelheid verder.
   c. (4p) Mario rent even met constante snelheid. Dan gaat hij steeds langzamer rennen tot hij stil staat. Hij blijft dan even uitrusten, maar daarna gaat hij weer versnellen.
   d. (2p) Mario gooit zijn pet recht omhoog de lucht in. Uiteindelijk valt de pet op de grond.
   e. (1p) Mario laat zijn pet uit zijn hand vallen. Uiteindelijk valt de pet op de grond.

Zorg dat je de snelheid kan bepalen met behulp van een (x,t)-diagram

5. (6p) Bereken de snelheid van de voorwerpen die in de volgende (x,t)-diagrammen beschreven zijn.







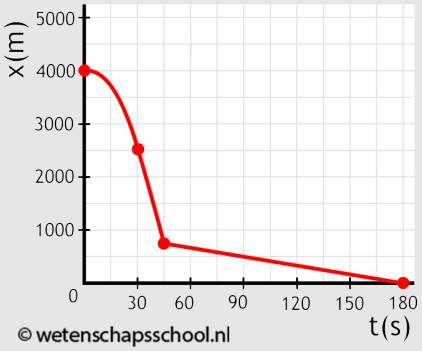
TESTVERSIE

6. Hiernaast zien we een (x,t)-diagram waarmee de beweging van een parachutespringer wordt beschreven. De x staat hier voor de hoogte van de springer.

   a. (1p) Bepaal op welke hoogte de parachute werd geopend. Leg uit hoe je op dit antwoord bent gekomen.

   b. (1p) Bepaal de beginsnelheid van de springer. Leg uit hoe je op dit antwoord bent gekomen.

   c. (3p) Bepaal de maximale snelheid die de springer bereikt. Leg uit hoe je op dit antwoord bent gekomen.

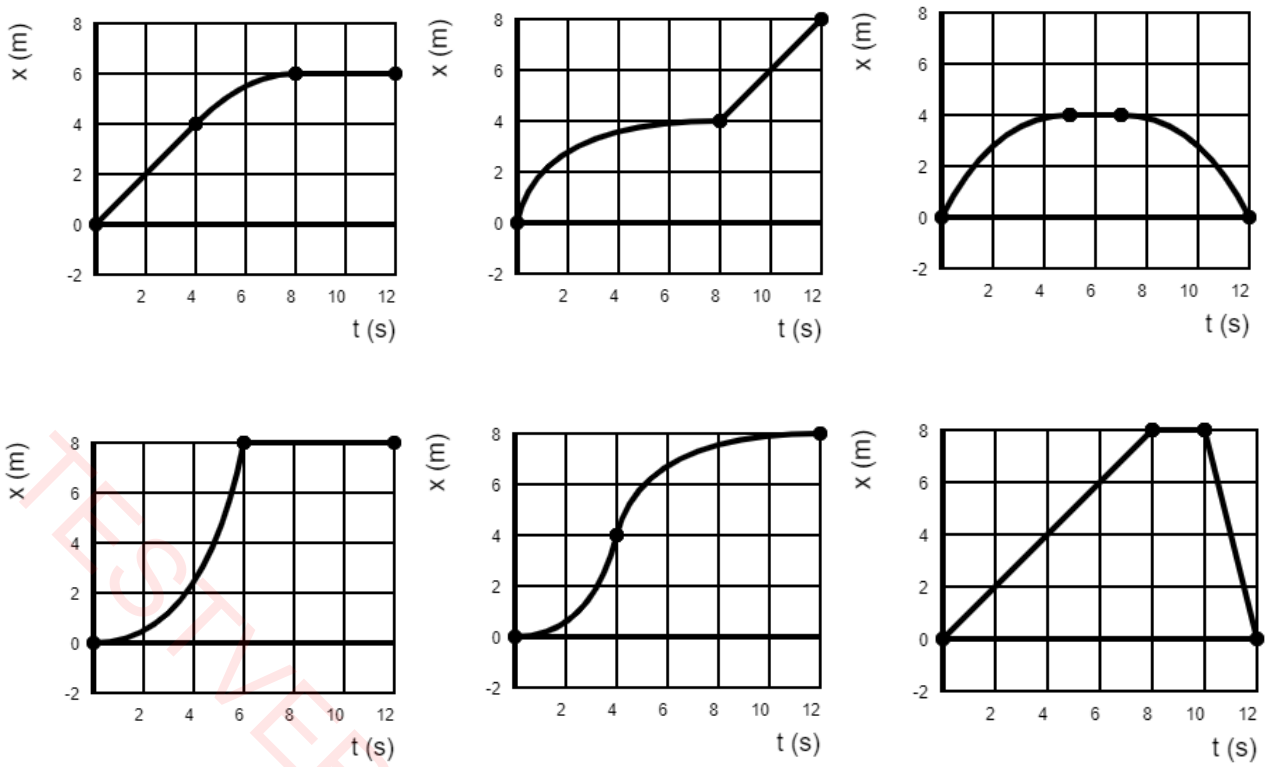


7. (5p) Twee personen lopen elkaar tegemoet. Op tijdstip t = 0 zijn ze 60 m van elkaar verwijderd. Persoon A loopt met een snelheid van 2 m/s en persoon B rent met een snelheid van 4,5 m/s. Bepaal op welk tijdstip ze elkaar ontmoeten. Teken hiervoor eerst het bijbehorende (x,t)-diagram.

8. (5p) Een schildpad en een haas proberen elkaar te verslaan in een sprint. Omdat de haas veel vertrouwen heeft in zijn snelheid, geeft hij de schildpad 100 meter voorsprong. De haas heeft een snelheid van 5 m/s. De haas haalt de schildpad in na 25 seconden. Bereken de snelheid van de schildpad.

Stencil beweging

Beschrijf de bewegingen die zijn weergegeven in de onderstaande (x,t)-diagrammen. Benoem hier voor elk deel van de grafiek of we te maken hebben met stilstand, constante snelheid, versnelling of vertraging.

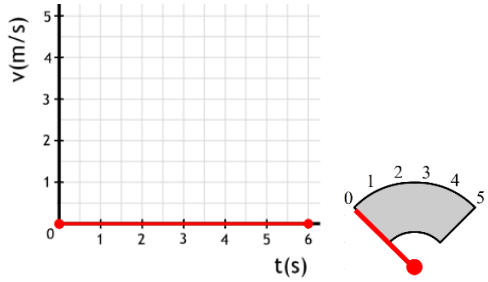


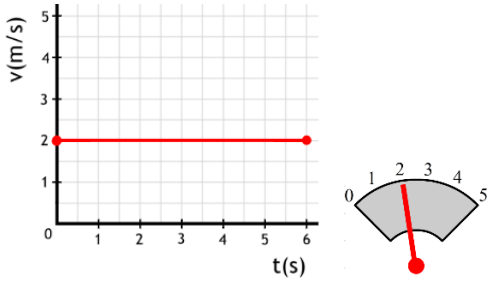
TESTVERSIE

§4 Het (v,t)-diagram

In deze paragraaf bespreken we de zogenaamde (v,t)-diagrammen. Ook hiermee kunnen we beweging beschrijven.

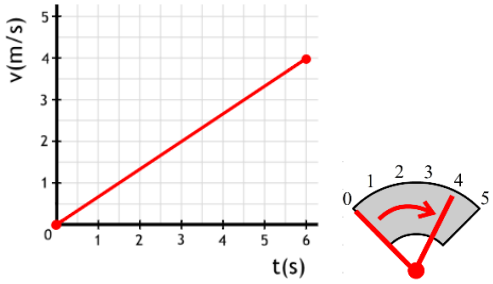
Een **(v,t)-diagram** is een diagram met op de horizontale as de **tijd** (**t**) en op de verticale as de **snelheid** (**v**). Hieronder zijn een aantal bewegingen beschreven met behulp van dit type diagram (met de onderstaande QR-code krijg je deze bewegingen te zien als animatie). Links zien we een grafiek waarbij de snelheid van een voorwerp de gehele beweging gelijk is aan **0 m/s**. Het voorwerp staat in dit geval dus **stil**. In de tweede afbeelding zien we een voorwerp waarbij de snelheid de gehele tijd 2,0 m/s blijft. Hier hebben we dus te maken met een **constante snelheid**.

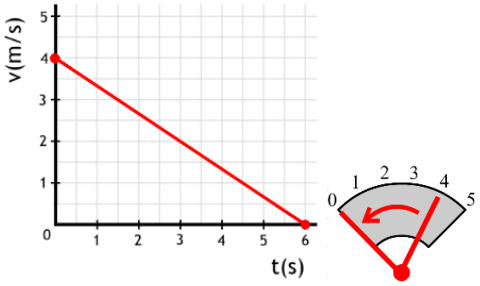




ANIMATIE (v,t)-DIAGRAM

Linksonder zien we een diagram waarbij de snelheid van een voorwerp toeneemt. Er is hier dus sprake van een **versnelling**. Rechts neemt de snelheid juist af. Hier hebben we dus te maken met een **vertraging**. Let erop dat een vertraging niet betekent dat het voorwerp achteruit gaat. In dit geval gaat het voorwerp **vooruit**, maar steeds **langzamer**!

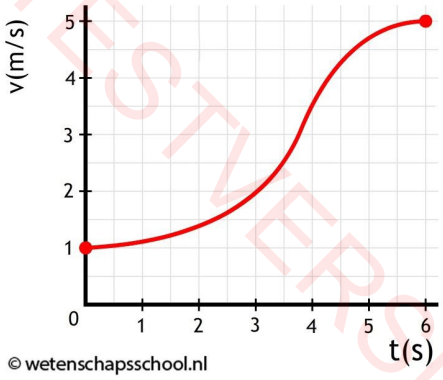


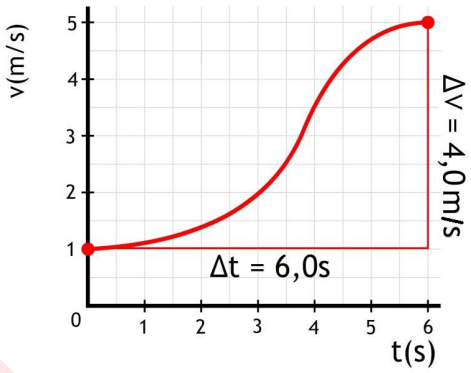


Met een (v,t)-diagram kunnen we ook de versnelling en de **gemiddelde versnelling** bepalen. In het volgende diagram is de toename van de snelheid Δv gelijk aan 4,0 m/s. De tijdsduur Δt van de beweging is 6,0 seconden. De gemiddelde versnelling is dus:

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{gem} = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}^2$$



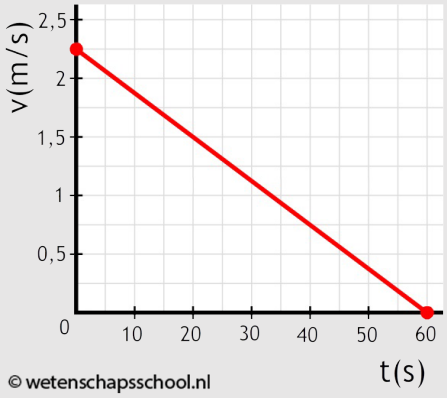


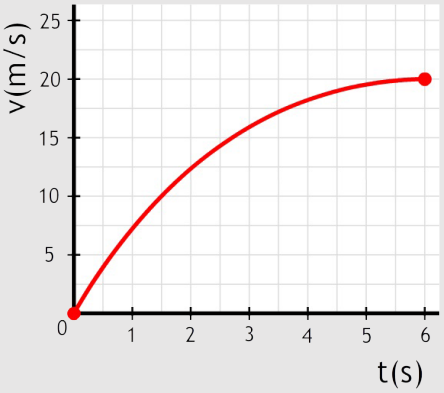
INSTRUCTIEVIDEO (v,t)-DIAGRAM

TESTVERSIE

Zorg dat je bewegingen in een (v,t)-diagram kan tekenen en beschrijven

1. Ga naar de website met de rechter QR-code en speel het programma uit (of maak het stencil aan het einde van de paragraaf).
2. (3p) Noteer waar je op moet letten bij het aflezen van een (v,t)-diagram. Hoe herken je stilstand, constante snelheid, versnelling en vertraging. Noteer ook hoe je weergeeft dat een voorwerp achteruit beweegt.
3. (2p) Beschrijf de beweging in de volgende diagrammen. Geef telkens aan of het voorwerp versnelt of vertraagt. Geef ook aan of het voorwerp vooruit of achteruit beweegt.

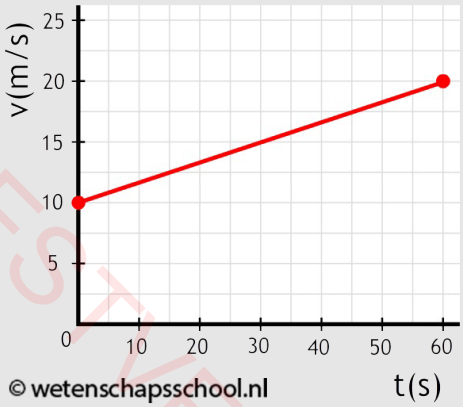




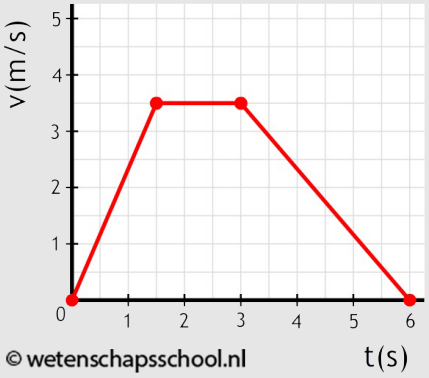
4. Schets de volgende (v,t)-diagrammen:
   a. (2p) Mario gaat eerst met constante snelheid vooruit. Dan staat hij stil.
   b. (2p) Mario begint langzaam te rennen met een constante snelheid. Na een tijdje versnelt hij.
   c. (2p) Mario begint erg snel te rennen, maar zijn snelheid neemt telkens een beetje af. Op een gegeven moment heeft hij een snelheid bereikt waarbij hij goed kan blijven rennen. Vanaf dat moment blijft hij met een constante snelheid rennen.

Zorg dat je de versnelling kan bepalen in een (v,t)-diagram

5. (3p) Bepaal de versnelling van de volgende beweging:



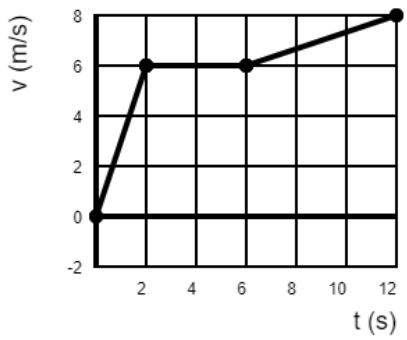
6. (5p) Het volgende diagram bestaat uit drie delen. Bepaal voor elk deel de versnelling.

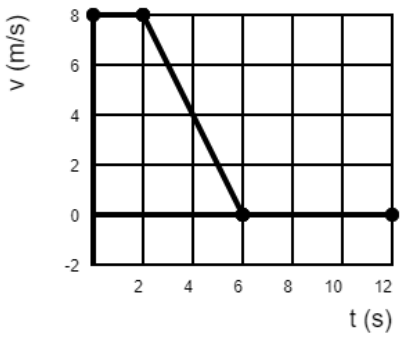


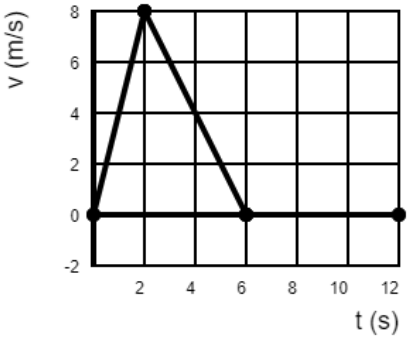
TESTVERSIE

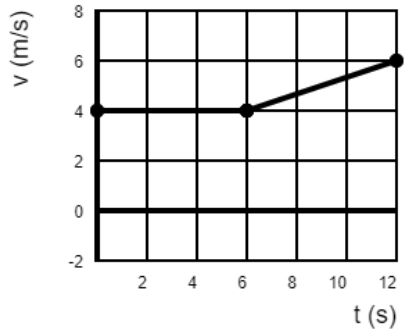
Stencil beweging

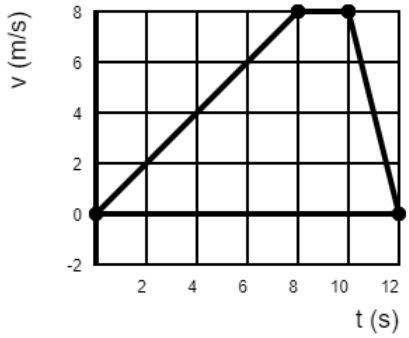
Beschrijf de bewegingen die zijn weergegeven in de onderstaande (v,t)-diagrammen. Benoem hier voor elk deel van de grafiek of we te maken hebben met stilstand, constante snelheid, versnelling of vertraging.

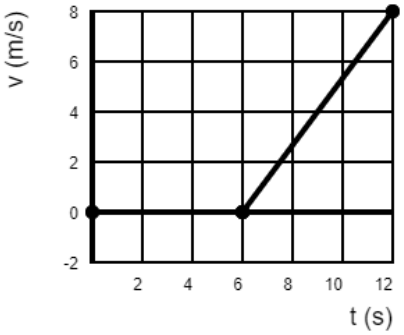


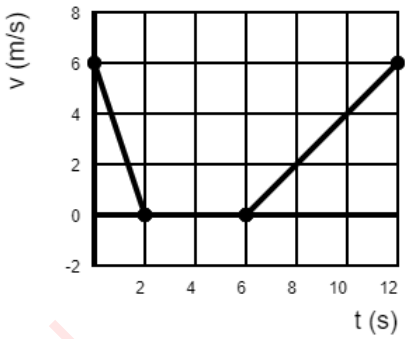


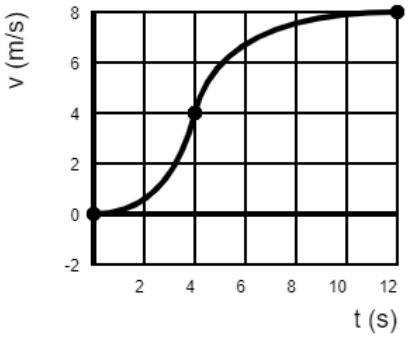


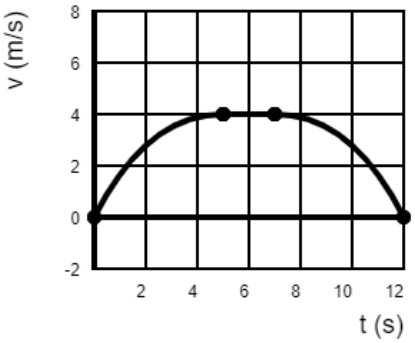


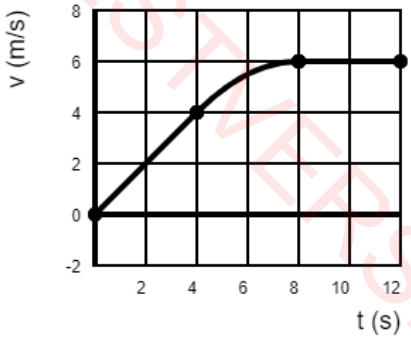










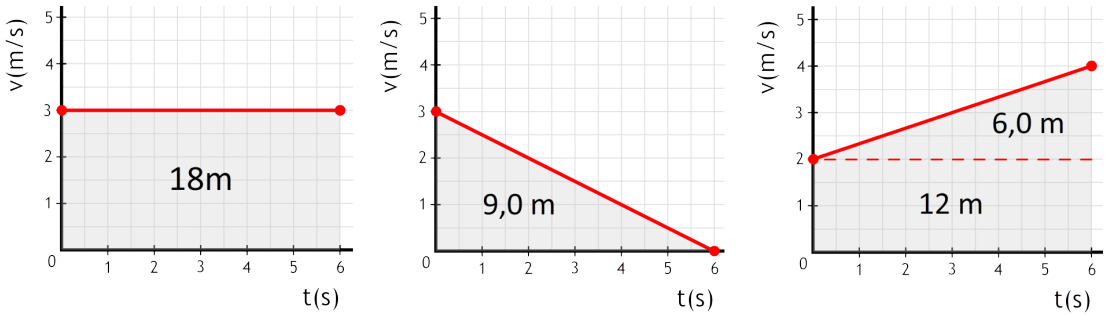


TESTVERSIE

§5 De oppervlaktemethode

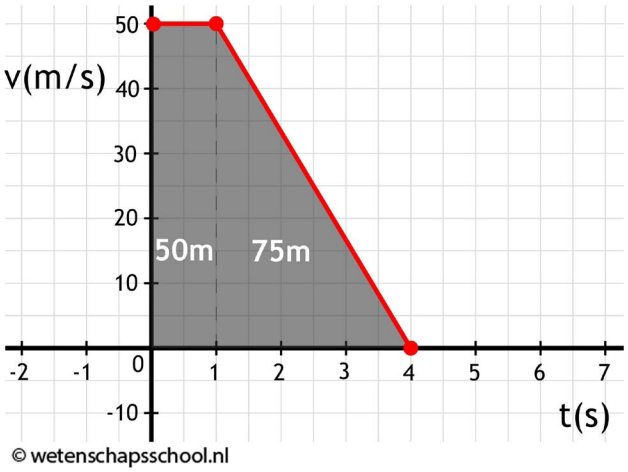
In deze paragraaf gaan we een techniek leren waarmee we de verplaatsing kunnen bepalen met behulp van (v,t)-diagrammen. We noemen dit de oppervlaktemethode.

We kunnen met een (v,t)-diagram ook de verplaatsing van een voorwerp bepalen. De **oppervlakte onder de (v,t)-grafiek** blijkt namelijk gelijk te zijn de **verplaatsing** (**Δx**) van het voorwerp. In het linker onderstaande diagram is het oppervlak gelijk aan 6,0 × 3,0 = 18 m. Het voorwerp heeft hier dus 18 meter afgelegd. In het middelste voorbeeld is het oppervlak een driehoek gelijk aan (6,0 × 3,0)/2 = 9,0 m. Dit voorwerp heeft dus 9 meter afgelegd. In de rechter afbeelding bestaat het oppervlak onder de grafiek uit een rechthoek en een driehoek. Het oppervlak geeft een verplaatsing van 2 × 6 + (2 × 6)/2 = 18 m.



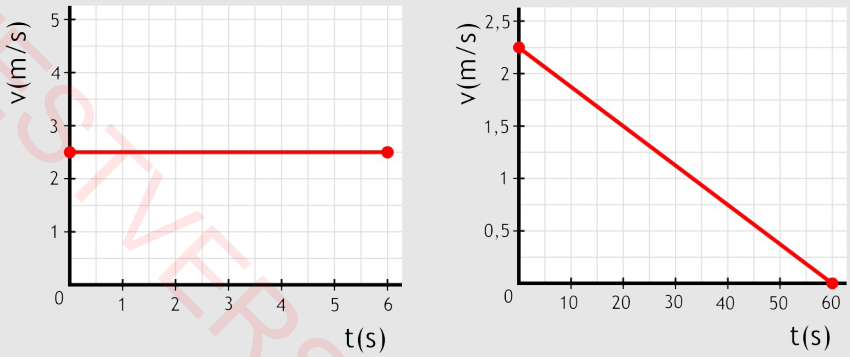
INSTRUCTIEVIDEO OPPERVLAKTE-METHODE

In de rechter afbeelding zien we het (v,t)-diagram van een remmend voertuig. Op tijdstip t = 0 s springt een stoplicht op rood. Zoals je in het diagram kunt zien, duurt het nog 1,0 seconde voordat de bestuurder hierop reageert door op zijn rem te trappen. De **reactietijd** van de bestuurder is dus 1,0 seconde. Na de reactietijd duurt het in dit voorbeeld nog 3 seconden voordat het voertuig stil staat. De afstand die het voertuig gedurende de reactietijd aflegt noemen we de **reactieafstand**. In dit geval is dit 50 × 1 = 50 m. De afstand die het voertuig tijdens het remmen aflegt noemen we de **remweg**. In dit geval is dat (50 × 3)/2 = 75 m. De reactieafstand en de remweg samen noemen we de **stopafstand**. In het bovenstaande voorbeeld is de stopafstand gelijk aan 50 + 75 = 125 m.

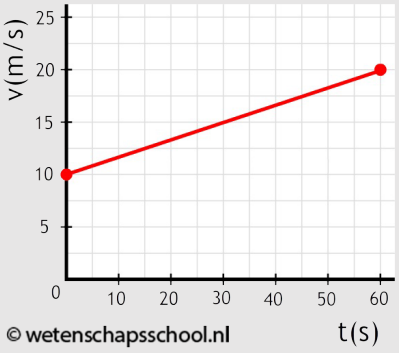


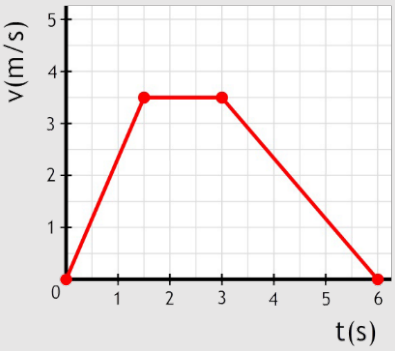
Zorg dat je de afstand kan bepalen in een (v,t)-diagram met de oppervlaktemethode

1. (11p) Bepaal voor elk van de volgende vier diagrammen de afgelegde afstand:

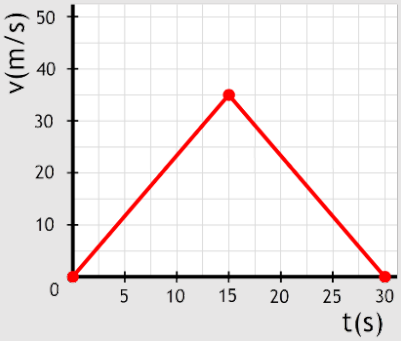


TESTVERSIE





2. Een kleine raket wordt recht omhoog afgeschoten. Nadat de raket zijn maximale hoogte haalt, valt deze terug naar de aarde. De beweging staat beschreven in het onderstaande diagram.



   a. (2p) Leg uit dat de raket zijn hoogste punt niet op tijdstip t = 15 s, maar op t = 30 s bereikt.
   b. (3p) Bepaal de hoogte die de raket gehaald heeft.

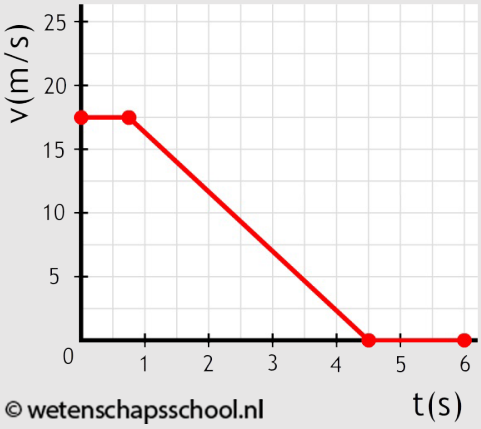
3. Een leerling loopt eerst 3 seconden met een constante snelheid van 1,2 m/s. Dan staat de leerling 2 seconden stil. Uiteindelijk loopt de leerling nog 4 seconden met een constante snelheid van 1,5 m/s.

   a. (4p) Teken het v,t-diagram bij deze beweging.
   b. (2p) Bereken de afgelegde afstand.
   c. (2p) Bereken de gemiddelde snelheid van de leerling.

Zorg dat je de reactietijd, de remweg en de stopafstand kan aflezen in diagrammen

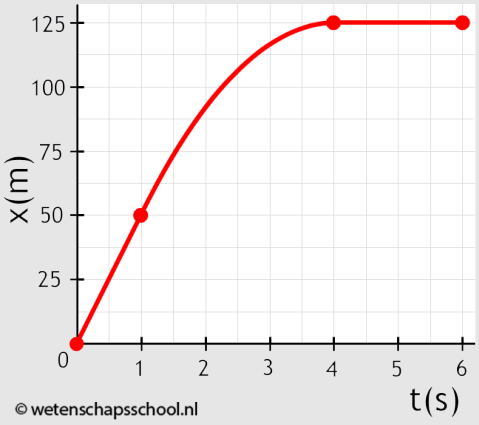
4. In het rechter diagram is het remmen van een auto beschreven voor een stoplicht dat op rood springt op tijdstip t = 0 s. Bepaal de gemiddelde snelheid van het voertuig tussen t = 0 s en het moment dat de auto tot stilstand is gekomen.

   a. (1p) Bepaal de reactietijd van de vrachtauto.
   b. (2p) Bepaal de remweg van de vrachtauto.
   c. (2p) Bepaal de stopafstand van de vrachtauto.
   d. (2p) Bepaal de gemiddelde snelheid van het voertuig tussen t = 0 s en het moment dat de auto tot stilstand is gekomen.



TESTVERSIE

5. Hieronder zien we een (x,t)-diagram van een remmend voertuig.

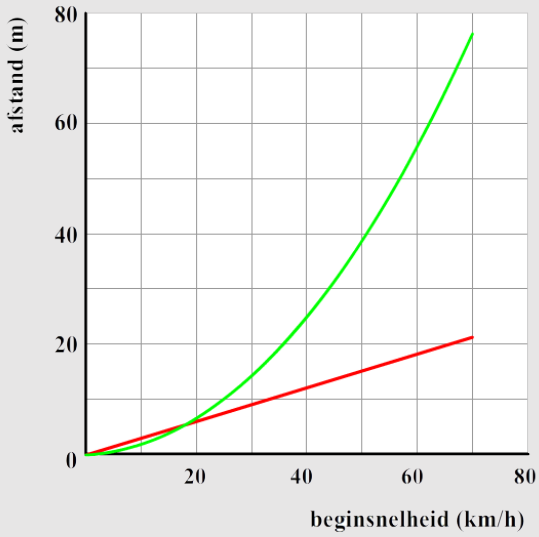


a. (3p) Bepaal de reactieafstand, de remweg en de stopafstand.

b. (2p) Bepaal de beginsnelheid van de auto.

c. (2p) Bepaal de gemiddelde snelheid van het voertuig tussen t = 0 s en het moment dat de auto tot stilstand is gekomen.

6. Bij een bepaald type auto wordt de remweg gemeten bij verschillende snelheden. In het onderstaande diagram zie je hoe de remweg (gebogen lijn) en de reactieafstand van de bestuurder (rechte lijn) afhangen van de snelheid van het voertuig.



a. (1p) Teken ook de grafiek voor de stopafstand in het diagram.

b. (4p) Bepaal de reactietijd als de persoon met een snelheid van 70 km/h rijdt.

§6 Oefentoets

De snelweg op

1 (3p) Een automobilist rijdt binnen 8,0 seconden van de bebouwde kom (50 km/h) naar de snelweg (130 km/h). Bereken de afgelegde afstand van de auto tijdens deze versnelling.

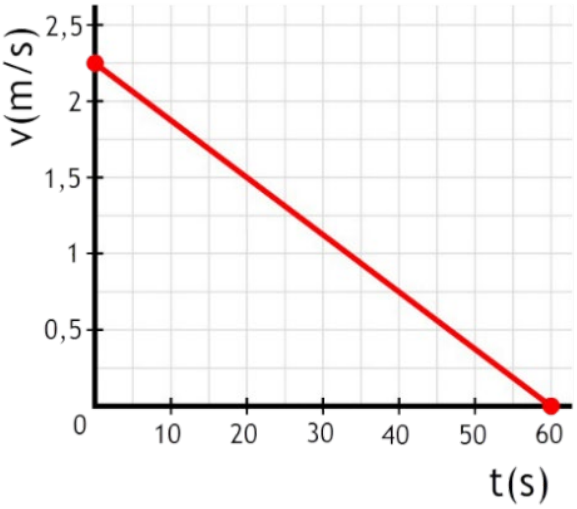
(v,t)-diagrammen

Hiernaast is een (v,t)-diagram weergegeven.

2 (2p) Geef aan of het voorwerp versnelt of vertraagt. Geef ook aan of het voorwerp vooruit of achteruit beweegt. Leg je antwoorden uit.

3 (2p) Bepaal de versnelling van de beweging.

4 (4p) Bepaal de afstand die in het (v,t)-diagram is afgelegd.



TESTVERSIE

De geluidsbarrière

Als een vliegtuig de geluidsnelheid bereikt, dan is er een grote knal te horen en ontstaat er een wolk rond het vliegtuig. Een F-18 wil door de geluidsbarrière heen en versnelt daarom gelijkmatig van 1000 km/h naar 1500 km/h over een afstand van 3,0 km

5 (5p) Bereken de versnelling van de F-18.

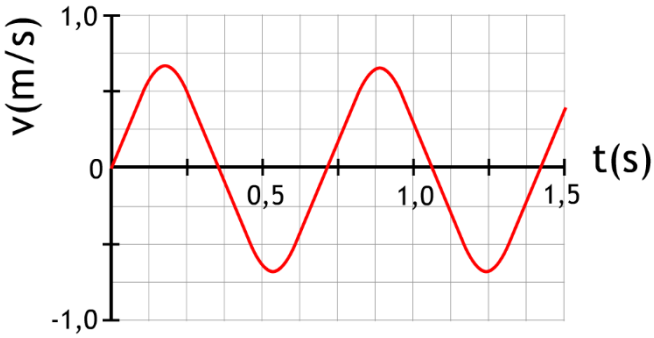
(Afbeelding: Ensign John Gay; PD)

De duikplank

In het rechter (v,t)-diagram is de beweging afgebeeld van een persoon die zich een paar keer afzet op een duikplank.

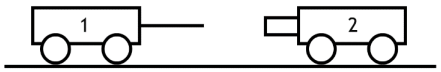
6 (2p) Omcirkel de punten waar de persoon zich op zijn hoogste punt bevindt. Leg je antwoord uit.

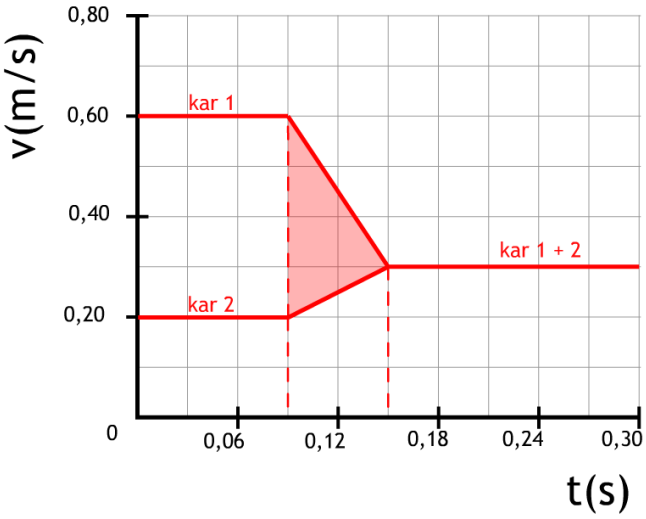
7 (2p) Zet driehoekjes bij de punten waar de versnelling van de persoon maximaal is. Leg je antwoord uit.



Twee karretjes

Een persoon doet een experiment met twee botsende karretjes. Karretje 1 bevat aan de voorkant een naald. Karretje 2 bevat aan de achterkant een stukje spons (zie de onderstaande afbeelding). Als de karretjes botsen, dan schuift de naald in de spons. Als de naald goed vast zit, gaan de karretjes als één geheel verder. In de rechter (v,t)-diagram is de botsing beschreven.





8 (4p) Bepaal hoeveel centimeter kar 2 aflegt van t = 0 tot t = 0,30 s.

9 (VWO, 3p) Bepaal met het behulp van het diagram welke afstand de naald en het blokje van elkaar verwijderd waren op tijdstip t = 0 s.

10 (VWO, 3p) Bepaal hoever de naald na de botsing in het blokje zit. Leg goed uit wat je gedaan hebt om op het antwoord te komen.

Twee treinen

Een trein rijdt met een snelheid van 120 km/h van stad A naar stad B over een 10 km lang spoor. Een tweede trein vertrekt op hetzelfde moment juist van stad B naar stad A en rijdt op een parallel spoor. De snelheid van deze trein is 80 km/h.

11 (5p) Bepaal na hoeveel seconden de twee treinen elkaar passeren. Gebruik hiervoor zo nodig een (x,t)-diagram, waarin je beide bewegingen weergeeft.

TESTVERSIE

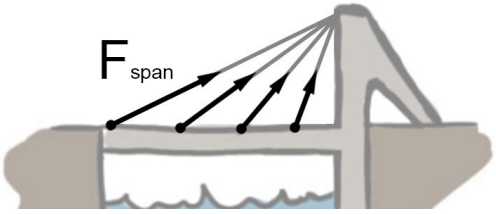
Hoofdstuk 3
Kracht

§1 Soorten kracht

In dit hoofdstuk gaan we leren over krachten. Dit is een van de belangrijkste onderwerpen in de natuurkunde. We beginnen deze paragraaf met het introduceren van de verschillende soorten krachten. Ook gaan we leren rekenen met formules voor de veerkracht en de zwaartekracht.

We spreken van een **kracht** (**F**) als er aan een voorwerp geduwd of getrokken wordt. De SI-eenheid van kracht is de **newton** (**N**). In de natuurkunde geven we krachten symbolisch weer met behulp van zogenaamde **vectorpijlen**. De lengte van deze pijl geeft de grootte van de kracht aan.

Er bestaan verschillende soorten krachten. Vanzelfsprekende krachten zijn bijvoorbeeld de **spierkracht** (**F_{spier}**) en de **motorkracht** (**F_{motor}**). Hiernaast is de **spankracht** (**F_{span}**) afgebeeld. Dit is de kracht waarmee een koord of kabel aan een voorwerp trekt. In het rechter voorbeeld zorgen spankrachten in kabels ervoor dat een brug omhooggehouden wordt.



Hieronder is de **veerkracht** (**F_{veer}**) weergegeven. Als je een veer uitrekt of induwt, dan voel je dat de veer weer terug wil naar zijn neutrale vorm. We noemen dit ook wel de **evenwichtsstand** van de veer. Als we de veer uitrekken, dan wil de veer terug naar binnen. Als we de veer indrukken, dan wil de veer terug naar buiten. We noemen de veerkracht daarom ook wel een herstellende kracht.

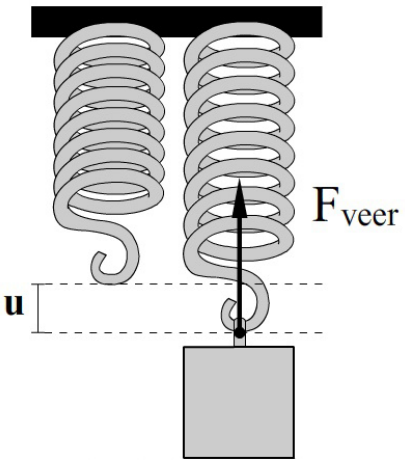
De grootte van de veerkracht kan berekend worden met de volgende formule:

$$F_{veer} = C \times u$$

Veerkracht (F_{veer})	newton (N)
Uitwijking (u)	meter (m)
Veerconstante (C)	newton per meter (N/m)

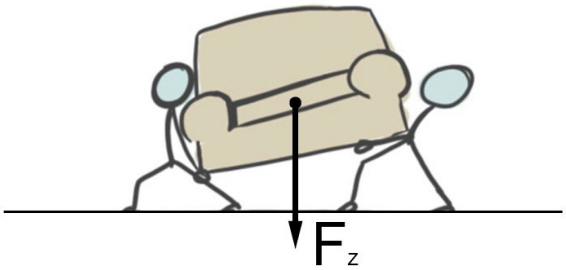
In de rechter afbeelding zien we links een veer in zijn **evenwichtsstand** en rechts een veer die is uitgerekt doordat er een blokje aan hangt. De **uitwijking** (**u**) is de afstand die de veer uit zijn evenwichtsstand getrokken is. Het geeft dus aan hoeveel de veer langer of korter is geworden (zie de rechter afbeelding). De **veerconstante** (**C**) is een maat voor de "stugheid" van een veer. Hoe hoger de veerconstante, hoe meer kracht het kost om de veer uit te rekken.

Het is in de bovenstaande formule ook mogelijk om niet de eenheden **meter** en **newton per meter** te gebruiken, maar bijvoorbeeld **centimeter** en **newton per centimeter**.



TEGENVERSIE

Hieronder is de **zwaartekracht** (**F_z**) afgebeeld. De zwaartekracht zorgt ervoor dat voorwerpen richting het **centrum van de aarde** worden getrokken. Omdat het centrum van de aarde zich recht onder ons bevindt, werkt de zwaartekracht dus altijd **recht naar beneden**.



De grootte van de zwaartekracht kan berekend worden met de volgende formule:

$$F_z = m \times g$$

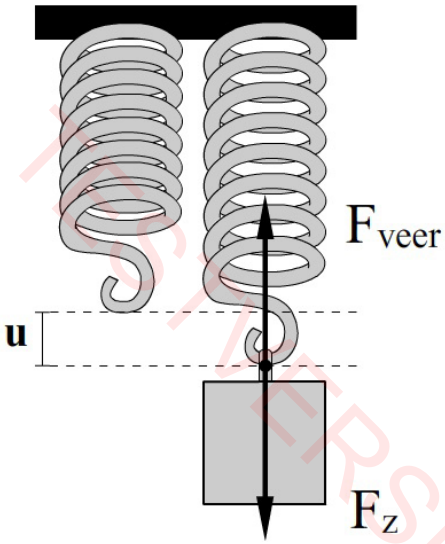
Zwaartekracht (F_z)	newton (N)
Massa (m)	kilogram (kg)
Valversnelling (g)	meter per seconde per seconde (m/s^2)

De massa moet in deze formule **altijd** gegeven worden in **kilogram**. De **valversnelling** (**g**) is de versnelling die een voorwerp in vrije val ondervindt. Op aarde is de valversnelling altijd gelijk aan:

$$g_{aarde} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Op de maan voelt een voorwerp met dezelfde massa "lichter aan". Dit komt doordat de valversnelling op de maan veel kleiner is (zie het filmpje met behulp van de onderstaande QR-code). De waarde van de valversnelling op verschillende hemellichamen is te vinden in BINAS.

In het volgende voorbeeld gaan we rekenen met de zwaartekracht en de veerkracht. We gebruiken hiervoor een zogenaamd **krachtenevenwicht**. In de onderstaande afbeelding hangt een blok stil aan een veer. Omdat het blok stil hangt, moet de **zwaartekracht in evenwicht** zijn met de **veerkracht**. Beide krachten zijn in dat geval dus **gelijk**. We gaan dit in het volgende voorbeeld gebruiken.



EXPERIMENT SPRINGEN OP DE MAAN

TOETSVERSIE

Stappenplan: Veerkracht en zwaartekracht

Vraag:
Een veer met een lengte van 12 cm heeft een veerconstante van 0,50 N/cm. Je hangt een blokje van 510 gram aan de veer. Hoe lang wordt de veer met het blokje eraan?

Stap 1:
Schrijf alle gegeven uit de vraag op en schrijf ze om in de juiste eenheden. De massa moet in deze formule altijd in de SI-eenheid kilogram gegeven worden.

C = 0,50 N/cm
m = 510 g = 0,51 kg
Lengte veer zonder blokje = 12 cm
Lengte veer met blokje = ?

Stap 2:
Schrijf de formules op en geef aan welke gegevens je weet en welk gegeven je wilt weten.

$$\mathbf{F_z = mg} \qquad \mathbf{F_{veer} = Cu}$$

✓ ✓ ✓ ?

We willen de uitwijking (u) weten, want als we de lengte van de veer zonder blokje en de uitwijking van de veer weten, dan kunnen we daarmee de nieuwe lengte van de veer berekenen.

Stap 3:
Bedenk welke formule je kan gebruiken en vul de formule daarna in:

We kunnen $F_z = m \times g$ gebruiken, want we weten de m en de g:

$$F_z = mg$$

$$F_z = 0,51 \times 9,81 = 5,0 \text{ N}$$

Stap 4:
Maak gebruik van het krachtenevenwicht.

Omdat het blokje stil aan de veer hangt weten we dat de veerkracht en de zwaartekracht even groot moeten zijn. Er geldt dus: $F_z = F_{veer}$. De veerkracht (F_{veer}) is dus ook 5,0 N.

Stap 5:
Gebruik nu de andere formule. Schrijf deze formule zo nodig om in de juiste vorm en vul de formule in.

$$u = \frac{F_{veer}}{C}$$

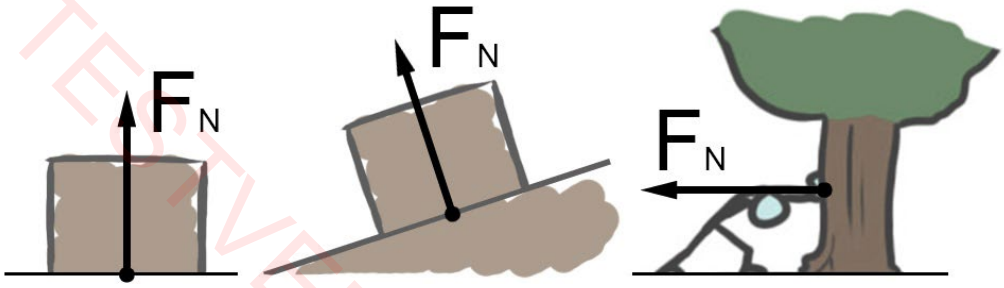
$$u = \frac{5,0}{0,50} = 10 \text{ cm}$$

De uitwijking wordt hier in cm gegeven, omdat we een veerconstante in N/cm hebben ingevuld.

Stap 6:
Schrijf de conclusie op en denk aan de eenheid:

De lengte van de veer zonder blokje is 12 cm en de uitwijking is 10 cm. De lengte van de veer met blokje is dus 12 + 10 = 22 cm.

De **normaalkracht** (**F_N**) is de kracht die ervoor zorgt dat een voorwerp niet door een ondergrond heen zakt. Hieronder zien we bijvoorbeeld twee blokken die niet door de grond zakken en een persoon die niet door een boom heen kan duwen. Zoals je kunt zien wijst de normaalkracht in alle gevallen **loodrecht** op de ondergrond.

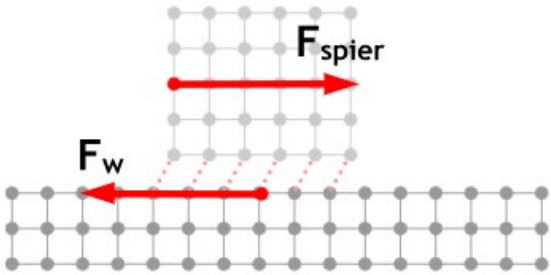


ANIMATIE NORMAALKRACHT

De normaalkracht ontstaat wanneer de atomen in de ondergrond dichter op elkaar worden geduwd. Als atomen echter te dicht op elkaar zitten, dan stoten ze elkaar af. Deze afstotende kracht is de normaalkracht (met de bovenstaande QR-code is hier een animatie van te zien).

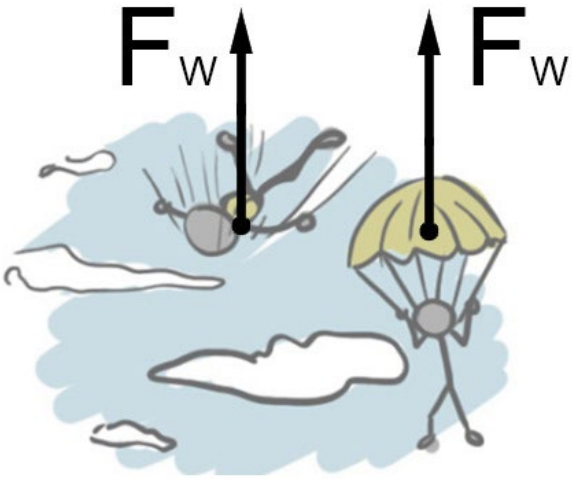
TESTVERSIE

De laatste kracht die we zullen bespreken is de **wrijvingskracht** (**F_w**). Er bestaan verschillende soorten wrijvingskracht. In de onderstaande afbeelding wordt de **schuifwrijvingskracht** (**$F_{w,schuif}$**) afgebeeld. Deze kracht ontstaat als we een voorwerp over een ondergrond **schuiven**. De atomen aan de grond trekken aan de atomen in het voorwerp en dit zorgt voor een afremmende kracht. De schuifwrijvingskracht wijst altijd **tegen de bewegingsrichting** van het voorwerp in.



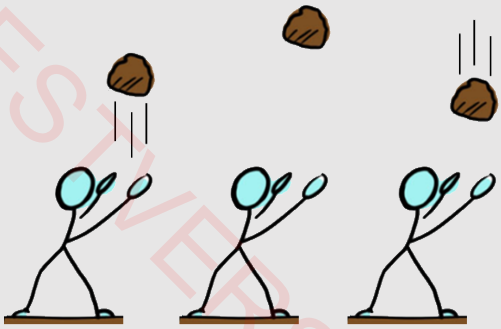
ANIMATIE WRIJVINGSKRACHT

Naast de schuifwrijvingskracht bestaat ook nog de **rolwrijvingskracht** (**$F_{w,rol}$**) en de **luchtwrijvingskracht** (**$F_{w,lucht}$**). Ook deze krachten werken altijd **tegen de bewegingsrichting in**.



Zorg dat je in verschillende situaties kan herkennen welke krachten er werken

1. Ga naar deze opdracht op de website of maak het stencil aan het einde van de paragraaf.
2. (4p) Een persoon gooit een steen de lucht in. De persoon is hieronder op drie momenten weergegeven. In de linker afbeelding beweegt de steen omhoog, in de middelste afbeelding blijft de steen een moment stilstaan op zijn hoogste punt en in de rechter afbeelding valt de steen naar beneden. Teken in alle drie de situaties de krachten die werken op de steen.



TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met de formules $F_z = mg$ en $F_{veer} = Cu$

3. (4p) Een blokje heeft een massa van 80 gram en wordt aan een veer gehangen. De veer rekt 10 cm uit. Bereken de veerconstante in N/cm.

4. (3p) Een veer heeft een veerconstante van 7,2 N/cm. Door er een blokje aan te hangen rekt de veer 8 cm uit. Bereken de massa van dit blokje.

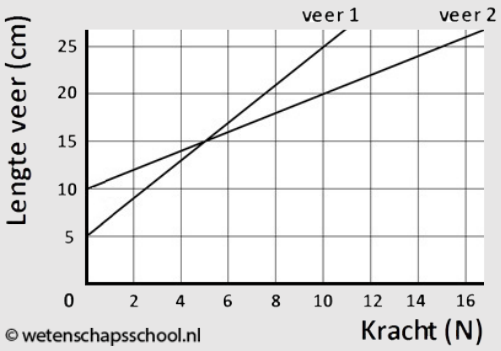
5. (4p) Een veer in het zadel van een fiets heeft als er niemand op zit een lengte van 5,0 cm. Als een persoon met een massa van 55 kg op het zadel gaat zitten wordt de lengte van de veer verkleint tot 4,2 cm. Bereken de veerconstante van deze veer.

6. (2p) Als je op de planeet Venus staat, ondervind je een gigantische kracht die je in elkaar drukt. Leg met een berekening uit of deze kracht veroorzaakt wordt door de zwaartekracht of door de luchtdruk.

7. (3p) Een blok met een massa van 1,2 kg wordt aan een veer met een veerconstante van 350 N/m gehangen. Voordat het blokje aan de veer hing, had de veer een lengte van 10 cm. Bereken de totale lengte van de veer als het blokje aan de veer hangt.

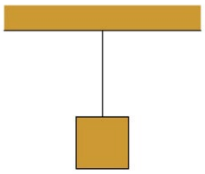
8. (3p) Een blokje van 800 gram wordt aan een veer gehangen. De veer heeft een veerconstante van 3,5 N/cm en de totale lengte van de uitgerekte veer is 3,0 dm. Bereken de lengte van de veer als er geen blokje aan hangt.

9. (6p) In het onderstaande diagram is de totale lengte van twee veren uitgezet tegen de spierkracht waarmee de veren zijn uitgerekt. Bereken voor beide veren de veerconstante.

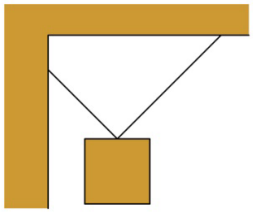


<u>Stencil Tekenen krachten</u>

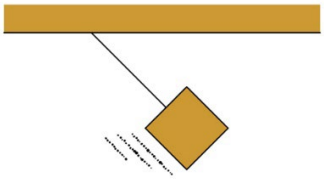
Teken en benoem de krachten die op het blok werken in de volgende situaties:



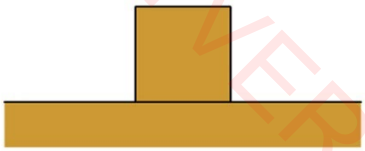
Een blok hangt stil



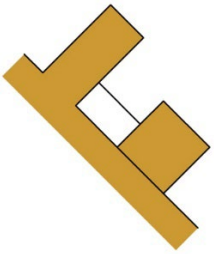
Een blok hangt stil



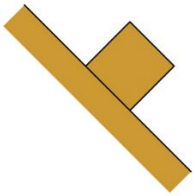
Een blok slingert in het vacuüm



Een blok ligt stil

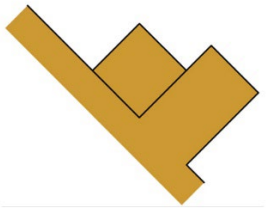


Een blok hangt stil

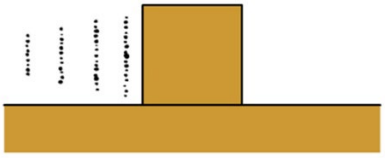


Een blok ligt stil op een helling

TESTVERSIE



Een blok ligt stil

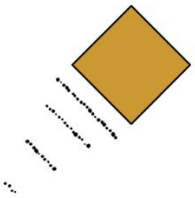


Een blok beweegt zonder wrijving

Een blok komt tot stilstand dankzij wrijving

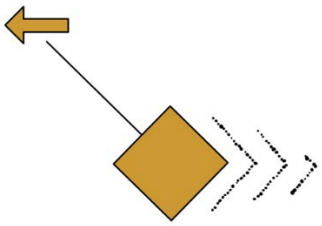
Een blok valt in het vacuum

Een blok valt in de lucht



Een blok is de lucht in gegooid

Een blok is de lucht in gegooid en hangt een moment stil op zijn hoogste punt



Een blok wordt voorgetrokken in de lucht

TESTVERSIE

§2 De resulterende kracht

In deze paragraaf gaan we krachten bij elkaar optellen met behulp van de zogenaamde parallellogrammethode. We noemen de totale kracht die op een voorwerp werkt de resulterende kracht.

In de vorige paragraaf hebben we gezien dat we krachten weergeven met behulp van een **vectorpijl**. We kunnen de lengte van de pijl relateren aan het aantal newton door gebruik te maken van een **krachtenschaal**. Een voorbeeld van een schaal is:

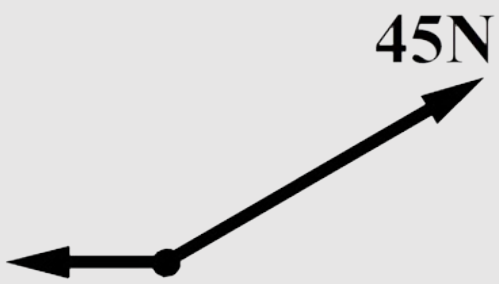
$$1,0 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 10 \text{ N}$$

Dit wil zeggen dat elke centimeter van de vectorpijl in de afbeelding **overeenkomt** met 10 N. Een pijl van 6,0 cm is bij deze schaal dus gelijk aan 60 N.

Bij veel opdrachten in dit hoofdstuk mag je zelf een schaal kiezen. Zorg in dat geval dat de pijlen niet te klein worden. Hoe groter de pijlen, hoe nauwkeuriger je antwoord zal zijn.

Voorbeeld

Opdracht:
In de onderstaande afbeelding zijn twee krachten weergegeven. De rechter kracht heeft een grootte van 45 N. Bepaal de grootte van de linker kracht.



Antwoord:
Als we de rechter kracht opmeten, dan vinden we een lengte van 4,8 cm (meet van het midden van het bolletje tot het puntje van de rechter pijl). Er geldt dus:

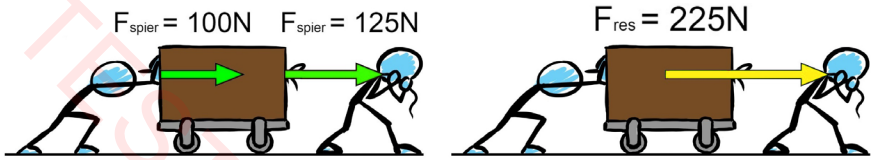
$$4,8 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 45 \text{ N}$$

Als we beide kanten door 4,8 delen, dan vinden we de **krachtenschaal** die hier gebruikt is:

$$1,0 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 9,375 \text{ N}$$

De linker pijl heeft een lengte van 2,1 cm. Volgens de krachtenschaal komt dit overeen met 2,1 × 9,375 = 20 N.

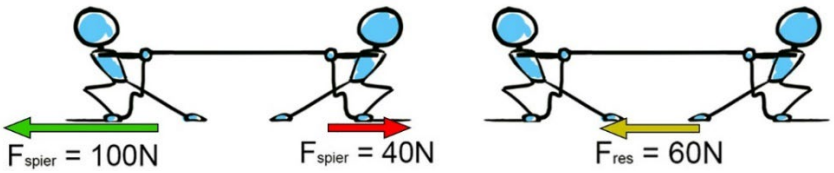
De totale kracht die op een voorwerp werkt noemen we de **resulterende kracht** (**F_{res}**). Hieronder zien we twee personen die beide een kracht uit oefenen op een kar. De linker persoon oefent een kracht van 100 N uit en de rechter persoon een kracht van 125 N. In totaal oefenen ze dus een kracht naar rechts uit van 100 + 125 = 225 N.



Hieronder werken twee krachten juist tegen elkaar in. We vinden nu een resulterende kracht van 40 - 40 = 0 N.

TRSTVERSIE

In de onderstaande afbeelding oefent één persoon een kracht van 100 N uit en de andere persoon een kracht van 40 N. De linker leerling oefent dus een 60 N grotere kracht uit dan de rechter leerling. De resulterende kracht is dus 60 N en wijst naar links.



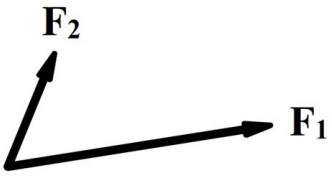
Voorbeeld

Opdracht:
Een persoon trekt een zware kar naar rechts. Op de kar werkt een wrijvingskracht van 120 N. De resulterende kracht werkende op de kar is 30 N en wijst ook naar rechts. Teken de spierkracht, de wrijvingskracht en de resulterende kracht op schaal.

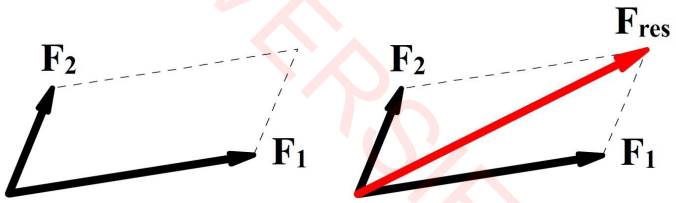
Antwoord:
Een resulterende kracht van 30 N naar rechts vertelt ons dat de **spierkracht 30 N groter** moet zijn dan de **wrijvingskracht**. De spierkracht is dus gelijk aan 120 + 30 = 150 N.

Nu moeten we een **krachtenschaal** kiezen. Hoe **groter de pijlen** zijn, hoe **nauwkeurig** de krachten getekend kunnen worden. Een goede keuze is bijvoorbeeld **1,0 cm ≙ 20 N**. Op deze schaal zijn de krachten niet te klein, maar passen ze nog wel net in je schrift. Op deze schaal wordt de spierkracht 150 / 20 = 7,5 cm, de wrijvingskracht 120 / 20 = 6,0 cm en resulterende kracht 30 / 20 = 1,5 cm. Hieronder zijn deze krachten getekend:

Maar wat nu als de krachten onder een **willekeurige hoek** werken. De twee honden in de volgende afbeelding kunnen bijvoorbeeld elk een spankracht uitoefenen op de hand van hun baasje in een willekeurige richting.

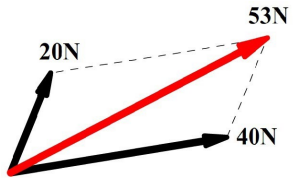


In dit geval gebruiken we voor het "optellen van de krachten" de **parallellogrammethode**. Een **parallellogram** is een vierhoek, waarbij de tegenoverstaande zijden **parallel** aan elkaar lopen en **even lang** zijn. In de onderstaande afbeelding is te zien hoe met het parallellogram de resulterende kracht te bepalen is.



TE SOVERSIE

In de onderstaande afbeelding zien we dat kracht F_1 gelijk is aan 40 N en kracht F_2 aan 20 N. Als we de schaal bepalen en dan de resulterende kracht opmeten, dan vinden we 53 N (ga dit zelf na!). Merk op dat 20 + 40 ≠ 53. Het "optellen van krachten" met een parallellogram werkt dus niet zoals je normaal gesproken optelt!

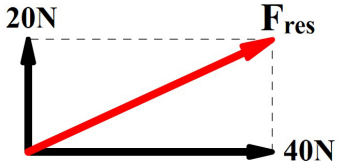


In de onderstaande afbeelding is het parallellogram een simpele rechthoek bestaande uit twee rechthoekige driehoeken. In dit geval kunnen we daarom gebruik maken van de **stelling van Pythagoras** om de resulterende kracht te berekenen:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{20^2 + 40^2} = 45 \text{ N}$$

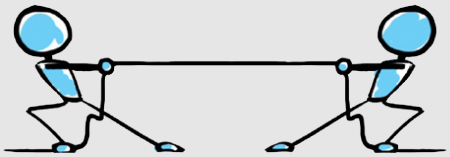


INSTRUCTIEVIDEO RESULTERENDE KRACHT

Zorg dat je de resulterende kracht kan bepalen of berekenen zonder parallellogram

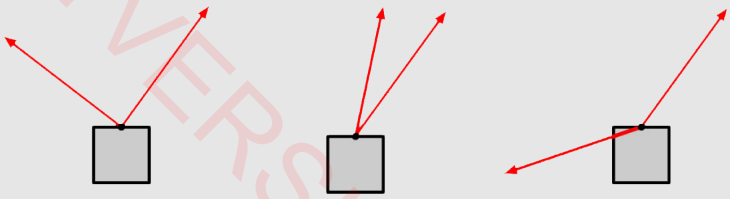
1. (2p) Een persoon trekt een kar naar rechts. De wrijvingskracht op een kar is 40 N. De resulterende kracht is 20 N naar rechts. Bereken de spierkracht van de persoon.

2. (3p) Twee leerlingen zijn aan het touwtrekken. De linker persoon oefent een kracht van 65 N uit. De resulterende kracht is gelijk aan 35 N en wijst naar rechts. Teken de twee spierkrachten en de resulterende kracht op schaal.



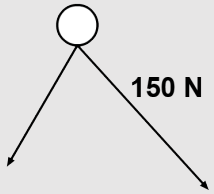
Zorg dat je de resulterende kracht kan bepalen of berekenen met de parallellogrammethode

3. (6p) In de onderstaande afbeelding werken er telkens twee krachten op een voorwerp. Teken telkens de resulterende kracht. Meet van het midden van het bolletje tot de punt van de pijl.

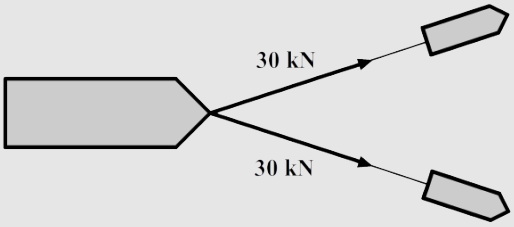


TESTVERSIE

4. (4p) Bepaal in de volgende afbeelding de grootte van de linker kracht en van de resulterende kracht. Zorg dat je op de millimeter nauwkeurig meet.



5. (3p) In de volgende afbeelding trekken twee kleine sleepbootjes een grotere boot voort. Teken de resulterende kracht. Bepaal daarna de grootte van deze kracht.



6. Hieronder zijn twee krachten loodrecht op elkaar afgebeeld.

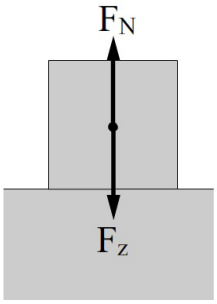
   a. (3p) Bepaal de grootte van de resulterende kracht.
   b. (2p) Ga nu met de stelling van Pythagoras na dat jouw antwoord bij vraag a klopt.

7. (2p) Een kracht van 50 N staat loodrecht op een kracht van 20 N. Bereken de resulterende kracht (Let op! Als wordt gevraagd naar een berekening, dan mag je geen pijlen opmeten om op je antwoord te komen).

TESTVERSIE

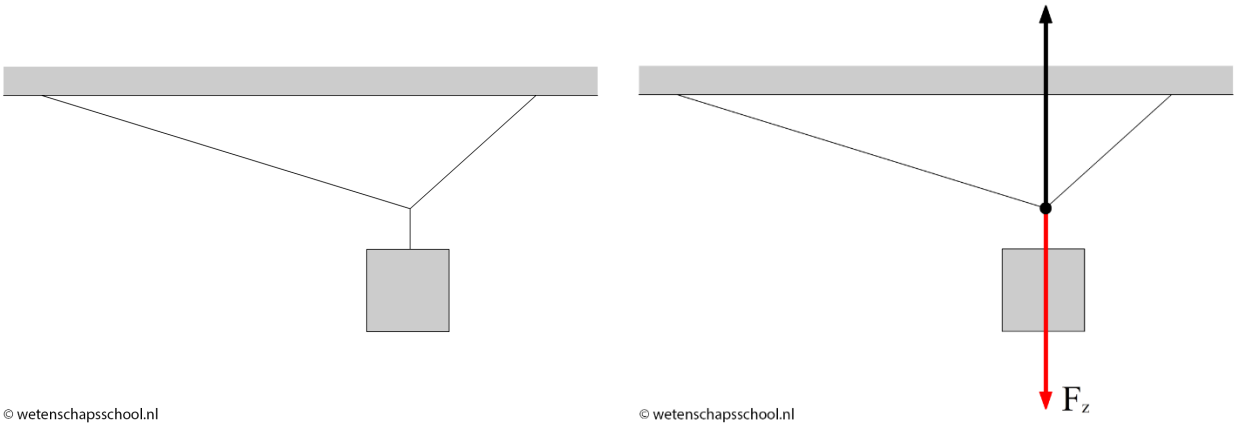
§3 Het krachtenevenwicht

In deze paragraaf bestuderen we een klassiek voorbeeld van een krachtenevenwicht bestaande uit drie krachten. Met behulp van een parallellogram zullen we deze drie krachten met elkaar in evenwicht brengen.

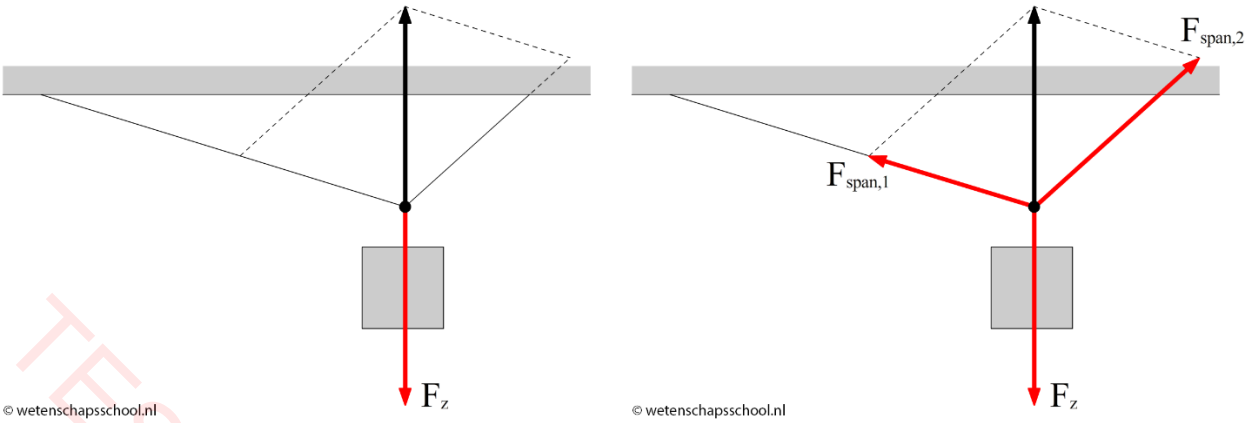


In deze paragraaf gaan we **krachtenevenwichten** bestuderen. Neem bijvoorbeeld de rechter afbeelding. Omdat het blok stil ligt op de grond, weten we dat de resulterende kracht nul moet zijn. De zwaartekracht en de normaalkracht die op het blok werken moeten dus **even groot** zijn. De krachten houden elkaar precies **in evenwicht**.

Hetzelfde geldt ook voor de onderstaande afbeelding. Een blok hangt hier met behulp van twee touwen aan een plafond. Omdat het blok stil hangt, weten we dat de zwaartekracht in evenwicht moet zijn met een andere kracht die in tegengestelde richting werkt. Dit is in de rechter afbeelding weergegeven.



Deze kracht omhoog wordt geleverd door de twee spankrachten tezamen. Met behulp van de parallellogrammethode kunnen we bepalen hoe groot deze spankrachten zijn (zie de onderstaande afbeelding).



TESTVERSIE

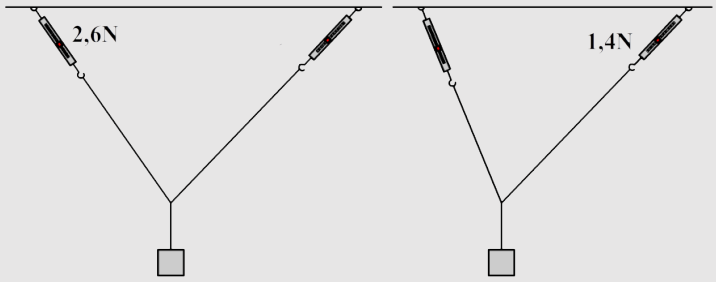
EXPERIMENT KRACHTEN-EVENWICHT

INSTRUCTIEVIDEO KRACHTEN-EVENWICHT

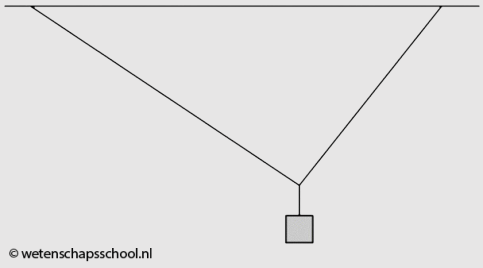
Zorg dat je krachtenevenwichten met drie krachten kan construeren met de parallellogrammethode

1. Maak het stencil aan het einde van de paragraaf.

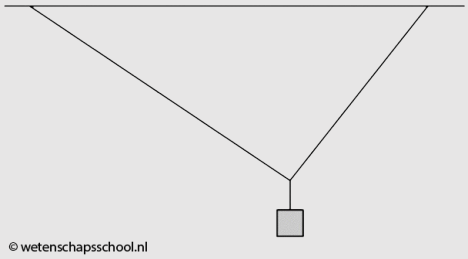
2. (5p) In de volgende afbeeldingen zien we een blokje dat aan twee touwtjes is opgehangen. Deze touwtjes zijn via newtonmeters aan het plafond verbonden. Met deze meters kan de spankracht in het touw gemeten worden. Bepaal in beide gevallen de massa van het blokje.



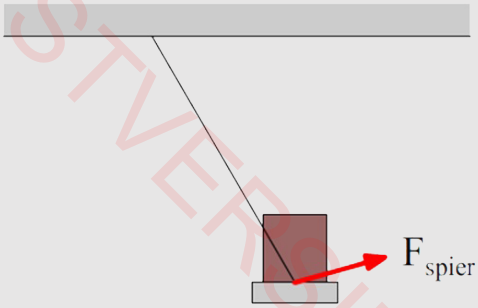
3. (5p) Een blokje heeft een massa van 200 gram. Bepaal de grootte van de spankrachten in de touwen.



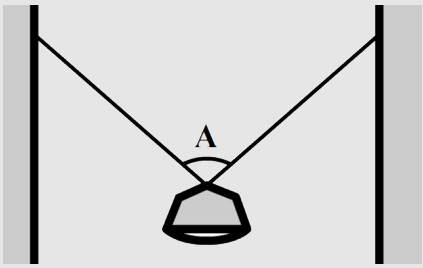
4. (5p) In het rechter touw is de spankracht 25 N. Bepaal de massa van het blokje.



5. (5p) Een leerling trekt een andere leerling naar achteren op een schommel en houdt de leerling dan stil in deze positie. De spierkracht die hiervoor nodig is, is in de onderstaande afbeelding weergegeven en heeft een grootte van 250 N. Bepaal met behulp van de tekening de massa van de leerling op de schommel.



6. (VWO, 2p) Een lamp hangt op aan twee kabels. Stel dat de hoek A in de afbeelding groter wordt. Wat gebeurt er in dat geval met de grootte van de spankrachten in de kabels. Leg je antwoord uit met behulp van een tekening.

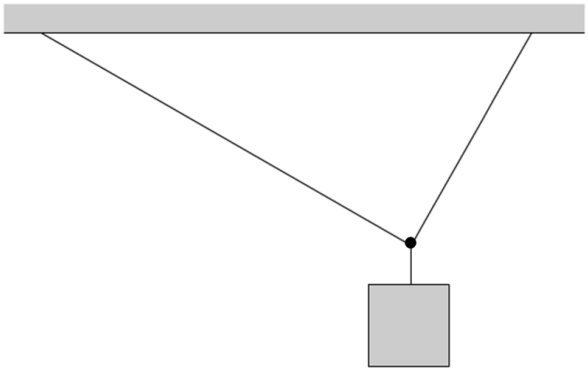


TESTVERSIE

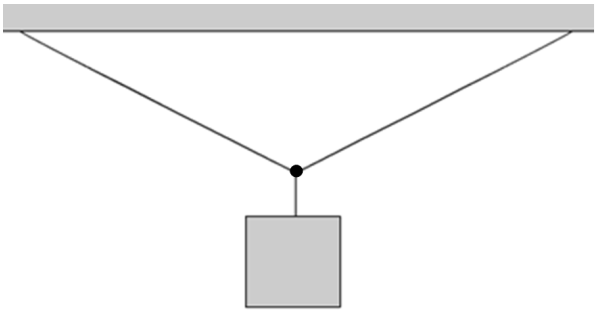
KRACHTENEVENWICHTEN

Teken telkens het krachtenevenwicht op schaal. Start alle pijlen in de aangegeven zwarte punten.

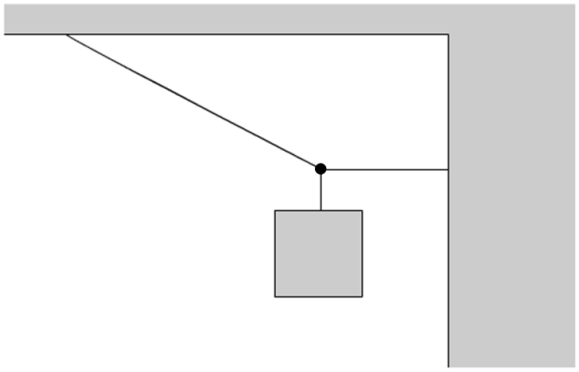
De zwaartekracht werkende op het blokje is 40 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



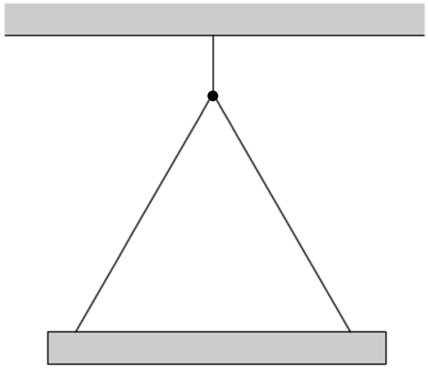
De zwaartekracht werkende op het blokje is 25 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



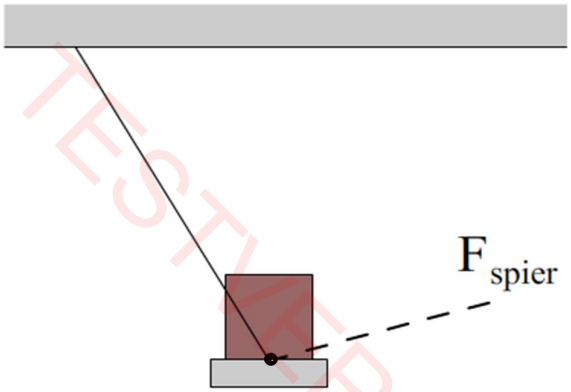
De zwaartekracht werkende op het blokje is 50 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



De zwaartekracht werkende op de balk is 100 N. Bepaal de grootte van de spankrachten.



Hieronder is schematisch een kind weergegeven op een schommel die door zijn vader uit zijn evenwichtsstand is getrokken. Op de persoon en het zitje werkt samen een zwaartekracht van 500 N. Bepaalde spankracht in het touw en de spierkracht van de vader.



TESTVERSIE

§4 De eerste wet van Newton

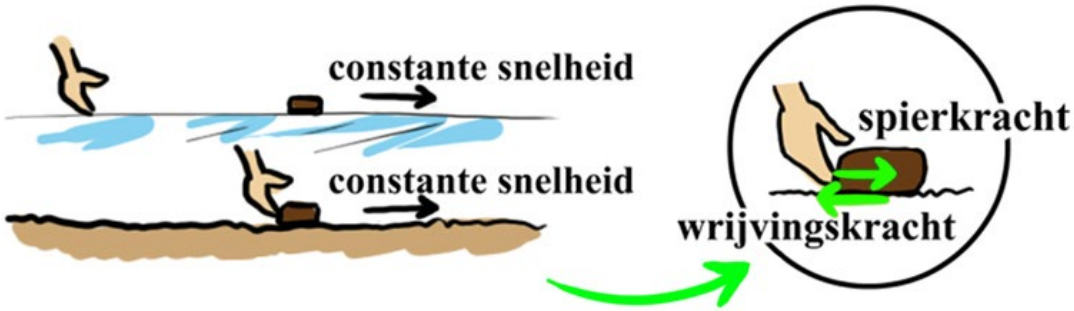
In deze paragraaf gaan we leren dat krachtenevenwichten ook optreden bij voorwerpen die met een constante snelheid bewegen. We noemen dit principe de eerste wet van Newton.

De resulterende kracht op een voorwerp is niet alleen **nul** als een voorwerp een tijdje stil staat, maar ook als een voorwerp in een **rechte lijn** en met een **constante snelheid** beweegt (we noemen een dergelijke beweging ook wel een **eenparige beweging**). We noemen dit principe de **eerste wet van Newton**. Wiskundig kunnen we dit als volgt samenvatten:

$$\vec{v} = \text{constant} \quad \Leftrightarrow \quad F_{res} = 0$$

Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)
Resulterende kracht (F_{res})	newton (N)

Laten we een paar voorbeelden bespreken. Als we een steentje een tikje geven op een perfect gladde ijsbaan, dan blijft het steentje met een **constante snelheid** voortbewegen. Na de tik werkt er geen spierkracht meer op het steentje en is de **resulterende kracht** dus **nul**. Dit komt dus overeen met de eerste wet van Newton.



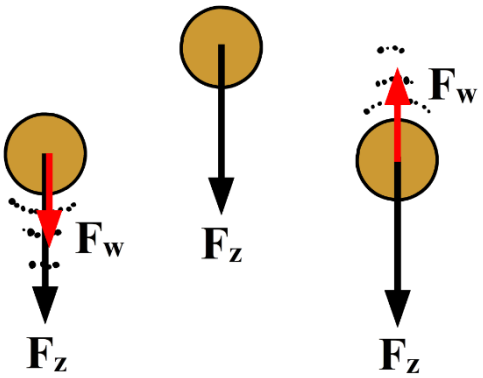
Als we een voorwerp over een ruw oppervlak voortduwen met een **constante snelheid**, dan blijkt de spierkracht gelijk te zijn aan de wrijvingskracht. Ook hier is de **resulterende kracht** dan dus **nul**. Ook hier geldt dus de eerste wet van Newton.

De eerste wet van Newton is ook goed te merken tijdens het fietsen. Als een stoplicht op groen springt en je begint te fietsen, dan moet je aan het begin heel veel kracht zetten. Tijdens het versnellen moet jouw spierkracht immers **groter** zijn dan de wrijvingskracht (zie de eerste onderstaande afbeelding). Als je echter eenmaal met een constante snelheid rijdt, dan kost het fietsen plotseling veel minder kracht. Bij een constante snelheid is de resulterende kracht namelijk nul en dat betekent dat de spierkracht nu slechts **even groot** hoeft te zijn als de wrijvingskracht.

Ook in de metro is de eerste wet van Newton goed te merken. Als de metro versnelt of remt, dan moeten we ons goed vasthouden. Als de metro echter eenmaal met een constante snelheid rijdt, dan is de resulterende kracht nul en voel je niets meer van de beweging. Het is daarom dan ook niet meer nodig je vast te houden. Op eenzelfde manier merken we niets van de beweging van de aarde om de zon.

TEN VERGEET

Er zijn ook situaties te bedenken waarbij een voorwerp stil staat, maar toch de resulterende kracht niet nul is. Dit gebeurt bijvoorbeeld als we een bal omhoog gooien. Op het hoogste punt staat de bal **één moment stil**. Bij stilstand denk je misschien direct aan een krachtenevenwicht, maar de snelheid is in dit voorbeeld **niet constant**. Eén moment eerder ging de bal nog omhoog en één moment later gaat de bal alweer naar beneden. De snelheid is dus niet constant en als gevolg is de **resulterende kracht** ook **niet nul**. Op het hoogste punt werkt maar één kracht op de bal. Dit is de **zwaartekracht** die de bal weer naar beneden zal trekken.

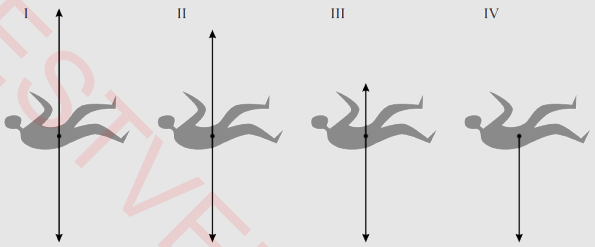


EXPERIMENT EERSTE WET VAN NEWTON

INSTRUCTIEVIDEO EERSTE WET VAN NEWTON

Zorg dat je kan redeneren met de eerste wet van Newton

1. Op de fietser uit deze paragraaf werken ook krachten in de verticale richting.
   a. (2p) Noem een kracht die omhoog werkt en een kracht die naar beneden werkt.
   b. (1p) Waarom speelden deze krachten geen rol bij het beschrijven van de beweging van de fietser?
2. (3p) Een auto rijdt met constante snelheid over een snelweg. Leg met behulp van de eerste wet van Newton uit of het nodig is dat de auto continu gas blijft geven om deze snelheid te behouden.
3. (3p) Een raket reist in de ruimte met een constante snelheid op weg naar een verre planeet. Leg met behulp van de eerste wet van Newton uit of het nodig is dat de raket continu gas blijft geven om deze snelheid te behouden.
4. (2p) Een leerling gaat een stukje rijden op zijn skateboard. De leerling moet eerst flink afzetten om op gang te komen, maar als hij eenmaal op gang is, kost het veel minder moeite om op snelheid te blijven. Leg dit uit met behulp van de krachten die op de skateboarder werken.
5. (3p) Een leerling fietst al een tijdje met een constante snelheid. Ze kijkt op haar horloge en ziet dat ze moet opschieten om op tijd op school te komen. Ze versnelt daarom naar een hogere snelheid. Als ze deze snelheid bereikt heeft, fiets ze met een constante snelheid verder totdat ze op school is aangekomen. Beschrijf hoe de krachten op de leerling veranderen gedurende deze fietstocht.
6. (2p) Een persoon maakt een hoge sprong met behulp van een trampoline. In de onderstaande afbeeldingen zien we de persoon op het hoogste punt van een sprong. Geef aan in welk van de tekeningen de krachten werkende op de persoon correct zijn weergegeven:



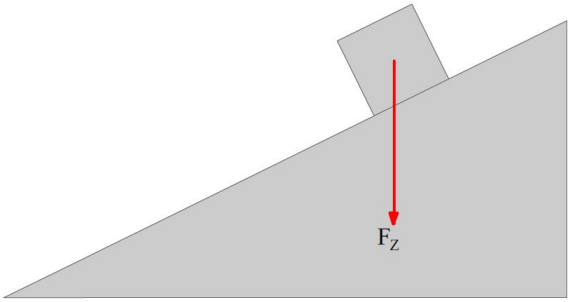
(bron: examen HAVO 2019-1)

TESTVERSIE

§5 Ontbinden van krachten

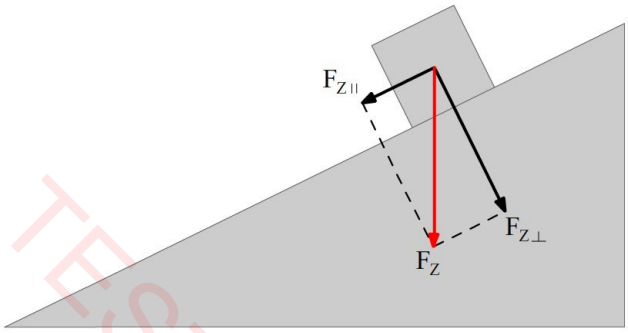
In deze paragraaf gaan we nog een klassiek krachtenevenwichten bespreken: een blok op een hellend vlak. In dit voorbeeld blijkt het handig om een kracht op te delen in twee componenten. We noemen dit het ontbinden van krachten.

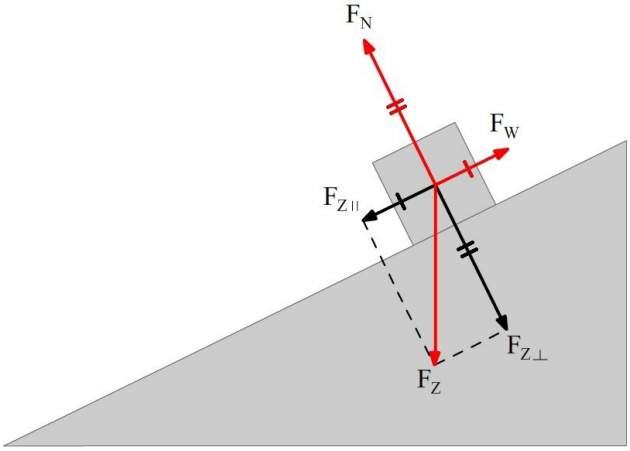
Soms is het handig om een kracht op te splitsen in twee krachten. We noemen dit het **ontbinden van krachten**. We gebruiken deze techniek bijvoorbeeld in het onderstaande voorbeeld. We zien hier een blokje dat door middel van de zwaartekracht met een constante snelheid van een helling af schuift.



De zwaartekracht die op het blokje werkt, doet hier twee dingen met het blokje. Het trekt het blokje **van de helling af** en het trekt het blokje **tegen de helling aan**. De kracht waarmee het blokje van de helling wordt getrokken noemen we ook wel de **component van de zwaartekracht in de bewegingsrichting** (**$F_{z||}$**). De kracht waarmee het blokje tegen de helling aan getrokken wordt noemen we ook wel de **component van de zwaartekracht loodrecht op de bewegingsrichting** (**$F_{z\perp}$**). In de volgende linker afbeelding is te zien hoe we de zwaartekracht ontbinden in deze twee componenten met behulp van een parallellogram.

Omdat het blok met een **constante snelheid** naar beneden schuift, weten we volgens de **eerste wet van Newton** dat de resulterende kracht nul moet zijn. De krachten die werken op het blok moeten dus in evenwicht zijn. $F_{z||}$ is dus gelijk aan de wrijvingskracht en $F_{z\perp}$ aan de normaalkracht (zie de rechter afbeelding). Op deze manier zijn alle krachten in evenwicht en is de resulterende kracht nul.





Let erop dat de normaalkracht zoals gebruikelijk loodrecht op het oppervlak werkt (en hier dus niet verticaal omhoog wijst). Merk ook op dat de normaalkracht nu niet even groot is als de zwaartekracht, maar alleen aan de loodrechte component van de zwaartekracht.

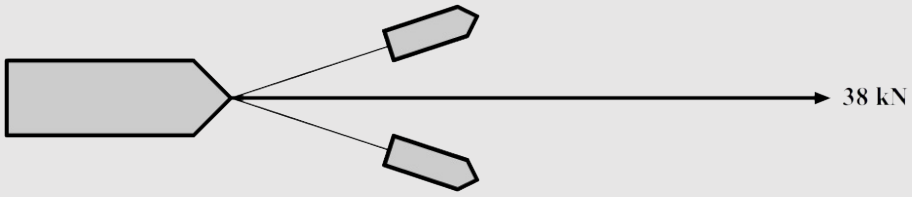
EXPERIMENT HELLEND VLAK

INSTRUCTIEVIDEO HELLEND VLAK

TESTVERSIE

Zorg dat je krachten kan ontbinden met de parallellogrammethode

1. (3p) In de volgende afbeelding trekken twee kleine sleepbootjes een grotere boot voort met behulp van twee touwen. De resulterende kracht van de twee spankrachten in de touwen is in de afbeelding weergegeven. Bepaal de grootte van de twee spankrachten die de sleepbootjes uitoefenen.



2. (4p) Ontbind de krachten in de volgende afbeeldingen in twee krachten die over de stippellijnen lopen.

Zorg dat je een krachtenevenwicht kan construeren voor een voorwerp op een hellend vlak

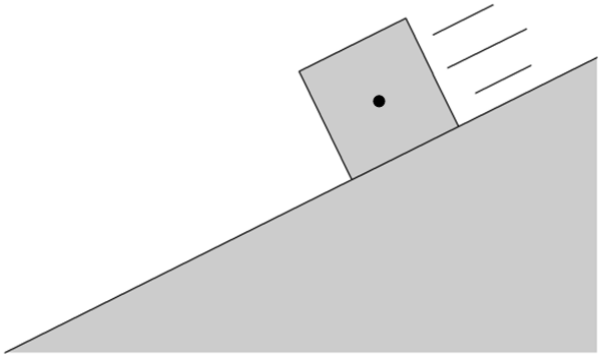
3. Maak het stencil aan het einde van deze paragraaf.
4. (5p) Een jongen met een massa van 40 kg glijdt met een constante snelheid van een glijbaan. De helling van de glijbaan is 40 graden. Bepaal de grootte van de wrijvingskracht die de jongen ondervindt.
5. (6p) Een speelgoedautootje met een massa van 1,2 kg bevat een motor die een kracht levert van 15 N. De auto wordt op een helling met een hellingshoek van 25° gezet. De auto blijkt hier met een constante snelheid tegenop te rijden. Bepaal de normaalkracht en de wrijvingskracht die op deze auto werken.
6. (4p) Hetzelfde autootje wordt nu op een andere helling gezet, maar nu rijdt het autootje van de helling af. Ook deze helling heeft een hoek van 25°. Wederom is de snelheid constant. Bepaal de normaalkracht en de wrijvingskracht opnieuw.

TESTVERSIE

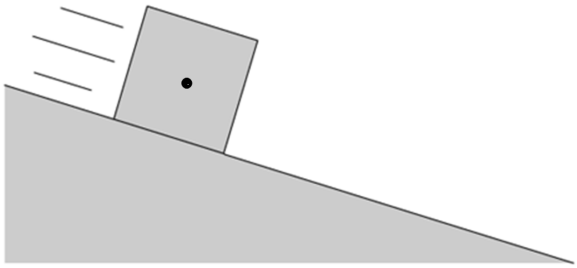
KRACHTENEVENWICHTEN OP EEN HELLEND VLAK

Teken telkens het krachtenevenwicht op schaal. Start alle pijlen in de aangegeven zwarte punten.

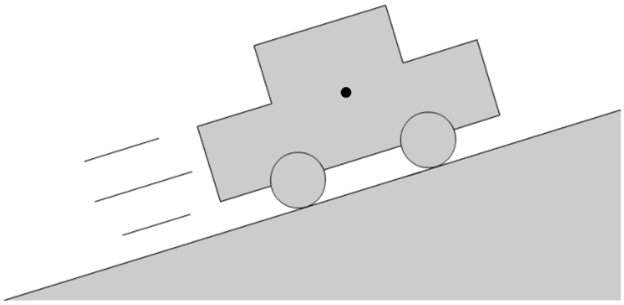
Een blok waarop een zwaartekracht werkt van 50 N glijdt met een constante snelheid van een helling. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.



Een blok waarop een zwaartekracht werkt van 50 N glijdt met een constante snelheid van een helling. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.



Een auto waarop een zwaartekracht werkt van 3000 N rijdt met een constante snelheid een helling op met een motorkracht van 5000 N. Bepaal de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht.

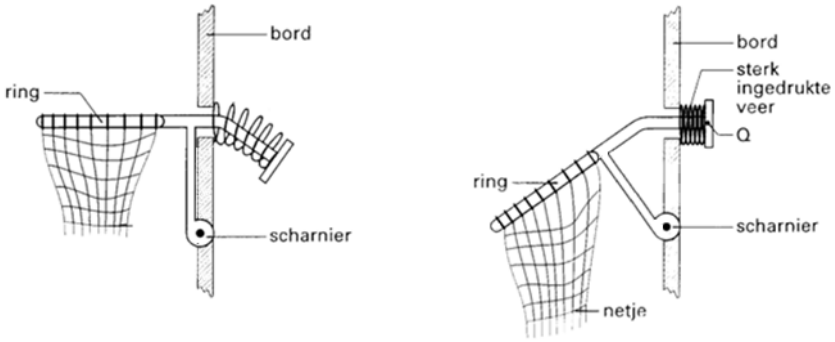


TESTVERSIE

§6 Oefentoets

Basketbalnet

Hieronder zien we een basketnet. Achter het bord is een veer bevestigd. Een persoon met een massa van 80 kg hangt stil aan de basket. Als gevolg drukt deze veer in (zie de rechter afbeelding). De afbeeldingen is op een schaal weergegeven waarbij 1,0 cm in de tekening overeenkomt met 15 cm in het echt.



1 (4p) Laat met een berekening zien dat de veerconstante van de veer gelijk is aan 75 N/cm. Ga ervan uit dat de volledige zwaartekracht van de man wordt gebruikt voor het indrukken van de veer.

(bron: examen VWO 1998-1)

Optellen van krachten

In de linker onderstaande afbeelding zijn drie krachten afgebeeld die werken op een ring.

2 (3p) Bepaal de grootte van de resulterende kracht van de bovenste twee krachten.

3 (VWO, 2p) Bepaal de grootte van de resulterende kracht van de drie krachten tezamen.

Het krachtenevenwicht

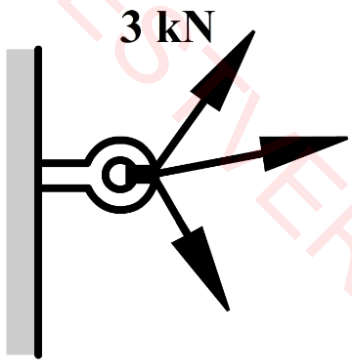
In de middelste onderstaande afbeelding zien we drie massa's die in evenwicht hangen aan drie katrollen. Het middelste gewichtje heeft een massa van 50 gram.

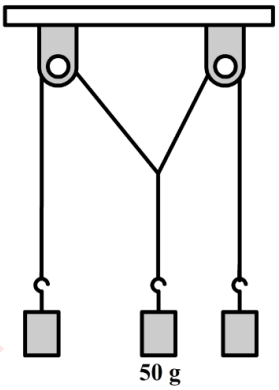
4 (5p) Bepaal de spankracht in het linker touw.

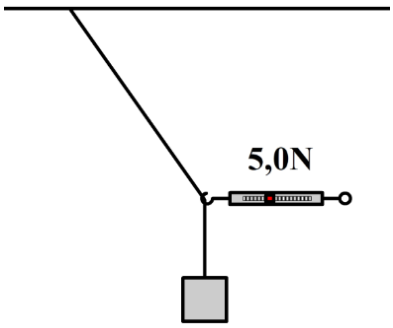
De Newtonmeter

Een leerling wil met een newtonmeter de massa van een blokje meten, maar helaas heeft de newtonmeter niet genoeg bereik om het blokje te kunnen meten. Om toch de massa te kunnen meten, maakt de leerling de rechter onderstaande opstelling.

5 (4p) Bepaal met behulp van de afbeelding de massa van het blokje.







TESTVERSIE

De Romeinse boog (VWO)

In de oudheid werd ontdekt dat je met behulp van een krachtenevenwicht een boog van stenen kan maken zonder daarbij cement te hoeven gebruiken (zie de afbeelding linksonder). De bovenste steen in de afbeelding heeft een massa van 300 kg.

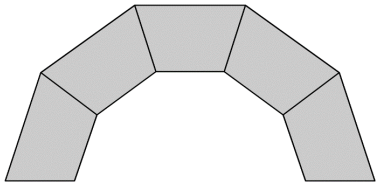
6 (4p, VWO) Bepaal met een behulp van een constructie hoe groot de normaalkrachten zijn die de bovenste steen uitoefent op de twee aangrenzende stenen.

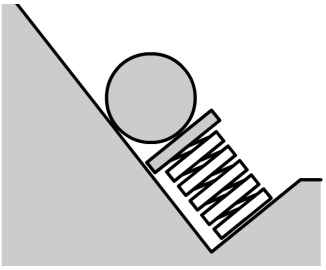
De flipperkast

Een bal in een flipperkast ligt stil op een veer op een hellend vlak (zie de onderstaande rechter afbeelding). De bal heeft een massa van 90 gram en de veer wordt door de bal 0,6 cm ingedrukt. De bal ondervindt geen wrijvingskracht van het hellende vlak.

7 (VWO, 4p) Laat met een bepaling zien dat de grootte van de veerkracht gelijk is aan 0,66 N.

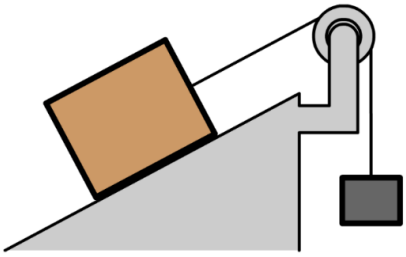
8 (VWO, 1p) Bepaal de veerconstante van de veer.





Het hellende vlak

Een houten blokje met een massa van 200 gram wordt met een constante snelheid een helling opgetrokken met behulp van een katrol en een zwaarder blokje met een massa van 400 gram.



9 (2p) Bereken de spankracht waarmee het kleine blokje aan het grote blokje trekt.

10 (4p) Bepaal met behulp van een tekening de grootte van de normaal kracht werkende op het grote blok.

11 (2p) Bepaal met behulp van een tekening de grootte van de wrijvingskracht werkende op het grote blok.

De speelgoedauto

Een auto rijdt met een constante snelheid van een helling met een hellingshoek van 25 graden. De auto oefent een motorkracht uit van $5{,}0 \times 10^4$ N en heeft een massa van $3{,}0 \times 10^3$ kg.

12 (VWO, 5p) Bepaal met behulp van een tekening de grootte van de wrijvingskracht.

TESTVERSIE

Hoofdstuk 4
Elektriciteit

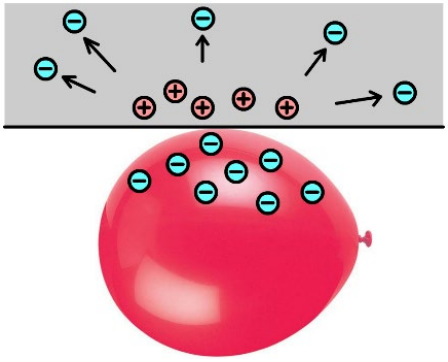
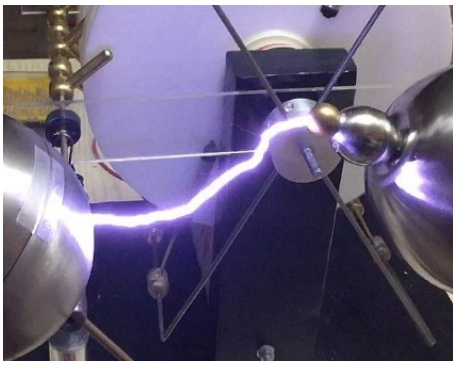
§1 Schakelingen

In dit hoofdstuk gaan we elektriciteit bestuderen. Omdat elektriciteit bestaat uit bewegende ladingen, gaan we in de eerste paragraaf eerst kijken naar het begrip lading. Ook gaan we elektrische schakelingen bestuderen en introduceren we een aantal onderdelen, waaronder de NTC.

Alle materie in het universum bestaat uit bolvormige deeltjes die we **atomen** noemen. Atomen bestaan op hun beurt uit nog kleinere deeltjes. In de atoomkern bevinden zich deeltjes met een **positieve lading** genaamd **protonen**. Deze protonen zijn relatief zwaar en zitten stevig vast in de atoomkern. Om de atoomkern heen bewegen een aantal deeltjes met een **negatieve lading** genaamd **elektronen**. Deze deeltjes zijn relatief licht en bewegen met enorme snelheid om de atoomkern. Het zijn deze negatieve ladingen die zorgen voor **elektriciteit**.

De positieve en de negatieve ladingen hebben de bijzondere eigenschap dat ze elkaar **aantrekken**. Daarnaast is het zo dat ladingen van dezelfde soort elkaar **afstoten**. Deze effecten zien we bijvoorbeeld als we een ballon tegen een trui wrijven. Door de wrijvingskracht komen elektronen van atomen uit de trui op de ballon te zitten. Als we deze ballon daarna tegen het plafond houden, dan blijft deze “plakken” (zie de linker onderstaande afbeelding). Dit komt doordat de negatieve ladingen in de ballon, de negatieve ladingen in het plafond wegduwen (zie de middelste afbeelding). Als gevolg blijft er netto een positieve lading achter in het plafond. De ballon wordt op zijn plek gehouden door de aantrekkingskracht tussen deze positieve ladingen en de negatieve ladingen in de ballon. We spreken bij dit soort fenomenen van **statische elektriciteit**.

Als een voorwerp een groot overschot aan positieve ladingen heeft en een ander voorwerp een groot overschot aan negatieve ladingen, dan kan de aantrekkingskracht tussen deze ladingen zo groot worden dat de negatieve ladingen overspringen naar de positieve ladingen. We zien dan een “vonk” overspringen (zie de rechter bovenstaande afbeelding). Het zijn hier de negatieve elektronen die de sprong maken en niet de veel zwaardere positieve protonen.

(Afbeelding: Danny Nicholson; CC BY-ND 2.0 / … / Moses Nachman Newman; CC BY 4.0)

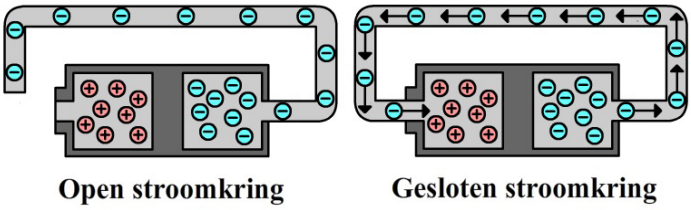
In de natuur komen we deze effecten op grotere schaal tegen. Door bepaalde processen in wolken kan de onderkant van een wolk negatief worden en de bovenkant positief. De negatieve ladingen aan de onderkant van de wolk duwen de negatieve ladingen in de aarde weg, zodat de aarde aan het oppervlak netto positief geladen wordt. Als het ladingsverschil groot genoeg wordt, dan ontstaat **bliksem**.

EXPERIMENT STATISCHE ELEKTRICITEIT

(Afbeelding: Gerlos; CC BY-SA 2.0)

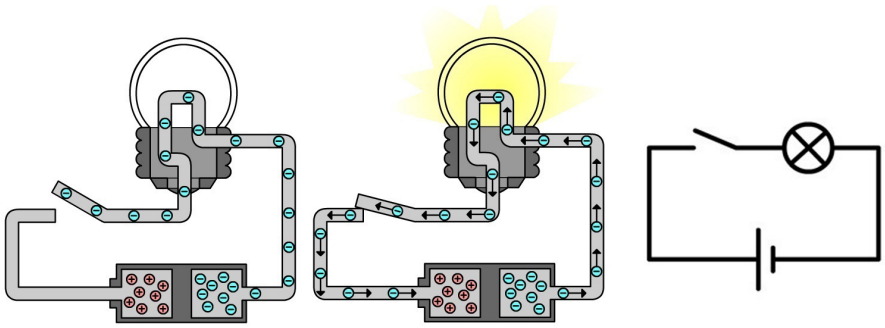
HERZIENE VERSIE

Als we elektriciteit willen opwekken, dan hebben we in ieder geval een **spanningsbron** nodig. Een spanningsbron is een voorwerp waarvan één onderdeel een overschot aan negatieve ladingen bevat (de **minpool**) en een ander onderdeel een overschot aan positieve ladingen bevat (de **pluspool**). Voorbeelden van spanningsbronnen zijn de batterij, het stopcontact en de dynamo. Als we de twee polen met elkaar verbinden, dan spreken we van een **gesloten stroomkring**. Als gevolg gaan de negatieve ladingen naar de pluspool stromen. Het **bewegen van deze ladingen** noemen we **elektriciteit**.

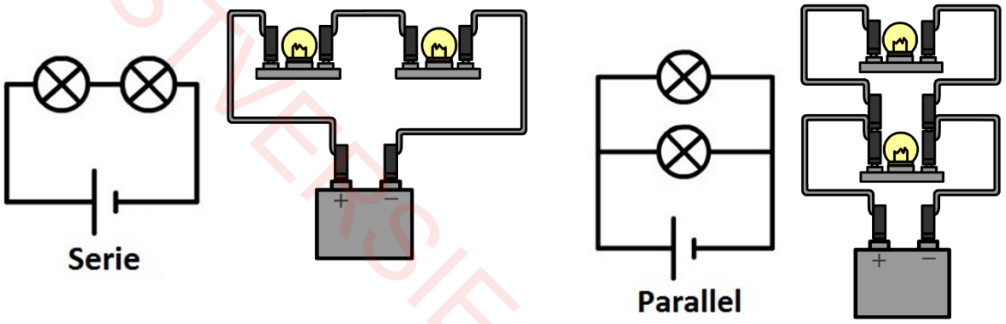


Het zijn alleen de negatieve elektronen die door de elektriciteitsdraden stromen van de min naar de plus. De positieve ladingen zitten immers goed vast in de atoomkernen. Toch zeggen we (helaas) dat de **stroom van plus naar min stroomt**, terwijl dus in werkelijkheid de elektronen precies de andere kant op bewegen! Deze onhandigheid stamt nog uit de tijd voordat elektronen ontdekt waren.

In de onderstaande afbeelding is aan de stroomkring ook een **gloeilamp** en een **schakelaar** toegevoegd. Een schakelaar is niet meer dan een klepje, waarmee de stroomkring geopend en gesloten kan worden. Alleen als de schakelaar gesloten is gaan de ladingen van de min- naar de pluspool stromen. Aan de rechterkant zien we ook een schematische weergave van deze schakeling. Zoals je ziet gebruiken we voor de lamp een cirkel met een kruis erin en voor de spanningsbron een korte en een lange streep (de lange streep is de pluspool). Als de ladingen door de schakeling stromen, dan botsen ze voortdurend tegen de atomen waaruit de schakeling bestaat. In de gloeidraad van een gloeilamp leveren deze botsingen genoeg energie om de draad zo warm te maken dat deze gaat gloeien.

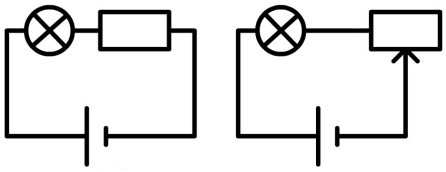


Als we meerdere lampjes op een spanningsbron aansluiten, dan kunnen we dat op verschillende manieren doen. Linksonder zien we de zogenaamde **serieschakeling**. In een serieschakeling zijn alle lampjes in **dezelfde stroomkring** opgenomen. Als we in deze schakeling één lampje losdraaien, dan wordt deze stroomkring verbroken en gaan alle lampjes uit. Rechts zien we de zogenaamde **parallelschakeling**. In een parallelschakeling heeft **elk lampje zijn eigen stroomkring**. Als we in deze schakeling één lampje losdraaien, dan wordt slechts één van de stroomkringen verbroken. De andere lampjes blijven in dat geval gewoon branden. Als er een schakeling wordt gebouwd uit meerdere lampjes en het is niet serie en niet parallel, dan noemen we dit een **gemengde schakeling**.

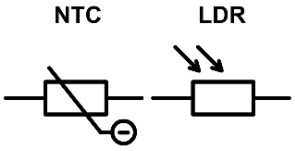


TESTVERSIE

Het rechthoekige symbool in de eerste onderstaande afbeelding wordt een (**vaste**) **weerstand** genoemd. Een **weerstand** wordt o.a. gebruikt om de **stroom** door een draad **te beperken**. Als je een zwak lampje bijvoorbeeld direct op een stopcontact aansluit, dan brandt het meteen door. Dit is te verhelpen door een weerstand in serie te zetten met de lamp. Dit is hieronder links afgebeeld. Naast een vaste weerstand bestaat ook de zogenaamde **variabele weerstand**. De waarde van deze weerstand is handmatig in te stellen. Dit onderdeel wordt bijvoorbeeld gebruikt om een lamp handmatig te dimmen (zie de schakeling rechtsonder).



Een ander veelvoorkomend onderdeel is de **NTC**. De NTC is een weerstand waarvan de waarde afhangt van de temperatuur. Hoe **hoger** de temperatuur, hoe **lager** de weerstand. Een gerelateerd onderdeel is de **PTC**. Hier geldt: hoe **hoger** de temperatuur, hoe **hoger** de weerstand. Deze componenten worden gebruikt als **temperatuursensoren**. Een ander onderdeel is de **LDR**. Dit is een weerstand waarvan de waarde afhangt van de lichtintensiteit die erop valt. Deze component kan bijvoorbeeld gebruikt worden als **lichtsensor**. Hieronder zien we het symbool voor de NTC en de LDR. Deze en vele andere symbolen zijn ook te vinden in BINAS.

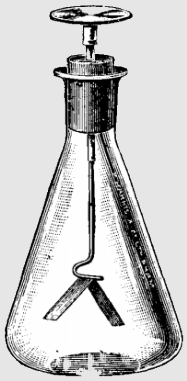


EXPERIMENT NTC & LDR

INSTRUCTIEVIDEO ELEKTRICITEIT

Zorg dat je kan redeneren met lading

1. Leg uit of de volgende stellingen waar zijn of niet:
   a. (1p) In een neutraal voorwerp zitten geen ladingen.
   b. (1p) In een positief geladen voorwerp zitten geen negatieve ladingen.

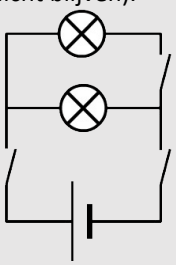


2. Een elektroscoop bestaat uit een glazen fles met daarin een metalen staaf. Aan het einde van de staaf bevinden zich twee strookjes aluminiumfolie (zie de rechter afbeelding).
   a. (1p) Als je de bovenkant van de elektroscoop met een negatief geladen staaf aanraakt, dan gaan de strookjes aluminium uit elkaar. Verklaar dit.
   b. (2p) Verklaar wat er met de aluminium strookjes gebeurt als je de bovenkant met een positief geladen staaf aanraakt.
3. (2p) Als je een negatief geladen ballon naast een straaltje water plaatst, dan gaat het water afbuigen. Leg met behulp van een schematische tekening van ladingen uit waarom het water afbuigt. Gebruik voor de positieve ladingen een “+” en voor de negatieve ladingen een “-“.
4. Een persoon raakt de grote positief geladen metalen bol van een Van der Graaff generator aan en als gevolg gaan haar haren overeind staan.
   a. (2p) Leg uit of de elektronen het haar in of uit stromen.
   b. (1p) Leg uit waarom de haren overeind gaan staan.
   (Afbeelding: Lwilcoxson; CC BY-SA 4.0)

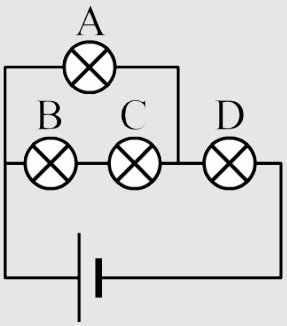
TESTVERSIE

Zorg dat je schakelingen kan ontwerpen en begrijpen

5. (3p) In de volgende schakeling zijn drie schakelaren opgenomen. Ga voor elke schakelaar na welke lampen uitgaan als deze geopend wordt (en de anderen dicht blijven).



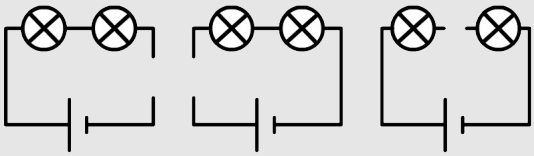
6. In de onderste schakeling zijn vier identieke lampjes opgenomen.



   a. (3p) Ga na welke lampjes nog branden als je telkens één van de lampjes losdraait.

   b. (1p) Lampje D brandt het felst. Verklaar waarom dit het geval is.

7. (1p) Geef bij elk van de volgende tekeningen aan of de lampjes wel of niet branden. Leg je keuze uit.



8. (1p) In een appartement in een flat bevindt zich een deurbel. De bel kan geactiveerd worden met behulp van twee schakelaren. Eén schakelaar bevindt zich bij de voordeur van het appartement en de ander bij de voordeur van de flat zelf. Teken de schakeling die hier beschreven is.

9. (1p) Een leerling maakt een schakeling waarmee hij kan testen of vloeistoffen wel of niet stroom geleiden. Teken deze schakeling.

10. (3p) Beschrijf de werking van de NTC, de LDR en de variabele weerstand.

11. (1p) Een persoon installeert een lamp in zijn woonkamer die hij handmatig kan dimmen. Teken deze schakeling.

12. (1p) Een persoon neemt een ventilator op in een schakeling. De schakeling zorgt ervoor dat de ventilator harder gaat draaien als het in de woonkamer warmer is. Teken deze schakeling.

TESTVERSIE

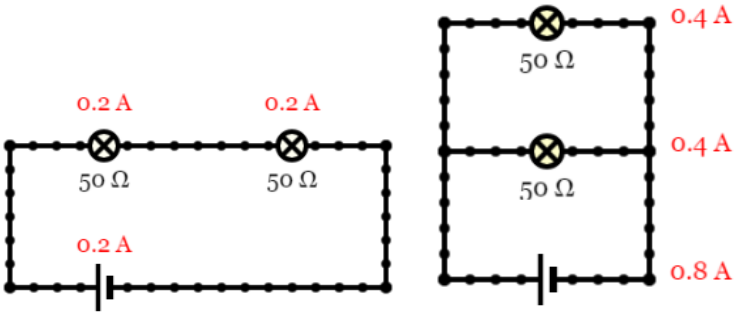
§2 Stroomsterkte

In deze paragraaf gaan we de beweging van lading nader bestuderen. Dit doen we aan de hand van het begrip stroomsterkte.

De **hoeveelheid lading die per seconde** door een punt in de schakeling stroomt noemen we de **stroomsterkte** (**I**). De SI-eenheid van de stroomsterkte is de **ampère** (**A**).

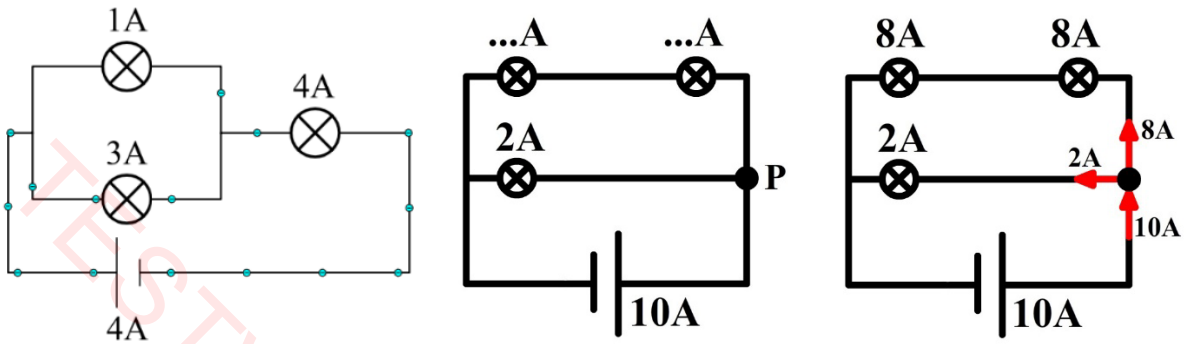
Laten we eens kijken hoe het zit met de stroomsterkte in een aantal verschillende schakelingen. In de onderstaande linker afbeelding stromen de ladingen door een **serieschakeling** (op de website is deze afbeelding een animatie). Een **serieschakeling** bestaat slechts uit **één stroomkring**. Als gevolg gaan **alle ladingen** die uit de spanningsbron stromen door **alle lampjes** heen. De hoeveelheid ladingen die uit de spanningsbron stromen, is dus gelijk aan de hoeveelheid ladingen die het rechter lampje in stromen en even later het linker lampje in stromen. De stroomsterkte is in een serieschakeling dus in alle onderdelen **gelijk**.

Rechts zien we een **parallelschakeling**. In dit geval zijn er **meerdere stroomkringen** waarover de **lading** zich **verdeelt**. Hoe de stroomsterkte zich verdeelt, hangt af van de weerstand van de lampjes. Alleen als de lampjes **dezelfde weerstand** hebben, zal de stroomsterkte zich gelijk verdelen over de lampjes.



ANIMATIE STROOMSTERKTE

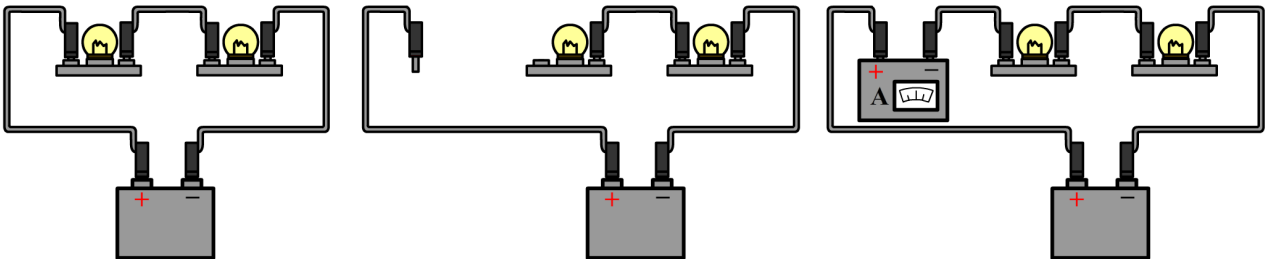
Laten we nu een gemengde schakeling bestuderen. Linksonder zien we een spanningsbron waaruit 4 ampère stroomt. Omdat er maar één pad loopt van de spanningsbron naar de rechter lamp, komen alle 4 ampère bij de rechter lamp aan. Hier is de stroomsterkte dus ook 4 ampère. Daarna splitsen de ladingen op. Stel dat 1 ampère bovenlangs gaat, dan weet je dat de rest (3 A) onderlangs moet gaan. In de onderstaande rechter afbeelding stroomt 10 ampère uit de spanningsbron. Bij punt P splitsen de ladingen op. Als blijkt dat 2 ampère linksaf gaat, dan moet de rest (8 A) dus bovenlangs gaan. Deze 8 ampère gaat door **beide** bovenstaande lampjes heen. Door elk stroomt dus 8 ampère.



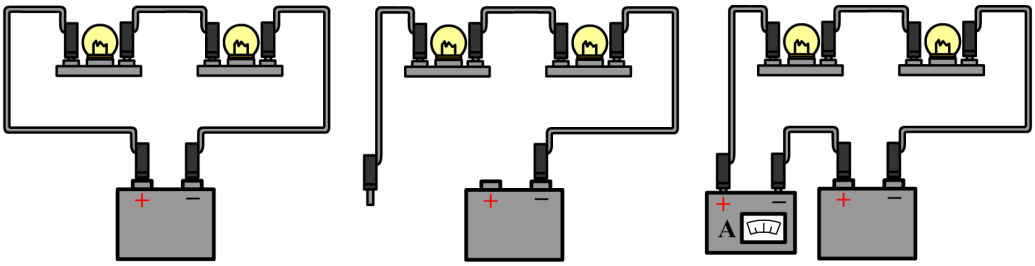
ANIMATIE STROOMMETER II

TESTVERSIE

De stroomsterkte kunnen we meten met een zogenaamde **ampèremeter** (ook wel **stroommeter** genoemd). De ampèremeter sluit je **in serie** aan naast het onderdeel waarvan je de stroomsterkte wilt meten. Hieronder zie je in stappen hoe je de stroomsterkte van bijvoorbeeld de linker lamp in een serieschakeling meet. Haal één van de draden los uit de linker lamp en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan.

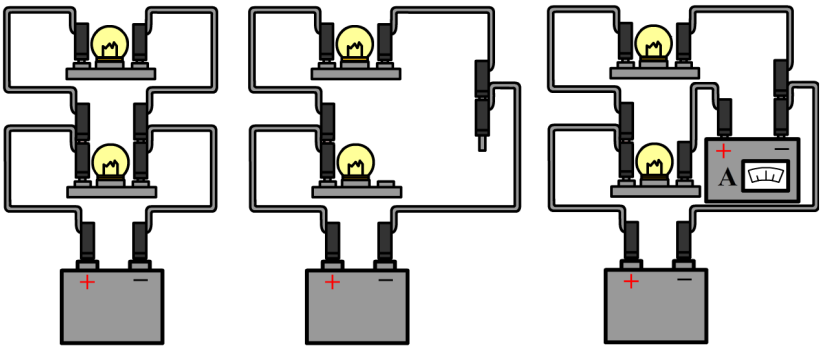


Hieronder doen we hetzelfde voor de spanningsbron in een serieschakeling. Haal één van de draden los uit de spanningsbron en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan.



ANIMATIE STROOMMETER

Hieronder meten we de stroomsterkte door de onderste lamp in een parallelschakeling. In dit geval zitten er aan weerszijden van de onderste lamp twee draden. Haal aan één kant beide draden los en sluit de ampèremeter dan hiertussen aan.

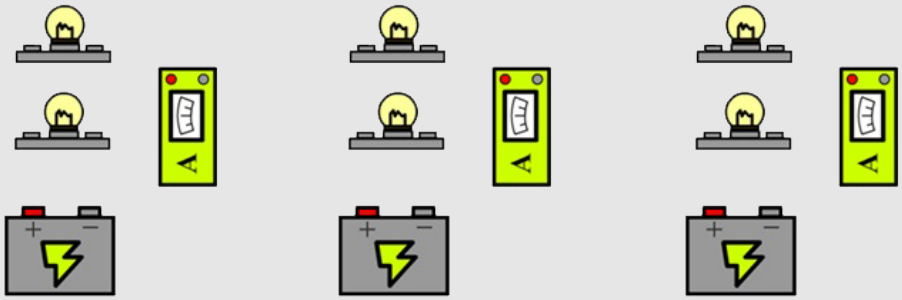


Zorg dat je kan rekenen met stroomsterkte in serie-, parallel- en gemengde schakelingen

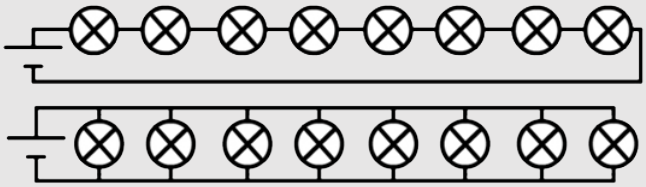
1. Maak het stencil aan het eind van de paragraaf.
2. (2p) Twee dezelfde lampjes zijn in serie aangesloten op een batterij. De batterij levert een stroomsterkte van 250 mA. Leg uit hoe groot de stroomsterkte door elk van de lampjes is.
3. (3p) Twee dezelfde lampjes zijn parallel aangesloten op een batterij. De batterij levert een stroomsterkte van 0,090 A. Leg uit hoe groot de stroomsterkte door elk van de lampjes is.

TEST VERSIE

4. (3p) Een persoon wil de stroomsterkte meten door alle onderdelen in een parallelschakeling bestaande uit twee lampjes. Teken hieronder in alle drie de gevallen de schakeling.

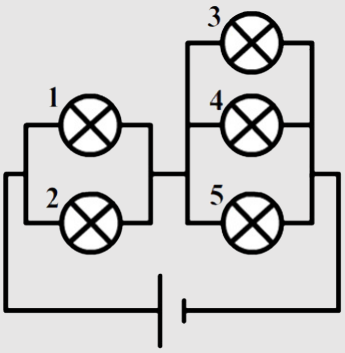


5. Hieronder zien we twee schakelingen met een aantal dezelfde lampjes:



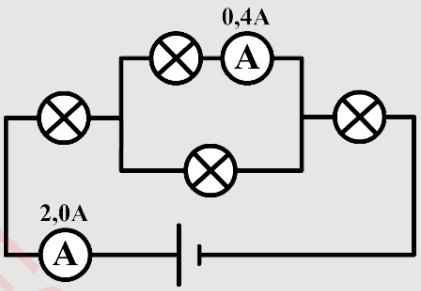
   a. (1p) Beschrijf wat er gebeurt als een lampje in de bovenste schakeling doorbrandt.
   b. (1p) Beschrijf wat er gebeurt als een lampje in de onderste schakeling doorbrandt.

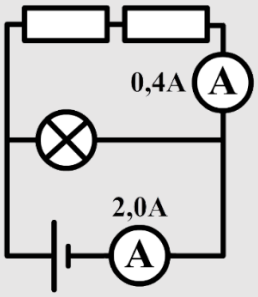
6. In de rechter schakeling zijn vijf dezelfde lampjes opgenomen.



   a. (1p) Door welke lampjes in de rechter schakeling is de stroomsterkte het grootst? Leg je keuze uit.
   b. (2p) Door lampje 1 en 2 stroomt elk 750 mA. Bereken de stroomsterkte door lamp 3.

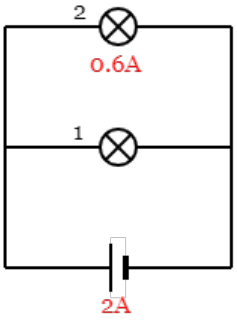
7. (4p) Geef in de onderstaande schakelingen de stroomsterkte door de lampjes, de weerstanden en de spanningsbronnen.



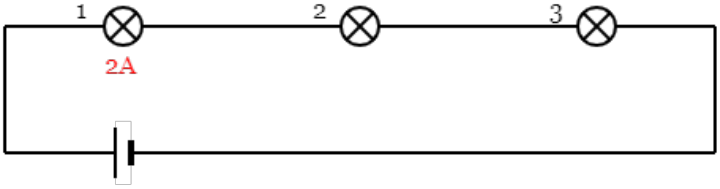


TESTVERSIE

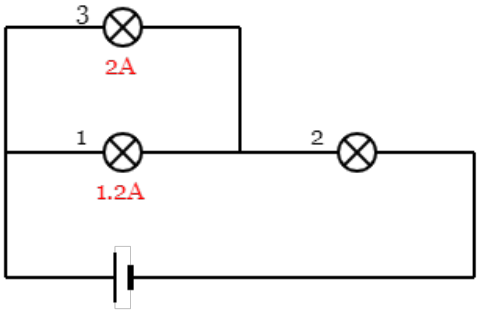
Stencil Spanning en Stroomsterkte



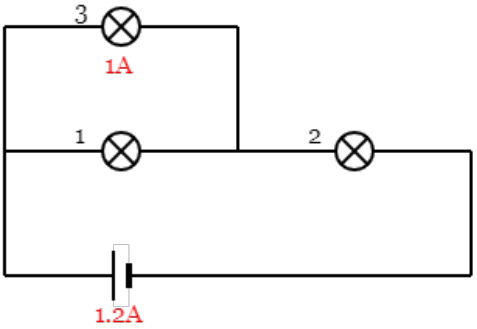
Vind de stroomsterkte van lamp 1.



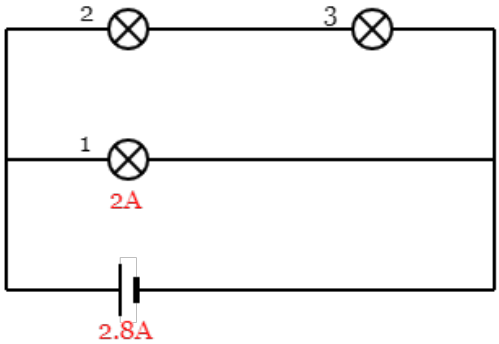
Vind de stroomsterkte van de spanningsbron.



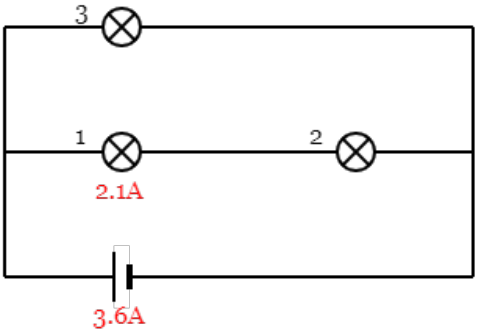
Vind de stroomsterkte van lamp 2 en van de spanningsbron.



Vind de stroomsterkte van lamp 1 en 2.



Vind de stroomsterkte van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 3.

TESTVERSIE

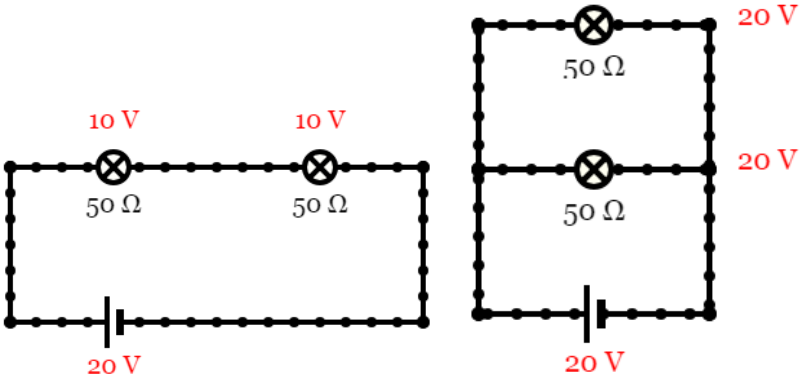
§3 Spanning

In deze paragraaf voegen we het begrip spanning toe. De spanning vertelt ons hoeveel energie ladingen uitgeven als ze door een stroomkring stromen.

De negatieve ladingen in de spanningsbron worden naar de pluspool getrokken. Deze aantrekkingskracht geeft ladingen de energie om door de schakeling te stromen. De **spanning** (**U**) die over een spanningsbron staat vertelt ons **hoeveel energie elke lading** meekrijgt door deze aantrekkingskracht. We meten de spanning in **volt** (**V**). De meeste spanningsbronnen hebben een **vaste spanning**. Over een stopcontact staat bijvoorbeeld in Nederland altijd **230 V**. We noemen dit ook wel de **netspanning**. In de andere onderdelen in de schakeling wordt de energie ook weer **uitgegeven**. Het is deze energie die er bijvoorbeeld voor zorgt dat een lamp gaat branden of een wasmachine gaat draaien.

Laten we eens kijken hoe het zit met de spanning in een aantal verschillende schakelingen. Hieronder zien we in de linker afbeelding een **serieschakeling**. Elke lading gaat in deze schakeling door **beide lampjes** heen. Elke lading zal zijn energie dus **verdelen** over de twee lampjes. In dit geval zien we dat over de batterij 20 volt staat. Deze 20 volt wordt uitgegeven in de twee lampjes. Hoe de spanning precies verdeelt, hangt af van de weerstand van de lampjes. In dit geval is de **weerstand** van beide lampjes **gelijk** en vinden we over elk lampje een spanning van 10 volt.

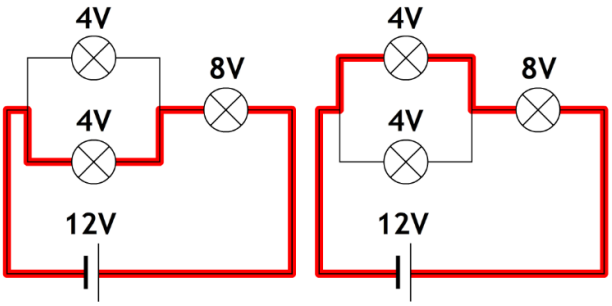
Rechts zien we een **parallelschakeling**. Hier gaat elke lading maar door **één lampje** heen. Elke lading besteedt dus al zijn energie in slechts één lampje. Als over de spanningsbron een spanning van 20 volt staat, dan heeft in een parallelschakeling elk lampje dus ook een spanning van 20 volt.



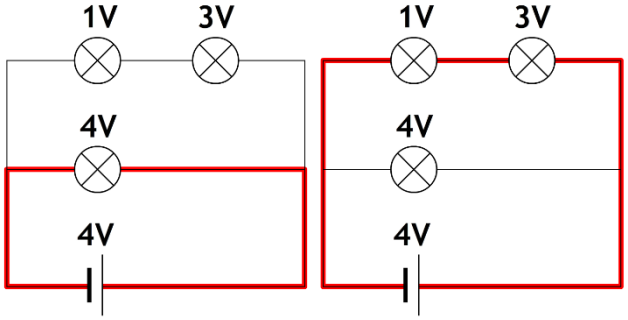
ANIMATIE SPANNING

ANIMATIE SPANNING II

Nu tijd voor gemengde schakelingen. De rechter schakeling bestaat uit **twee stroomkringen**. Sommige ladingen gaan namelijk door het rechter en het onderste lampje en andere ladingen gaan door het rechter en het bovenste lampje. Omdat de spanning over de spanningsbron in dit geval 12 volt is, moet in **elke stroomkring** een lading in totaal 12 volt uitgeven. Als gegeven is dat over de rechter lamp een spanning van 8 volt staat, dan moet over de twee linker lampen dus elk een spanning van 4 volt staan. Op deze manier is de totale spanning over **elke stroomkring** gelijk aan 12 volt.

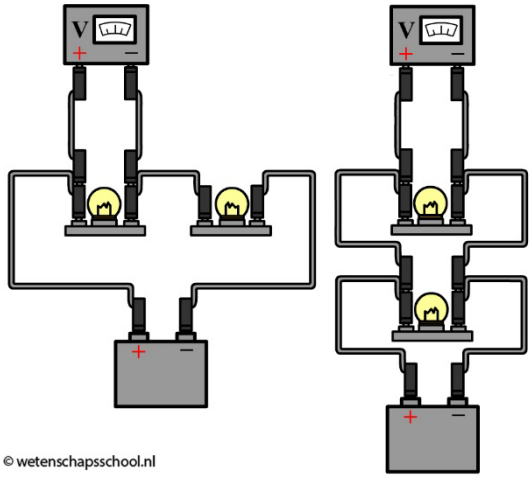


De rechter schakeling bestaat ook uit twee stroomkringen. In de onderste stroomkring gaat elke lading maar door één lampje. Alle 4 volt van de spanningsbron moeten dus worden uitgegeven in het onderste lampje. In de bovenste stroomkring moet ook in totaal 4 volt uitgegeven worden. Als in de linker lamp 1 volt wordt uitgegeven, dan moet in de rechter lamp dus 3 volt worden uitgegeven.



VERVALLEN

De spanning meten we met een zogenaamde **voltmeter** (ook wel **spanningsmeter** genoemd). De voltmeter sluit je **parallel** aan over het onderdeel waarvan je de spanning wilt meten. Dit doe je door de voltmeter aan beide kanten van een onderdeel aan te sluiten. In de rechter afbeelding zien we een voltmeter die is aangesloten over het linker lampje in een serieschakeling en over het bovenste lampje in een parallelschakeling.

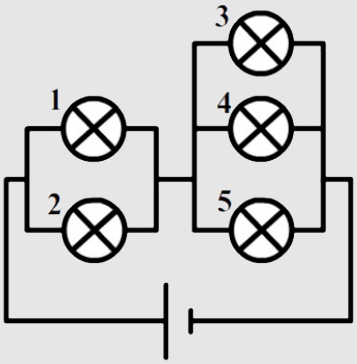


EXPERIMENT STROOM- EN SPANNINGSMETER

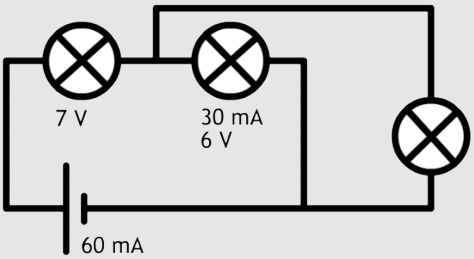
INSTRUCTIEVIDEO STROOMSTERKTE EN SPANNING

Zorg dat je kan rekenen met spanning in serie-, parallel-, en gemengde schakelingen

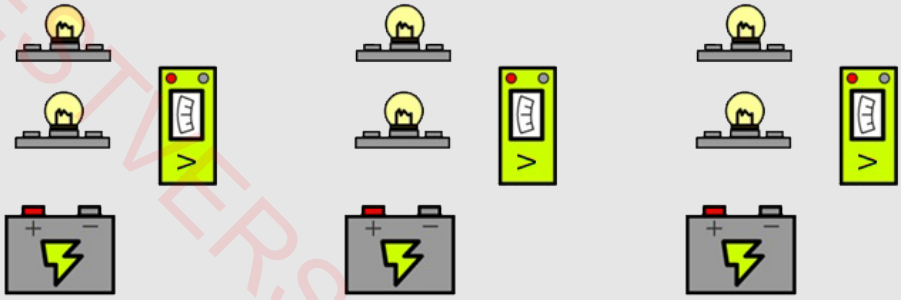
1. Speel het programma uit dat je kan vinden met de rechter QR-code of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.
2. (2p) Beschrijf het verschil tussen stroomsterkte en spanning.
3. (2p) Twee dezelfde lampjes zijn in serie aangesloten op een batterij. Over de batterij staat een spanning van 1,5 V. Leg uit hoe groot de spanning over elk van de lampjes is.
4. (3p) Twee dezelfde lampjes zijn parallel aangesloten op een batterij. Over de batterij staat een spanning van 9,0 V. Leg uit hoe groot de spanning over elk van de lampjes is.
5. (2p) In de rechter schakeling zijn vijf dezelfde lampjes opgenomen. Over lampje 1 en 2 staat elk een spanning van 6,0 V en over lampjes 3, 4 en 5 staat elk een spanning van 4,0 V. Bereken de spanning over de spanningsbron. Leg je antwoord uit.



6. (4p) Noteer bij elk onderdeel in de onderstaande schakeling de spanning en de stroomsterkte:

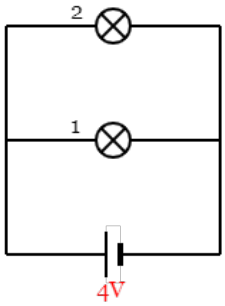


7. (3p) Een persoon wil de spanning meten door alle onderdelen in een parallelschakeling bestaande uit twee lampjes. Teken hieronder in alle drie de gevallen de schakeling.

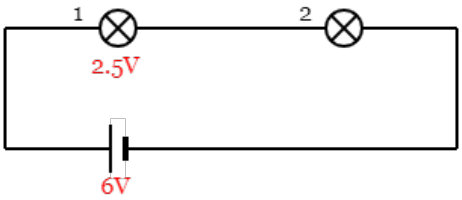


TESTVERSIE

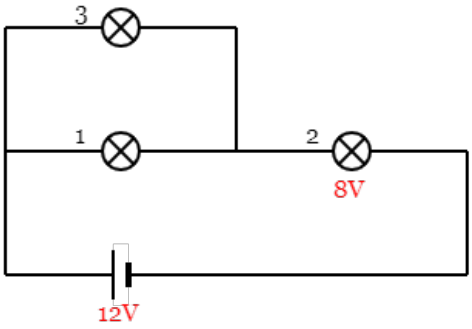
Stencil Spanning en Stroomsterkte



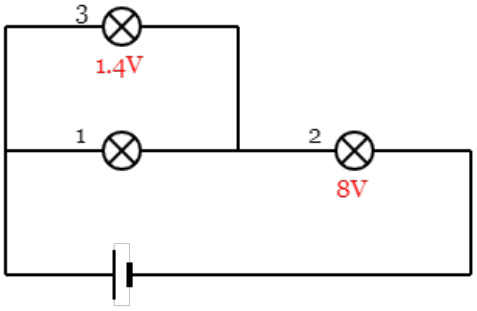
Vind de spanning van lamp 1.



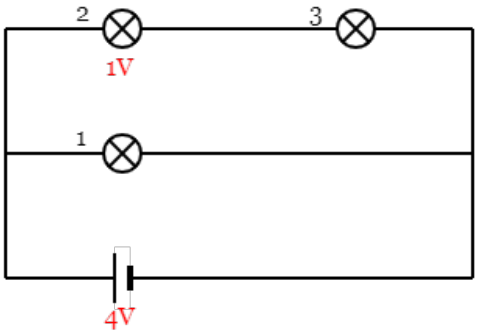
Vind de spanning van lamp 2.



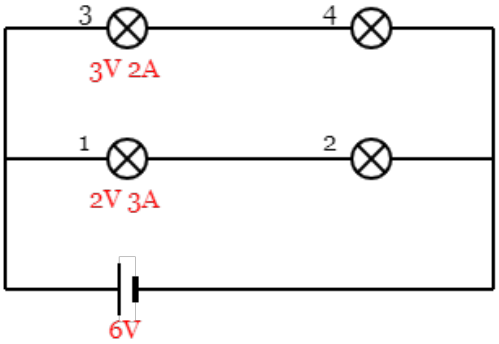
Vind de spanning van lamp 3.



Vind de spanning van lamp 1 en van de spanningsbron.



Vind de spanning van lamp 1 en lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 2 en de van de spanningsbron en vind de spanning van lamp 2 en 4.

TESTVERSIE

§4 De wet van Ohm

Als we de spanning en de stroomsterkte van een onderdeel van de schakeling kennen, dan kunnen we hiermee de weerstand uitrekenen. We doen dit met de zogenaamde wet van Ohm.

De **weerstand** (**R**) van een onderdeel in een schakeling kunnen we berekenen met de **wet van Ohm**:

$$R = \frac{U}{I}$$

Spanning (U)	volt (V)
Weerstand (R)	ohm (Ω)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)

Let erop dat deze wet niet werkt voor de spanningsbron zelf. De (ideale) spanningsbron heeft namelijk **geen** weerstand.

🛠 Voorbeeld

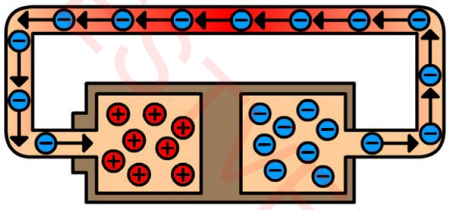
Opdracht:
Twee dezelfde lampjes in serie worden aangesloten op de netspanning. De stroomsterkte die de spanningsbron levert is gelijk aan 150 mA. Bereken de weerstand van elk van de lampjes.

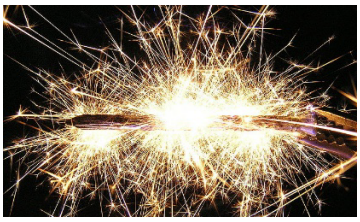
Antwoord:
In een serieschakeling weten we dat de stroomsterkte **overal gelijk** is. Voor elk lampje geldt dus een stroomsterkte van 150 mA. Dit is gelijk aan 150 / 1000 = 0,150 A.

Ook weten we dat de lampjes zijn aangesloten op de **netspanning**. De netspanning is in Nederland altijd gelijk aan **230 V.** In een serieschakeling **verdeelt** deze spanning zich over de lampjes. Omdat het hier om twee **dezelfde** lampjes gaat, weten we dat de spanning zich **gelijk** zal verdelen. Over elk lampje staat dus een spanning van 230 / 2 = 115 V. Met deze gegevens kunnen we met de **wet van Ohm** de weerstand bepalen. Voor elk lampje geldt:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{115}{0,150} = 767\ \Omega$$

Als we de pluspool en de minpool direct verbinden met een materiaal met een erg kleine weerstand, dan ontstaat er **kortsluiting**. Aan de bovenstaande formule kan je zien dat een kleine weerstand zorgt voor een grote stroomsterkte. Deze grote hoeveelheid stroom is niet alleen gevaarlijk voor het menselijk lichaam, maar kan ook gemakkelijk een brand veroorzaken.



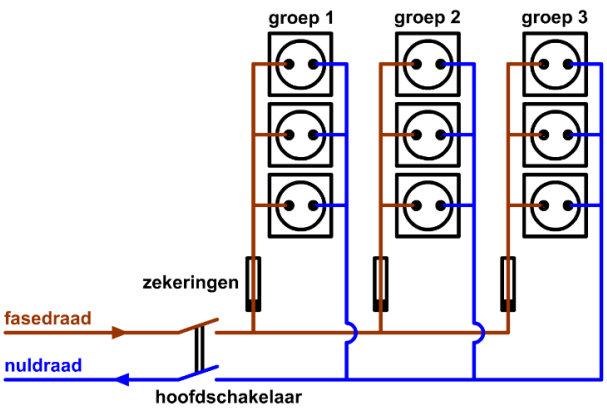


(Afbeelding: … / MdE; CC BY-SA 3.0)

Om ons hiertegen te beschermen bevat de meterkast een aantal **zekeringen**. Een simpele zekering bestaat uit een draadje die doorbrandt als de stroomsterkte boven een bepaalde waarde uitkomt. In de bovenstaande rechter afbeelding zien we bijvoorbeeld een zekering die bij 20 A doorbrandt.

TESTEXEMPLAR

De stopcontacten in huis zijn opgedeeld in een aantal **groepen**, elk met een eigen zekering (zie de rechter afbeelding). Apparaten die een grote stroom vragen, zoals de wasmachine of een elektrische kookplaat wil je niet allemaal op dezelfde groep zetten, want dan kan een zekering zelfs zonder kortsluiting doorbranden. In dit geval spreken we van **overbelasting**.



EXPERIMENT KORTSLUITING

INSTRUCTIEVIDEO WET VAN OHM

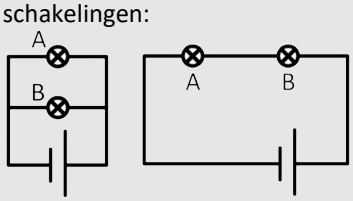
Zorg dat je kan rekenen met de wet van Ohm (R = U/I)

1. Speel het programma uit dat je kan vinden met de rechter QR-code of maak het stencil aan het eind van de paragraaf.

2. Een lamp met een weerstand van 200 Ω wordt op de netspanning aangesloten.
   a. (3p) Bereken de stroomsterkte door de lamp.
   b. (2p) Er ontstaat kortsluiting in de koperen bedrading van deze lamp. De weerstand van de bedrading is 0,01 Ω. Als de stroomsterkte in huis boven de 20 A komt, dan wordt de stroom voor de veiligheid meteen afgesloten. Bereken of de stroom in dit geval afgesloten wordt.

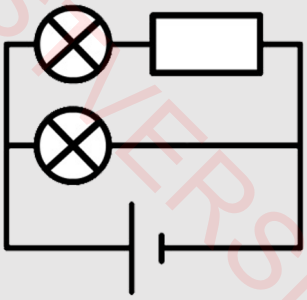
3. Een weerstand wordt op een batterij met een spanning van 1,5 V aangesloten. De stroomsterkte door de weerstand is 400 mA.
   a. (3p) Bereken de waarde van de weerstand.
   b. (3p) Dezelfde weerstand wordt nu op de netspanning aangesloten. Bereken hoeveel stroom er nu door de weerstand loopt.

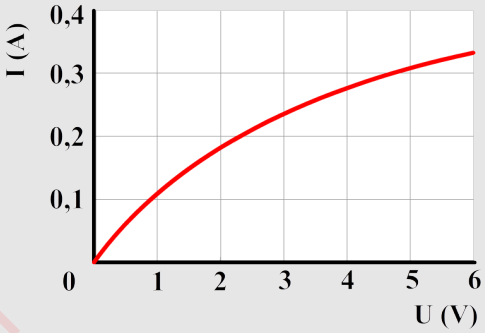
4. Een leerling bouwt de volgende twee schakelingen:



   a. (5p) De spanningsbron in de linker schakeling levert een stroomsterkte van 5,0 A. Over lamp B staat een spanning van 4,0 V. De weerstand van deze lamp is 4 Ω. Bereken welk lampje de grootste weerstand heeft.
   b. (5p) Over de spanningsbron in de rechter schakeling staat een spanning van 5,0 V. Over Lamp B staat een spanning van 4,0 V. De weerstand van deze lamp is 4,0 Ω. Bereken welk lampje de grootste weerstand heeft.

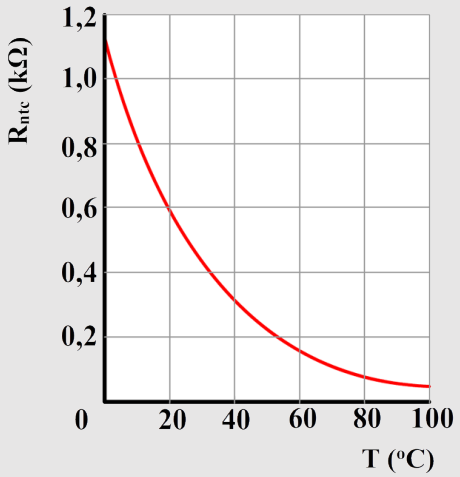
5. (7p) Een leerling maakt de onderstaande schakeling bestaande uit twee dezelfde lampjes en een vaste weerstand. Bij de lampjes hoort het (U,I)-diagram dat ook hieronder is afgebeeld. Over de spanningsbron blijkt een spanning te staan van 5,0 V. De stroomsterkte van de spanningsbron blijkt 420 mA te zijn. Bereken de waarde van de vaste weerstand.



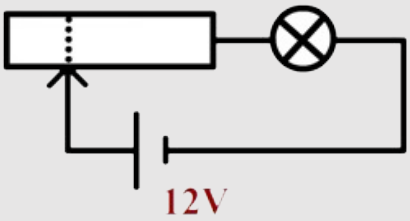


TESTVERSIE

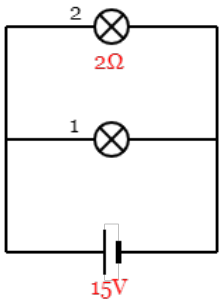
6. (5p) Een vaste weerstand wordt in serie geschakeld met een NTC-weerstand. De temperatuurs-afhankelijkheid van deze weerstand kunnen we aflezen in de onderstaande grafiek. Er is een spanningsbron van 5,0 V gebruikt die een stroomsterkte van 1,0 mA levert. Bereken de spanning over de vaste weerstand bij een temperatuur van 40 graden Celsius.



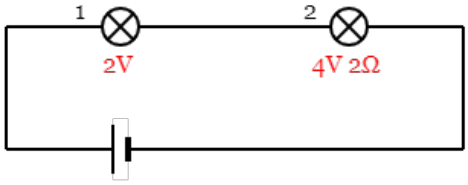
7. (4p) De onderstaande schakeling bestaat uit een variabele weerstand en een lampje. Op het lampje staat: "3,0 V; 0,50 A". Bereken de waarde die de rechterkant van de variabele weerstand moet hebben om het lampje met de aangegeven waarde te laten branden.



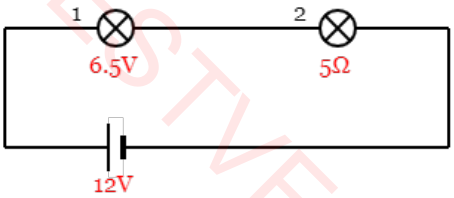
Stencil Weerstand



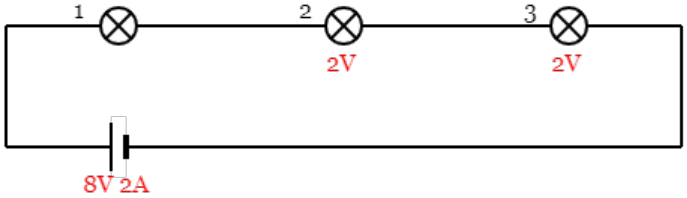
Vind de stroomsterkte van lamp 2.



Vind de weerstand van lamp 1.

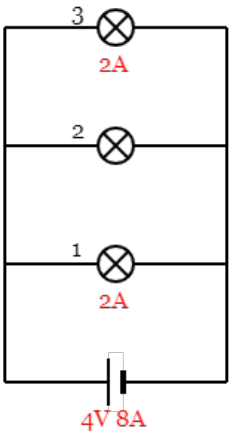


Vind de stroomsterkte van lamp 2.

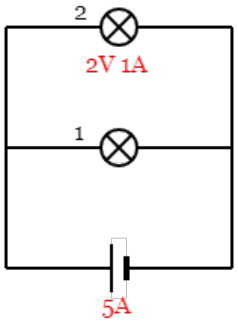


Vind de weerstand van lamp 1.

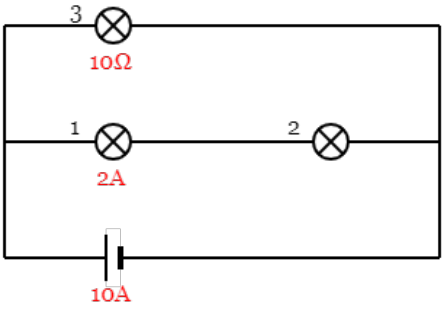
TESTVERSIE



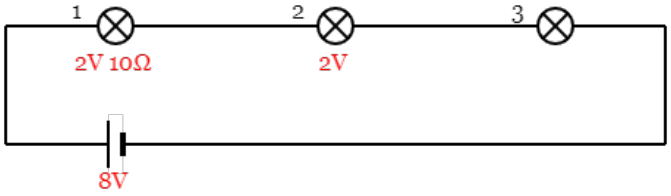
Vind de weerstand van lamp 2.



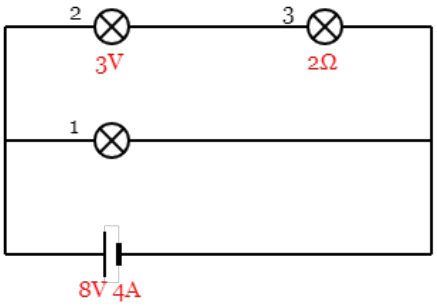
Vind de weerstand van lamp 1.



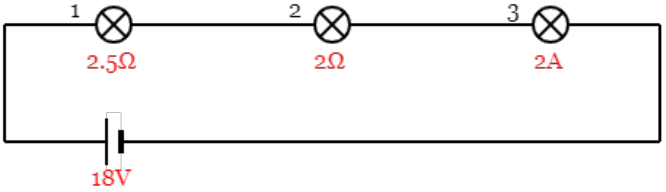
Vind de spanning van lamp 3.



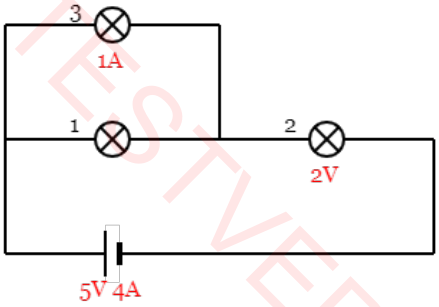
Vind de weerstand van lamp 3.



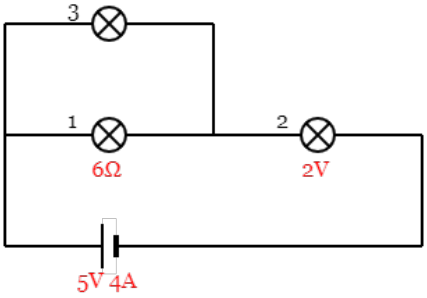
Vind de stroomsterkte van lamp 1.



Vind de spanning van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 1 en de spanning van lamp 3.



Vind de stroomsterkte van lamp 3.

TESTVERSIE

§5 Het vermogen

Met de spanning en de stroomsterkte kunnen we ook het vermogen berekenen. Het vermogen vertelt ons hoeveel energie een onderdeel in een schakeling per seconde verbruikt. In deze paragraaf bespreken we verschillende manieren om met het vermogen te rekenen.

Het **vermogen** (**P**) vertelt ons hoeveel **energie** een onderdeel in een schakeling **per tijdseenheid** verbruikt. De SI-eenheid van het vermogen is de **watt** (**W**) en dit is gelijk aan de hoeveelheid **joule per seconde**. Voor het vermogen geldt:

$$P = U \times I$$

Vermogen (P)	watt (W)
Spanning (U)	volt (V)
Stroomsterkte (I)	ampère (A)

Met behulp van het vermogen kunnen we ook de **totale energie** (**E**) uitrekenen die een component gebruikt heeft. Er geldt:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Vermogen (P)	watt (W)
Tijdsduur (Δt)	seconde (s)
Verbruikte energie (ΔE)	joule (J)

Naast de joule is het ook mogelijk om als eenheid voor de energie de **kilowattuur** (**kWh**) te gebruiken. In dat geval moeten we het vermogen in **kilowatt** (**kW**) invoeren en de tijd in **uren** (**h**):

Vermogen (P)	kilowatt (kW)
Tijdsduur (Δt)	uur (h)
Verbruikte energie (ΔE)	Kilowattuur (kWh)

Merk op dat kilowattuur **niet** hetzelfde is als “kilowatt per uur”. Kilowattuur is net als joule gewoon een maat voor de energie. We kunnen kWh en joule als volgt omrekenen:

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

INSTRUCTIEVIDEO VERMOGEN

TESTVERSIE

Voorbeeld

Opdracht:
Een lamp is aangesloten op de netspanning. Door het lampje gaat een stroomsterkte van 0,30 A. De kWh-prijs is 0,14 euro. Bereken hoeveel het kost om het lampje 4,0 dagen te laten branden.

Antwoord:
De **netspanning** is in Nederland gelijk aan **230 V**. Met dit gegeven kunnen we het vermogen uitrekenen:

$$P = U \times I = 230 \times 0,30 = 69 \text{ W}$$

We willen nu de verbruikte energie in **kWh** berekenen. Hiervoor hebben we het **vermogen in kW** nodig (69 W = 0,069 kW) en de **tijd** in **uren** (4 × 60 = 240 h). We vinden hiermee:

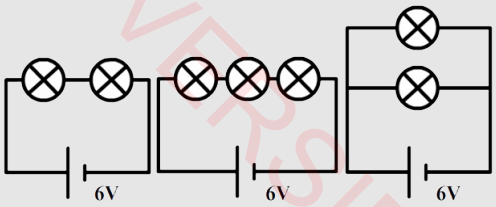
$$\Delta E = P \times \Delta t = 0,069 \times 240 = 17 \text{ kWh}$$

Omdat een kWh aan energie **0,14 euro** kost, worden de totale kosten:

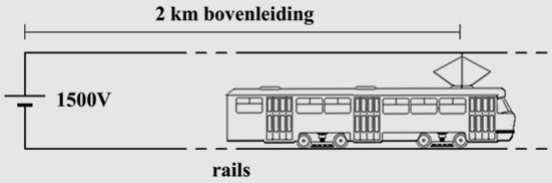
$$17 \times 0,14 = 2,3 \text{ euro}$$

Zorg dat je kan rekenen met P = UI

1. (1p) Twee dezelfde lampen worden aangesloten in twee verschillende schakelingen. Leg uit welke grootheid uit deze paragraaf je nodig hebt als je wilt weten welke lamp de grootste lichtintensiteit heeft.
2. (4p) Een gloeilamp van 60 W wordt op de netspanning aangesloten. Bereken de weerstand van de gloeilamp.
3. (3p) Een klein lampje met een weerstand van 50 Ω wordt op een batterij met een spanning van 1,5 V aangesloten. Bereken het vermogen waarmee deze lamp brandt.
4. (5p) Op een lamp staat: "6,0 V; 1,5 W". Dit zijn de waarden waarbij de lamp optimaal brandt. Je wilt de lamp aansluiten op een spanningbron van 24 V. Om te voorkomen dat de lamp te fel gaat branden, sluit je een extra weerstand in serie aan op de spanningsbron. Bereken de waarde van deze extra weerstand.
5. Hieronder zien we drie schakelingen. In elke schakeling wordt hetzelfde type lampje gebruikt.



   a. (3p) Reken de spanning over elk lampje in deze schakelingen uit.
   b. (2p) Leg uit in welke schakeling de stroomsterkte door de lampjes het kleinst is en in welke het grootst.
   c. (1p) Leg uit in welke schakeling de lampjes het felst branden.
6. (VWO) De elektromotoren van treinen in Nederland krijgen hun stroom via een koperen bovenleiding en de stroom wordt teruggevoerd via de rails. De bovenleiding heeft een weerstand van 0,068 Ω per kilometer. De weerstand van de rails is te verwaarlozen. De bovenleiding en de rails zijn aangesloten op een spanningsbron met een gelijkspanning van 1500 V.



Op een bepaald moment bevindt een trein zich op een afstand van 2,0 km van de spanningsbron (zie afbeelding). Op dat moment loopt er een stroom van 4,0 kA door de elektromotor van de trein.

   a. (6p) Bereken het vermogen van de motor.
   b. (3p) Bereken hoeveel energie er elke seconde verloren gaat in de bovenleiding.

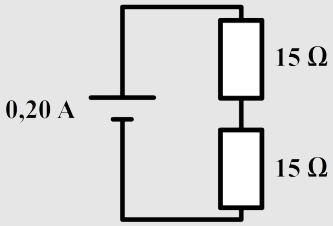
(bron: examen VWO 2011-1)

TEST VERSIE

Zorg dat je kan rekenen met $P = \Delta E/\Delta t$

7. (4p) Een lamp wordt aangesloten op een batterij met een spanning van 1,5 V. De weerstand van de lamp is 30 Ω. Bereken hoeveel energie er per minuut in de lamp verbruikt wordt.

8. (6p) In de onderstaande afbeelding zijn twee weerstanden op een spanningsbron aangesloten. Bereken hoeveel energie de spanningsbron in een halve minuut verbruikt.



9. Leg uit wat er niet klopt aan de volgende uitspraken:
   a. (1p) "Een waterkoker zet per seconde 2000 W om".
   b. (1p) "Een lamp heeft een vermogen van 10 W. In een minuut is het vermogen dus toegenomen tot 10 × 60 = 600 W".

10. (3p) Reken de volgende waarden om:
   a. 7,0 kWh = ... J
   b. 1500 J = ... kWh
   c. 2550 J = ... Wh

11. (5p) Een wasmachine met een vermogen van 1500 W draait 2,0 uur. Bereken hoeveel elektrische energie de wasmachine in die periode verbruikt in kWh en in joule.

12. (3p) Een leerling laat een lamp branden als ze op vakantie gaat. Verder gaat alles in huis uit. Als ze na vier weken weer thuiskomt, geeft de kWh-meter aan dat de lamp 26,88 kWh elektrische energie heeft verbruikt. Bereken het vermogen van de lamp.

13. (5p) Een leerling föhnt haar haar tweehonderd keer per jaar met een föhn van 800 W. Elke behandeling duurt 6 minuten. Bereken de kosten per jaar. Ga ervan uit dat de kWh-prijs 0,20 euro is.

14. (5p) Een lampje is aangesloten op een spanningsbron van 6,0 V. Door het lampje gaat een stroomsterkte van 0,30 A. De kWh-prijs is 0,14 euro. Bereken hoeveel het kost om het lampje 4,0 dagen te laten branden.

15. (7p) Een gloeilamp van 75 W kost 0,90 euro en gaat 1000 uur mee. Een spaarlamp van 15 W geeft evenveel licht, kost 7,00 euro en gaat 8000 uur mee. De kWh-prijs is 0,15 euro. Bereken hoeveel euro je bespaart in 8000 uur als je een gloeilamp vervangt door een spaarlamp.

TESTVERSIE

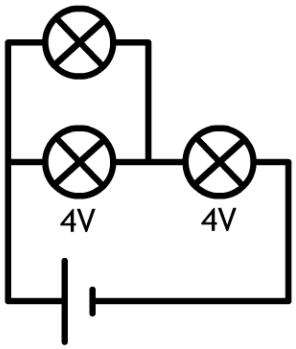
§6 Oefentoets

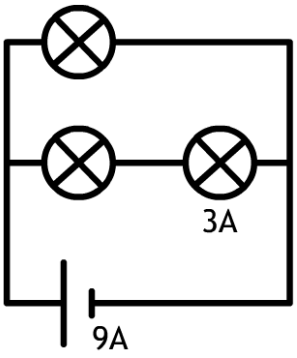
Spanning en stroom

2 (2p) Een leerling maakt een parallelschakeling bestaande uit drie parallel geschakelde lampjes. Leg met het begrip lading uit dat de spanning over al deze lampjes gelijk is.

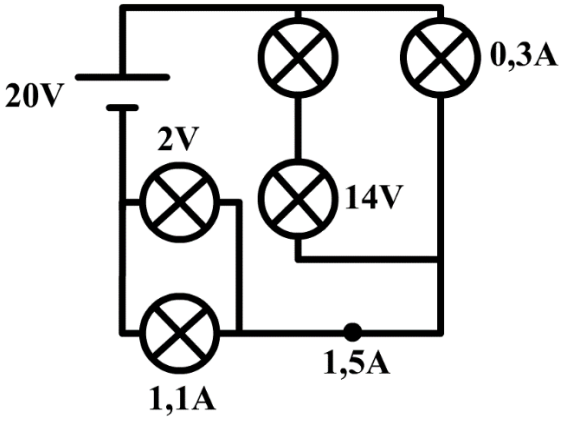
3 (2p) Noteer in de linker onderstaande afbeelding de spanning van de spanningsbron en de spanning van de bovenste lamp.

4 (2p) Noteer in de rechter onderstaande afbeelding de stroomsterkte van de linker twee lampen.



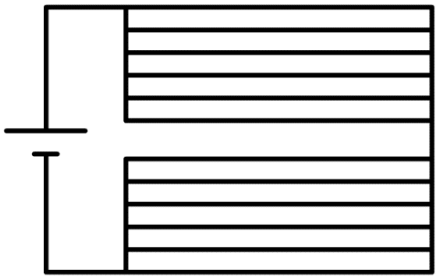


5 (6p) Noteer bij alle lampjes de stroomsterkte en de spanning.



Elektrische deken

In een elektrische deken zit de rechter schakeling bestaande uit een spanningsbron van 12,0 V en twaalf draden met elk een weerstand van 100 Ω. Deze draden warmen op als de stekker van de deken in het stopcontact wordt gestopt.



6 (1p) Bereken de spanning over één van de draden.

7 (3p) Bereken het totale vermogen van de deken.

8 (2p) (VWO) De draden mogen niet alsmaar warmer worden. Leg uit of de draden van NTC- of PTC-materiaal gemaakt moet zijn om dit te voorkomen.

De wasmachine

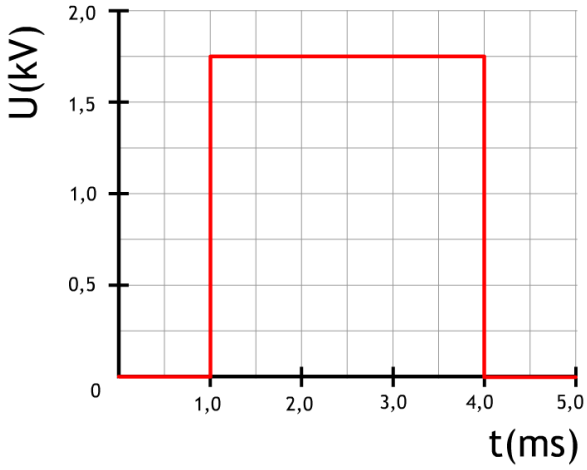
Een wasmachine met een vermogen van 1500W wordt gemiddeld twee keer gebruikt per week en staat dan 1,5 uur aan. Ga uit van een kilowattuurprijs van 0,18 euro.

9 (4p) Bereken hoeveel het kost om de wasmachine een jaar te gebruiken.

TESTVERSIE

Defibrillator

Een defibrillator wordt gebruikt om mensen met een acute hartstilstand te reactiveren. Om het apparaat te gebruiken moet eerst een elektrisch geleidende gel op de borstkas gesmeerd worden. Daarna worden twee elektroden op de borst geplaatst die een spanningspuls leveren. De gel zorgt ervoor dat de weerstand tussen de elektroden slechts 28 Ω is. In het onderstaande diagram is het verloop van een spanningspuls in de tijd weergegeven.



(Afbeelding: … / Aniskov; CC BY-SA 4.0)

10 (1p) Leg uit waarom er twee elektroden nodig zijn.

11 (5p) De energie van de puls mag niet groter zijn dan 360 J. Ga met een berekening na of de hoeveelheid energie in de puls onder deze waarde blijft.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
5	Kilowattuur
16	Elektrotechnische symbolen

TESTVERSIE

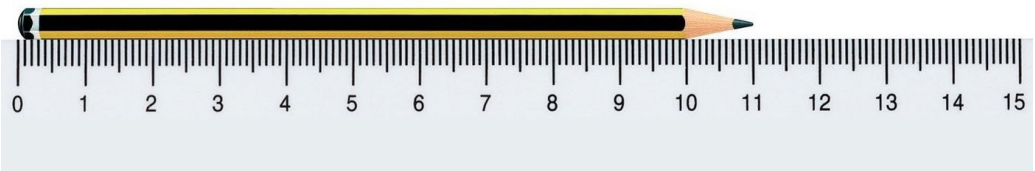
Hoofdstuk 5
Mechanica

§1 Significante cijfers

In dit hoofdstuk gaan we nogmaals kijken naar de onderwerpen beweging en kracht. Voordat we dit gaan doen, gaan we eerst een meer professionele manier aanleren om natuurkunde te bedrijven. In deze paragraaf gaan we bestuderen hoe we in de natuurkunde afronden. Dit doen we met behulp van significante cijfers.

In de natuurkunde werken we met **metingen** en metingen zijn vaak **onnauwkeurig**. Het ligt daarom voor de hand dat we cijfers in de natuurkunde afronden op basis van de nauwkeurigheid van de meting. Hoe **nauwkeuriger** de meting is, op hoe **meer getallen** we de meetwaarde afronden.

Neem bijvoorbeeld het potlood in de volgende afbeelding. De meeste mensen zullen waarschijnlijk zeggen dat dit potlood een lengte van **11 cm** heeft. We kunnen de lengte van het potlood echter nauwkeurig genoeg aflezen, dat we zeker weten dat het eerste getal achter de komma een nul moet zijn. We zeggen daarom dat de lengte van dit potlood **11,0 cm** is. We zien hier dus dat bij natuurkunde de nullen achter de komma van belang zijn!



De cijfers waarin we een meetwaarde mogen noteren noemen we **significante cijfers**. De meetwaarde 11,0 cm bestaat dus uit **drie** significante cijfers.

Belangrijk is om te weten dat nullen aan de **linkerkant** van een meetwaarde niet meetellen als significante cijfers. De meetwaarde 0,0040 meter heeft dus slechts twee significante cijfers.

Maar wat nu als we een rekensommetje doen met verschillende meetwaarden? Op hoeveel cijfers moeten we het antwoord van dit sommetje dan afronden? De regel is dat we bij **vermenigvuldigen** en **delen** het antwoord schrijven in evenveel significante cijfers als de meetwaarde met het **minst aantal significante cijfers**. Laten we een voorbeeld bespreken. Stel een auto rijdt 200,0 meter in 20,6 seconden. Als we de snelheid op onze rekenmachine berekenen, dan vinden we:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200,0}{20,6} = 9,708737864 \text{ m/s}$$

200,0 heeft vier significante cijfers en 20,6 heeft er drie. Drie is het minst, dus we willen het antwoord ook op drie cijfers afronden:

$$v = \frac{200,0}{20,6} = 9,71 \text{ m/s}$$

Nog een voorbeeld. Stel een ruimteschip vliegt 3000 meter in 2,0 seconden. De snelheid wordt dan:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3000}{2,0} = 1500 \text{ m/s}$$

TESTVERSIE

3000 heeft vier significante cijfers en 2,0 heeft er twee. Het antwoord willen we dus ook maar in twee cijfers noteren. Maar hoe noteren we het getal 1500 in slechts twee cijfers? Dit doen we met behulp van machten van tien. We schrijven:

$$v = \frac{3000}{2,0} = 1,5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Machten van tien werken als volgt. 15×10^3 is gelijk aan 1500. Als we een waarde vermenigvuldigen met 10^3, dan schuift de komma dus drie plaatsen op naar rechts. Het getal 15×10^{-2} is gelijk aan 0,15. Als we een waarde vermenigvuldigen met 10^{-2}, dan schuift de komma dus twee plaatsen op naar links.

In de praktijk is het niet nodig om bij elke rekenstap het antwoord in het juiste aantal significante cijfers te schrijven. Bij het **eindantwoord** is dit echter wel verplicht! Als je het eindantwoord gevonden hebt, kijk dan terug **in de vraag** naar alle meetwaarden die je gebruikt hebt en ook naar de waarden uit BINAS die je gebruikt hebt en kijk welke waarde het minst aantal significante cijfers heeft. Schrijf je antwoord dan ook in dit aantal significante cijfers op.

Naast machten van tien is het soms ook mogelijk om **voorvoegsels** te gebruiken. Ook deze kan je in BINAS terugvinden. In de onderstaande tabel staan de bekendste voorvoegsels:

INSTRUCTIEVIDEO SIGNIFICANTE CIJFERS

G	giga	10^9
M	mega	10^6
k	kilo	10^3
h	hecto	10^2
da	deca	10^1
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
µ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}

Met voorvoegsels kunnen we een meetwaarde als $3,45 \times 10^{-6}$ m bijvoorbeeld ook schrijven als 3,45 µm.

Er zijn ook getallen in de natuurkunde die wel **precies** zijn. Neem bijvoorbeeld het aantal leerlingen in een klaslokaal, het aantal ramen in een gebouw, het aantal zijden van een vierkant enzovoorts. We noemen deze precieze getallen **telwaarden**. Omdat deze waarden precies zijn, hebben ze dus een oneindige hoeveelheid significante cijfers. Als gevolg is het bij berekeningen nooit nodig om naar de significante cijfers van telwaarden te kijken.

Zorg dat je meetwaarden in het juiste aantal significante cijfers kan noteren

1. (6p) Noteer het aantal significante cijfers van de volgende meetwaarden:
   a. 25,0 kg/m^3
   b. 35600 m
   c. 12 km/h
   d. 0,350 m/s
   e. 0,000001 m
   f. 1,000001 m
2. (2p) Beschrijf waar je op moet letten bij het bepalen van het aantal significante cijfers van een meetwaarde.

TESTVERSIE

3. (6p) Geef het aantal significante cijfers of geef aan dat er sprake is van een telwaarde:

   a. Een baksteen heeft een massa van 1 kg.
   b. De woonkamer heeft 3 grote ramen.
   c. De diameter van een cirkel is gelijk aan 2r.
   d. Er stromen per seconde 900 000 elektronen door de draad.
   e. Er stromen per seconde 900×10^3 elektronen door de draad.
   f. De spanning van het stopcontact is gelijk aan 230 V.

4. (8p) Na een berekening geeft je rekenmachine de volgende waarden aan. Schrijf ze in de aangegeven hoeveelheid significante cijfers:

   a. Schrijf 2500 in twee significante cijfers.
   b. Schrijf 0,0150 in twee significante cijfers.
   c. Schrijf 150 in één significant cijfer.
   d. Schrijf 3400,8 in drie significante cijfers.
   e. Schrijf 1 500 000 in vier significante cijfers.
   f. Schrijf 0,00500000 in één significant cijfer.
   g. Schrijf 150×10^3 in twee significante cijfers.
   h. Schrijf 1800×10^{-5} in twee significante cijfers.

Zorg dat je kan rekenen met significante cijfers

5. (2p) Beschrijf hoe je het aantal significante cijfers bepaalt bij een berekening.

6. Bereken de volgende opdrachten in het juiste aantal significante cijfers:

   a. (2p) Een sprinter rent 400,0 m en doet hier 55 seconden over. Bereken de snelheid van de sprinter.
   b. (2p) Een kamer heeft een lengte van 25,50 m en een breedte van 14 m. Bereken de oppervlakte van de kamer.
   c. (3p) Een cirkel heeft een diameter van 15,2 cm. Bereken de omtrek van de cirkel.
   d. (2p) Een kamer heeft een lengte van 5 m en een breedte van 3,51 m. Bereken de oppervlakte van de kamer.

7. (5p) Een leerling denkt dat de massa van al de lucht in de kamer waarin hij staat zwaarder is dan hijzelf. De kamer heeft een lengte van 10 m, een breedte van 8 m en een hoogte van 2,5 m. Laat met een berekening zien of de leerling gelijk heeft of niet.

8. (4p) Een stalen cilinder heeft een lengte van 10,0 m en een diameter van 2,00 cm. Bereken de massa van de stalen cilinder.

9. (5p) 18-karaats goud bestaat voor 75% uit goud en voor de rest uit zilver. Een persoon heeft drie ringen gevonden van elk 10,4 gram bestaande uit 18-karaats goud. De persoon hoopt hiervan een mooi tweedehands brommertje te kopen ter waarde van 600 euro. Lukt dit?

Metaal	Euro/kilogram
Koper	4,84
Zilver	466,34
Goud	30200,00

TEUNIVERSIE

§2 Eenheden afleiden

In deze paragraaf gaan we leren de eenheid van onbekende grootheden te achterhalen. We noemen dit een eenheids-beschouwing, of ook wel een eenheidsbepaling.

Om systematisch met eenheden te werken is een wiskundige notatie bedacht. Neem bijvoorbeeld de zin, "**de eenheid van de massa is kilogram**". Dit kunnen we wiskundig opschrijven als:

$$[m] = kg$$

De vierkante haakjes betekenen dus "**de eenheid van**". We kunnen deze schrijfwijze gebruiken om eenheden van onbekende grootheden te achterhalen. We noemen dit ook wel een **eenheidsbeschouwing** of een **eenheidsbepaling**.

Stel bijvoorbeeld dat we de eenheid van de dichtheid willen weten, dan schrijven we:

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{kg}{m^3} = \text{kg/m}^3$$

De eenheid van de dichtheid is dus kg/m^3.

Laten we nog een paar voorbeelden bespreken. Hieronder zien we de formule voor de versnelling (a):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Stel we willen de eenheid van de versnelling weten, dan doen we:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

De eenheid van de versnelling is dus m/s^2.

De formule voor de zwaartekracht (F_z) wordt gegeven door:

$$F_z = mg$$

Omdat de eenheid van de valversnelling (g) gelijk is aan m/s^2, vinden we voor de zwaartekracht:

$$[F_z] = [m][g] = kg\ m/s^2$$

De eenheid van de kracht is in SI-grondeenheden dus gelijk aan **kg m/s^2**. Omdat deze eenheid een behoorlijke mond vol is, hebben we op een gegeven moment gekozen om deze eenheid simpelweg "**newton**" te noemen. We kunnen nu ook begrijpen waarom je eerder geleerd hebt dat je de massa in kilogram moet invullen in deze formule. Dit komt omdat de kilogram dus in de eenheid newton verstopt zit.

We hadden de formule ook kunnen gebruiken om juist de eenheid van de valversnelling te vinden. Dit doen we als volgt:

$$[g] = \frac{[F_z]}{[m]} = \frac{N}{kg} = \frac{kgm/s^2}{kg} = m/s^2$$

INSTRUCTIEVIDEO EENHEIDSBEPALING

INSTIVERSIE

Zorg dat je eenheden kan achterhalen met een eenheidsbepaling

1. (1p) De snelheid kunnen we berekenen met de formule v = Δx/Δt. Laat met deze formule zien dat de SI-eenheid van de snelheid meter per seconde is. Gebruik hiervoor de notatie uit de paragraaf.

2. (1p) De eenheid van kracht is de newton. Geef de eenheid van kracht in SI-grondeenheden. Gebruik hiervoor de formule F = ma.

3. (2p) De zwaartekracht kan worden berekend met de formule $F_z = mg$. Laat zien dat de eenheid van de constante g geschreven kan worden als N/kg en als m/s^2.

4. (2p) De kracht werkend op draaiende voorwerpen wordt gegeven door:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

F staat voor de kracht, m voor de massa, v voor de snelheid en r voor de baanstraal van de cirkelbeweging. Laat zien dat je met deze formule wederom vindt dat N = kgm/s^2.

5. (3p) Als je de afstand van een versnellend voorwerp wilt berekenen, dan doe je dat met deze formule:

$$\Delta x = v_b \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

Laat zien dat je aan beide kanten van de formule dezelfde eenheid vindt.

6. De elektrische weerstand van een ijzeren draad is te berekenen met de volgende formule:

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

l staat hier voor de lengte van de draad en A staat voor de oppervlakte van de doorsnede van de draad. De letter ρ is hier niet de dichtheid maar de zogenaamde soortelijke weerstand. Voor ijzer heeft de soortelijke weerstand een waarde van 105×10^{-9} Ωm. R is de weerstand gemeten in Ohm.

   a. (2p) Laat met de formule zien dat de soortelijke weerstand inderdaad wordt gegeven in “Ohm keer meter”.

   b. (2p) De draad heeft een lengte van 20,0 m en een doorsnede van 7,07 mm^2. Bereken de weerstand van de draad.

7. (2p) De energie (E) van een voorwerp is te berekenen met de volgende formule:

$$E = Fs$$

F is hier de kracht en s is de afstand die het voorwerp aflegt. Laat zien dat de eenheid voor de energie zowel gegeven kan worden in N × m als in kg m^2/s^2.

8. (2p) De energie van een blokje aan een uitgerekte veer wordt gegeven door:

$$E_{veer} = \frac{1}{2} C u^2$$

u is hier de uitwijking en C is de veerconstante. Laat zien dat je hier dezelfde eenheid vindt voor de energie als bij de vorige vraag. Bepaal hiervoor eerst de eenheid van de veerconstante met behulp van de formule voor de veerkracht:

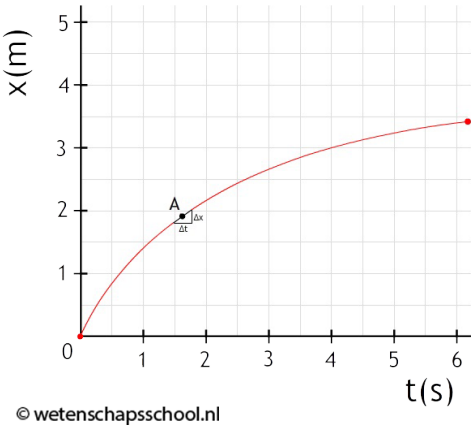
$$F_{veer} = Cu$$

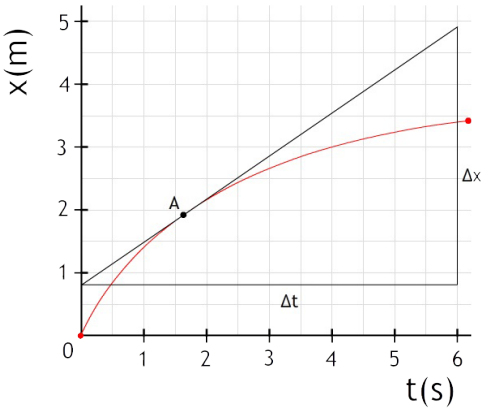
TESTVERSIE

§3 De raaklijn

In deze paragraaf gaan we leren hoe we in (x,t)-diagrammen de snelheid op een bepaald tijdstip kunnen bepalen. We doen dit met de zogenaamde raaklijn. We gaan deze methode in de volgende paragraaf toepassen bij het gebruik van de tweede wet van Newton.

In het onderstaande (x,t)-diagram is de snelheid niet constant. Als we de snelheid op bijvoorbeeld tijdstip A willen bepalen, dan kunnen we dit doen door een klein driehoekje te tekenen en hiermee de snelheid te berekenen (zie de linker afbeelding). Dit is echter lastig meten en levert daardoor een zeer onnauwkeurig antwoord op. We kunnen dit probleem oplossen door het kleine lijnstukje in beide richtingen zoveel mogelijk te verlengen (zie de rechter afbeelding). De verlengde lijn noemen we een **raaklijn**. Omdat de raaklijn **net zo steil** loopt als het oorspronkelijke lijntje vinden we hier **dezelfde snelheid**.





INSTRUCTIEVIDEO RAAKLIJN

De snelheid op **tijdstip A** is in dit geval gelijk aan:

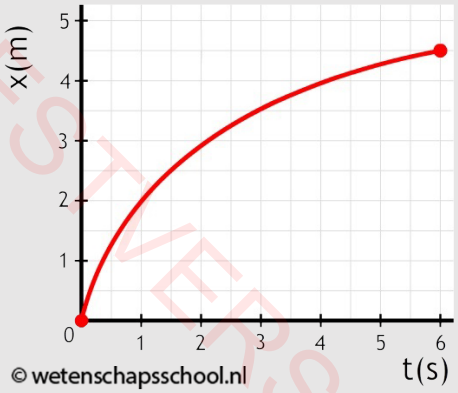
$$v = \frac{4,0}{6,0} = 0,67 \text{ m/s}$$

Er geldt dat hoe **steiler de raaklijn** loopt, hoe **groter de snelheid** is.

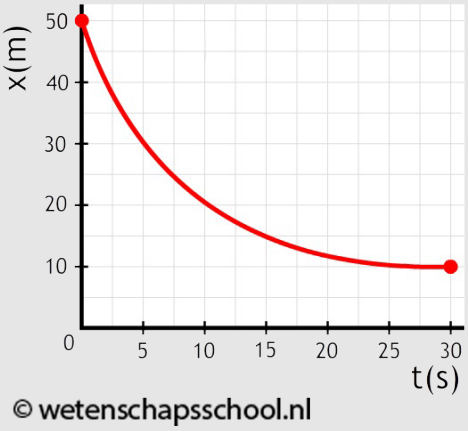
We kunnen iets soortgelijks doen in een (v,t)-diagram. In dit type diagram is de raaklijn gelijk aan de versnelling op een specifiek tijdstip. Er geldt dat hoe **steiler de raaklijn** loopt, hoe **groter de versnelling** is.

Zorg dat je de snelheid en de versnelling kan bepalen met een raaklijn

1. (3p) Bepaal de snelheid op tijdstip t = 2,0 s:

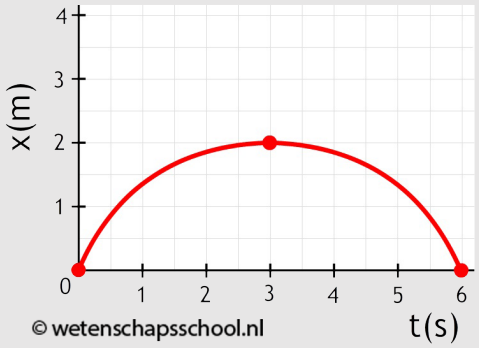


2. (3p) Bepaal de snelheid op tijdstip t = 5,0 s.

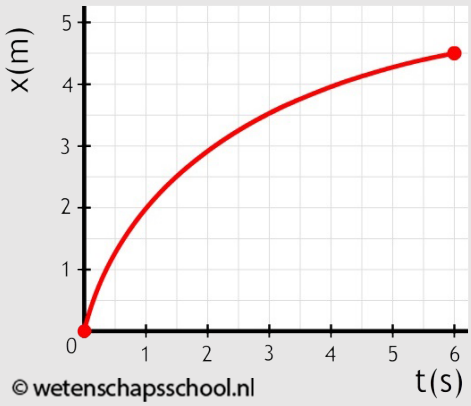


TESTVERSIE

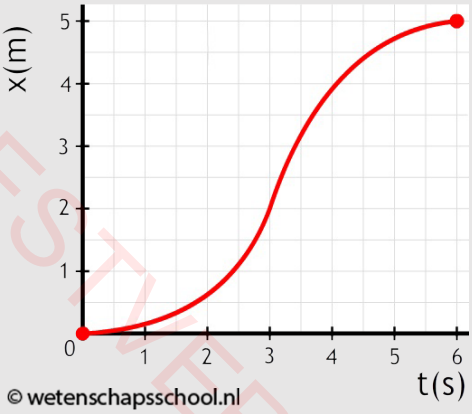
3. (7p) Bepaal de beginsnelheid, de eindsnelheid en de snelheid op tijdstip t = 3,0 s.



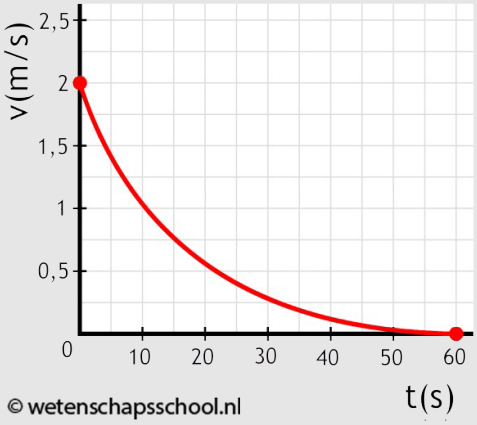
4. (3p) Een persoon geeft een duw tegen een bal. Hieronder wordt de beweging van deze bal beschreven. Op tijdstip t = 0 s kwam de bal los van de hand van de persoon.. Bepaal de beginsnelheid van de bal.



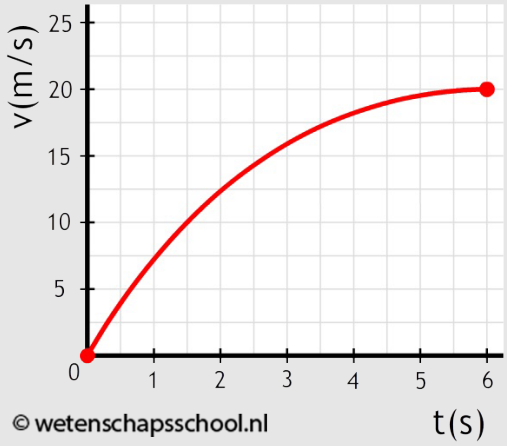
5. (3p) Bepaal de maximale snelheid in het volgende diagram:



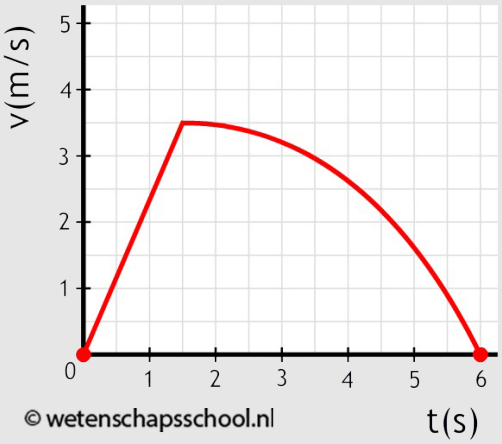
6. (3p) Bepaal de versnelling op tijdstip t = 20 s:



7. (4p) Hieronder is de beweging van een optrekkende auto beschreven. Bepaal de maximale versnelling en de maximale snelheid tijdens de beweging.



8. (5p) Bepaal de versnelling op tijdstip t = 1,0 s en t = 4,0 s.



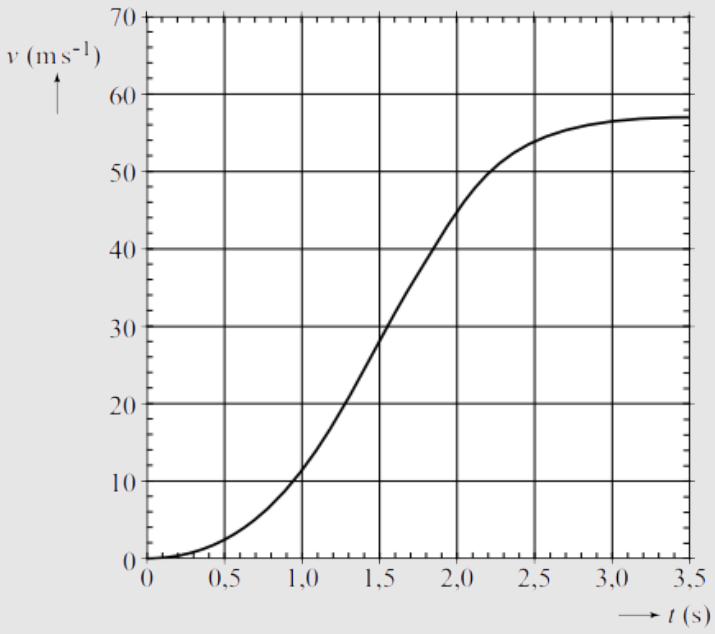
TESTVERSIE

9. In het rechter (v,t)-diagram zien we de versnelling van een karretje op een horizontale baan aan het begin van een supersnelle achtbaan.

   a. (1p) Een leerling analyseert de grafiek en concludeert dat we hier eerst te maken hebben met een versnelling en dat het voorwerp daarna vertraagt totdat de snelheid constant is. Heeft de leerling gelijk?

   b. (3p) Vind de maximale versnelling die de achtbaankar ondergaat.

(bron: examen VWO 2010-1)



§4 De tweede wet van Newton

In deze paragraaf gaan we rekenen met de tweede wet van Newton. Deze wet vertelt ons hoe groot de resulterende kracht is werkend op een versnellend voorwerp.

In het hoofdstuk "Kracht" hebben we geleerd dat de eerste wet van Newton ons vertelt dat de resulterende kracht nul is als de snelheid van een voorwerp constant is. De **tweede wet van Newton** vertelt ons wat er gebeurt als de resulterende kracht **niet** nul is. In dat geval geldt:

$$F_{res} = ma$$

Versnelling (a)	meter per seconde per seconden (m/s^2)
Resulterende kracht (F_{res})	newton (N)
Massa (m)	kilogram (kg)

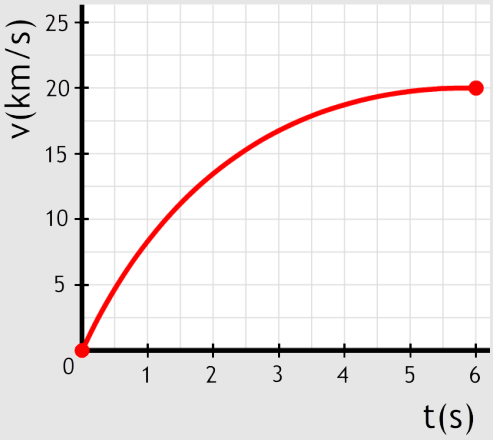
EXPERIMENT TWEEDE WET VAN NEWTON

INSTRUCTIEVIDEO TWEEDE WET VAN NEWTON

TESTVERSIE

Voorbeeld

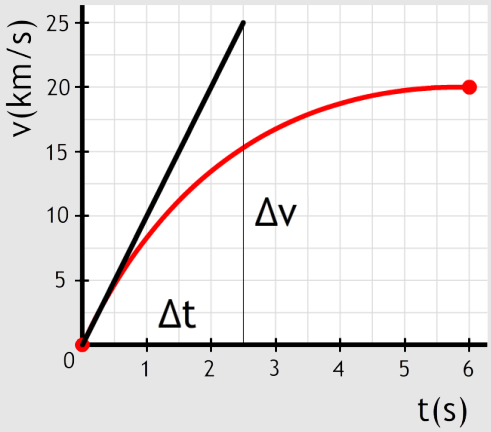
Vraag:
In het onderstaande (v,t)-diagram is het opstijgen van een raket beschreven. De raket heeft een massa van 2,8 × 10^6 kg. Bepaal de motorkracht van de raket op het moment dat deze wordt afgeschoten.



Antwoord:
Met behulp van een **raaklijn** op t = 0 s vinden we de **versnelling** (zie de afbeelding in de rechter kolom). Met behulp van de raaklijn vinden we de volgende versnelling:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25000}{2,5} = 1,0 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

Let er op dat de snelheid in het diagram in **kilometer per seconde** staat.



Met de **tweede wet van Newton** kunnen we nu de **resulterende kracht** berekenen:

$$F_{res} = ma = 2,8 \times 10^6 \times 1,0 \times 10^4 = 2,8 \times 10^{10} \text{ N}$$

Dit is echter nog niet het antwoord. We willen niet de resulterende kracht weten, maar de **motorkracht**. In deze situatie werkt op de raket een **motorkracht omhoog** en een **zwaartekracht omlaag**. Er geldt dus:

$$F_{res} = F_m - F_z$$

Dit kunnen we omschrijven tot:

$$F_m = F_{res} + F_z$$

Als we dit invullen, dan vinden we:

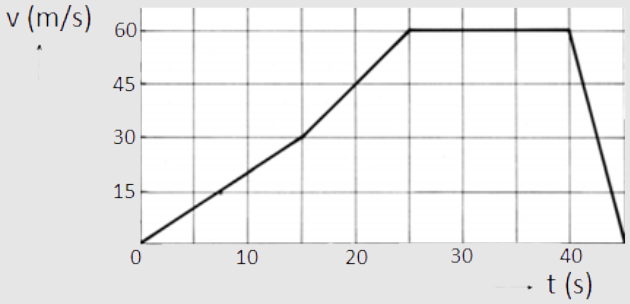
$$F_m = 2,8 \times 10^{10} + 2,8 \times 10^6 \times 9,81 = 2,8 \times 10^{10} \text{ N}$$

Zorg dat je kan rekenen met F_{res} = ma

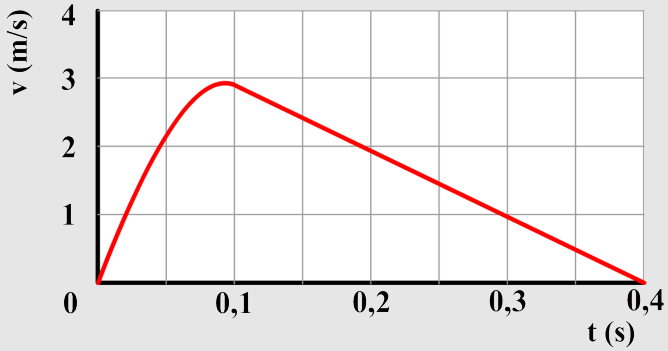
1. (1p) Leid de eenheid van de kracht af in SI-grondeenheden met behulp van de volgende formule: $F_{res} = ma$
2. Een persoon duwt een blok met een massa van 30 kilogram. Als gevolg versnelt het blok met 0,60 m/s^2.
   a. (2p) Bereken de resulterende kracht die op het blok werkt.
   b. (2p) De wrijvingskracht die op het blok werkt was tijdens de versnelling gelijk aan 15 N. Bereken hiermee de spierkracht van de persoon.
3. Een auto met een massa van 3,5 × 10^3 kg versnelt vanuit stilstand naar 100 km/h in 25 seconden.
   a. (5p) Bereken de resulterende kracht die op de auto werkt.
   b. (2p) De wrijvingskracht die op de auto werkt tijdens het optrekken was gelijk aan 3,0 × 10^3 N. Bereken hiermee de motorkracht van de auto.

TESTVERSIE

4. (8p) Hieronder is een (snelheid,tijd)-diagram weergegeven van een bewegend voorwerp met een massa van $3{,}0 \times 10^3$ kg. Bepaal met behulp van de grafiek op elk moment de resulterende kracht.



5. Het onderstaande (v,t)-diagram beschrijft een sprong van een volleybalspeler met een massa van 75 kg.

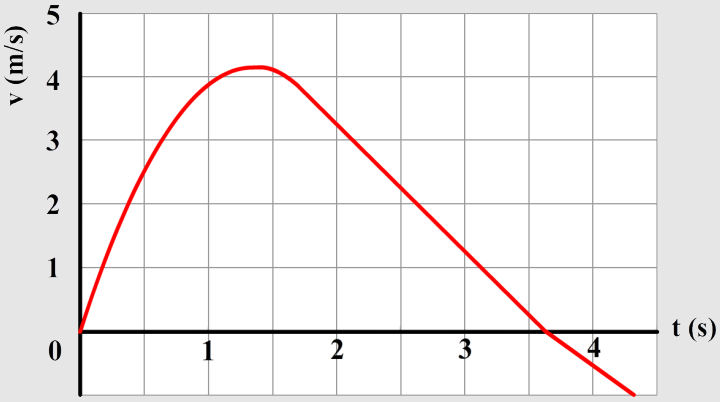


a. (4p) Bepaal de resulterende kracht werkende op de springer op tijdstip t = 0 s.

b. (2p) Bepaal de afzetkracht van de springer op tijdstip t = 0 s.

(bron: examen VWO 2015-1)

6. (5p) Space Shot is een spectaculaire attractie in het pretpark Six Flags. Hierbij kan een groep mensen zich laten lanceren met behulp van een ring om een hoge toren. De massa van de ring met bezoekers is $2{,}4 \times 10^3$ kg. Hieronder zien we een (v,t)-diagram van de beweging. Bepaal de motorkracht waarmee de ring wordt afgeschoten. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

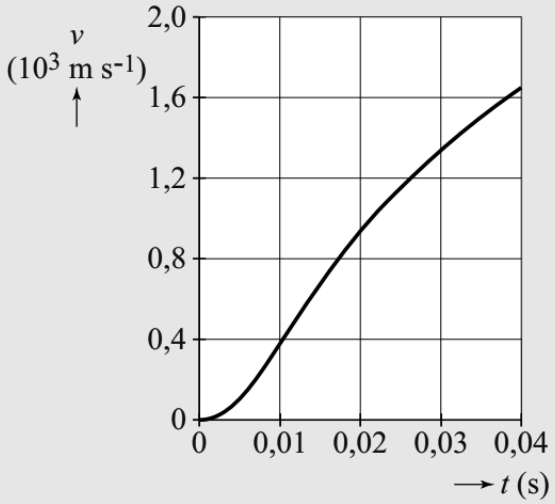


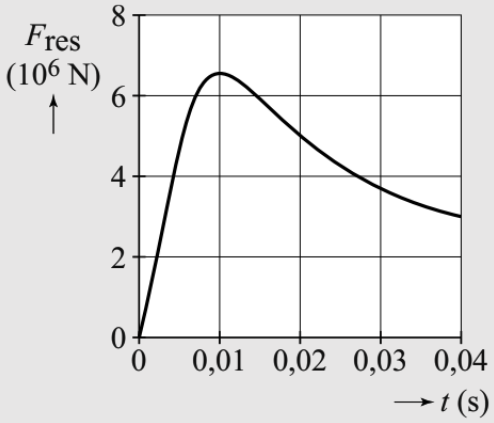
(bron: examen VWO 2003-1)
(Afbeelding: Loozrboy; CC BY-SA 2.0)

7. (6p) Een auto met een massa van $3{,}0 \times 10^3$ kg versnelt eenparig van 50 km/h naar 70 km/h in een tijdsduur van 12 seconden. De motorkracht van de auto tijdens de beweging heeft een constante waarde van $1{,}5 \times 10^3$ N. Bereken de grootte van de wrijvingskracht tijdens deze versnelling.

TESTVERSIE

8. (4p) Tegen het einde van de Eerste Wereldoorlog introduceerde het Duitse leger het Parijse Kanon. Dit kanon kon Parijs beschieten van achter de frontlinie, op een afstand van 120 km. De loop was extra lang gemaakt, zodat de granaten een voldoende hoge snelheid kregen om de afstand te overbruggen. Hieronder zien we het (v,t)-diagram en het (Fres,t)-diagram van een granaat weergegeven tijdens het afschieten. Op t = 0,04 s verlaat de granaat de loop. Bepaal met behulp van de diagrammen de massa van de granaat.





(bron: examen VWO 2019-2)

§5 Oefentoets

Significante cijfers

1 (2p) Een persoon wil een zwembad tot de rand vullen met water. De lengte van het zwembad is 20 meter, de breedte is 8,5 meter en de hoogte is 2,5 meter. Bereken het volume van het zwembad in liter.

2 (3p) Tussen Noorwegen en Nederland is een onderzeese hoogspanningskabel aangelegd. De kabel is 580 km lang en heeft een diameter van 3 cm. Bereken het volume van de kabel.

3 (4p) Bereken de dichtheid van Saturnus met behulp van de straal en de massa van de planeet.

Eenheidsbepaling

4 (2p) Als je een voorwerp optilt, dan krijgt dit voorwerp zogenaamde zwaarte-energie. Deze energie wordt gegeven door:

$$E_z = mgh$$

m is hier de massa van het voorwerp, g is de valversnelling van het voorwerp en h is de hoogte. Vind met een eenheidsbepaling de zwaarte-energie in SI-grondeenheden. Vereenvoudig je antwoord zoveel mogelijk.

5 (3p) Een voorwerp dat in het water ligt ervaart behalve de zwaartekracht ook de opwaartse kracht van het water. Deze kracht is bijvoorbeeld goed merkbaar als we een bal onder water proberen te drukken. Deze kracht wordt gegeven door:

$$F_{opwaarts} = \rho_{water} V g$$

F_{op} is hier de opwaartse kracht, ρ_{water} de dichtheid van het water en V het volume van het voorwerp. Laat met een eenheidsbepaling zien dat je aan beide zijden van de vergelijking dezelfde eenheid vindt.

Herziene

6 (3p) (VWO) De opwaartse kracht wordt veroorzaakt door het verschil in druk aan de boven en de onderkant van de bal. Als we het effect van de luchtdruk op het wateroppervlak achterwegen laten, dan wordt de druk op verschillende dieptes in het water gegeven door:

$$p_{diepte} = \rho_{water} g d$$

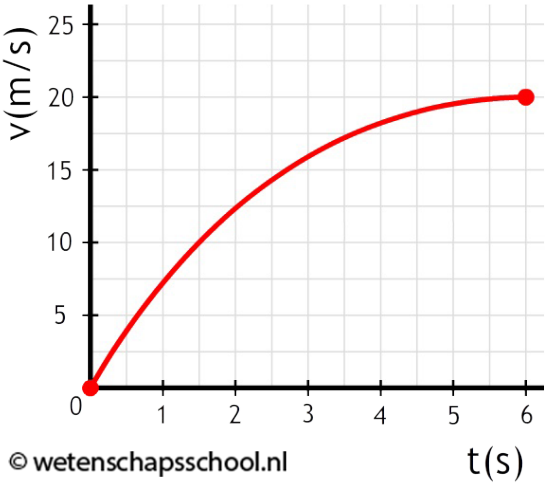
d is hier de diepte, g de valversnelling en p_{diepte} de druk op diepte d. Laat met een eenheidsbepaling zien dat de eenheid van de druk p_{diepte} gelijk is aan N/m^2.

De magneettrein

7 (5p) Een magneettrein met een massa van $3{,}0 \times 10^4$ kg versnelt eenparig van 50 km/h naar 70 km/h in een tijdsduur van 12 seconden. De motorkracht van de trein tijdens de beweging heeft een constante waarde van $1{,}5 \times 10^4$ N. Bereken de grootte van de wrijvingskracht tijdens deze versnelling.

De brommer

In het rechter (v,t)-diagram is het optrekken van een brommer weergegeven. De brommer inclusief de bestuurder heeft een massa van 230 kg en de totale wrijvingskracht werkende op de brommer is $5{,}5 \times 10^2$ N.

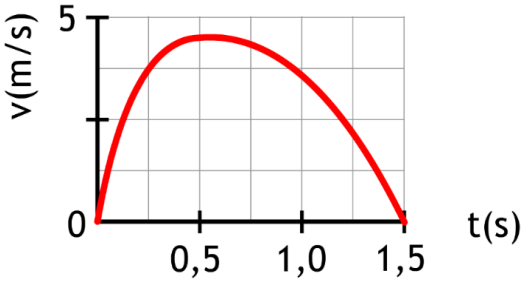


8 (2p) Bepaal de versnelling op tijdstip t = 0 s.

9 (3p) Bereken de motorkracht van de bestuurder op tijdstip t = 0 s.

De duikplank

In het onderstaande diagram zien we een deel van de beweging van een persoon met een massa van 70 kg die zich afzet tegen een duikplank. De wrijvingskrachten van de lucht mogen worden verwaarloosd.



10 (6p) Bereken de normaalkracht die de duikplank op tijdstip t = 0 s op de persoon uitoefent.

11 (2p) Leg uit op welk tijdstip de persoon zijn hoogste punt bereikt.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
2	Voorvoegsels
3-5	Grootheden en eenheden
35	Formules

TESTVERSIE

Hoofdstuk 6
Energie

§1 Soorten energie

In dit hoofdstuk gaan we leren de beweging van voorwerpen te beschrijven met behulp van het begrip energie. In de eerste paragraaf introduceren we een aantal soorten energie en de bijbehorende formules en gaan we het hebben over energieomzettingen.

Als we een stukje willen rennen, dan hebben we daar energie voor nodig. Als een vliegtuig opstijgt, dan is daar energie voor nodig. Als een lamp licht geeft, dan verbruikt deze lamp energie. Energie is overal om ons heen. Maar wat is energie eigenlijk? Als we zeggen dat een voorwerp **energie** heeft, dan kan dit drie dingen betekenen. Als een voorwerp **beweegt**, dan zeggen we dat het voorwerp **kinetische energie** (**E_{kin}**) heeft. Als het voorwerp de **potentie** heeft zichzelf of een ander voorwerp in **beweging** te brengen, dan zeggen we dat het voorwerp **potentiële energie** (**E_{pot}**) heeft. Ten derde kan door wrijvingskracht de energiesoort **warmte** ontstaan.

De hoeveelheid kinetische energie die een bewegend voorwerp heeft, kunnen we berekenen met de volgende formule:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Kinetische energie (E_{kin})	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)
Snelheid (v)	meter per seconde (m/s)

Voor alle formules in deze paragraaf geldt dat je de grootheden moet invullen in SI-eenheden. De massa in deze formule wil je altijd in kilogram geven en de snelheid in meter per seconde. De SI-eenheid van de energie is de **joule**.

Een voorbeeld van een potentiële energie is de **zwaarte-energie**. Als we een voorwerp optillen, dan heeft het de potentie om weer naar beneden te vallen. Daarom zeggen we dat elk voorwerp dat zich op een bepaalde hoogte bevindt, een hoeveelheid zwaarte-energie heeft. De hoeveelheid zwaarte-energie berekenen we als volgt:

$$E_z = mgh$$

Zwaarte-energie (E_z)	joule (J)
Massa (m)	kilogram (kg)
Valversnelling (g)	meter per seconde per seconde (m/s^2)
Hoogte (h)	meter (m)

TESTVERSIE

Een andere soort potentiële energie is de **veerenergie**. Dit is de energie die opgeslagen zit in een ingedrukte of uitgerekte veer.

EXPERIMENT KINETISCHE ENERGIE

Een andere energiesoort is de **warmte** (**Q**) die ontstaat door **wrijving**. Dat wrijving voor warmte zorgt kan je o.a. ervaren door je handen hard tegen elkaar aan te wrijven. We zien hetzelfde effect in de onderstaande foto die is gemaakt met een infrarood camera. We zien hier dat de grond is opgewarmd door het remmen van een fiets.

EXPERIMENT WARMTE

De warmte berekenen we als volgt:

$$Q = F_w \; s$$

Warmte (Q)	joule (J)
Wrijvingskracht (F_w)	newton (N)
Afstand (s)	meter (m)

Er zijn nog vele andere soorten energie. Zo hebben we bijvoorbeeld de **chemische energie** (**E_{ch}**). Dit is de energie die is opgeslagen in de bindingen tussen atomen. Een bekend voorbeeld is de energie die in **brandstoffen** als benzine is opgeslagen. Chemische energie zit ook in bijvoorbeeld voedsel en batterijen. Daarnaast hebben we ook nog bijvoorbeeld **elektrische energie** (**E_{elek}**) en **stralingsenergie** (**$E_{straling}$**). Met stralingsenergie bedoelen we de energie in licht. We voelen deze energie bijvoorbeeld als we in de zon lopen.

De verschillende soorten energie kunnen in elkaar worden **omgezet**. Neem bijvoorbeeld de verbranding van voedsel in het lichaam. Hier wordt de chemische energie uit voedsel omgezet in kinetische energie en warmte. Deze energieomzetting schrijven we als volgt op:

$$E_{ch} \rightarrow E_{kin} + Q$$

Nog een voorbeeld. Als we een lampje aansluiten op een batterij, dan wordt in de batterij chemische energie omgezet in elektrische energie en warmte. In de lamp wordt deze elektrische energie op zijn beurt weer omgezet in stralingsenergie en warmte. Deze energieomzettingen schrijven we als volgt op:

INSTRUCTIEVIDEO SOORTEN ENERGIE

$$E_{ch} \rightarrow E_{elek} + Q$$
$$E_{elek} \rightarrow E_{straling} + Q$$

Zorg dat je energieomzettingen kan beschrijven

1. (4p) In de volgende vier afbeeldingen zien we een luchtballon, zonnecellen, een föhn en een dynamo. Beschrijf de energieomzettingen die hier plaatsvinden.

(Afbeelding: Pujanak; PD / Bidgee; CC BY-SA 3.0)

TEST VERSIE

(Afbeelding: Batholith; PD / Celeda; CC BY-SA 4.0)

2. (2p) In welke twee energiesoorten wordt de chemische energie in voedsel omgezet?
3. (1p) Een kogel valt van de toren van Pisa. Welke energieomzetting vindt er tijdens het vallen plaats?
4. (2p) Een bal wordt verticaal afgeschoten met behulp van een veer. Welke energieomzettingen vinden plaatst vanaf het begin van de beweging totdat de bal zijn hoogste punt bereikt heeft?

Zorg dat je kan rekenen met $E_{kin} = 1/2mv^2$, $E_z = mgh$ en $Q = F_w s$

5. (3p) Een metalen balletje van 50 gram wordt weggeschoten met een snelheid van 5,0 m/s. Bereken de kinetische energie waarmee het balletje wordt weggeschoten.
6. (3p) Een auto heeft een massa van $3{,}0 \times 10^4$ kg en rijdt met een constante snelheid van 100 km/h. Bereken de kinetische energie van de auto.
7. (3p) Een appel met een massa van 120 gram valt uit een boom van een hoogte van 3,0 meter. Bereken de zwaarte-energie aan het begin en aan het eind van de beweging.
8. (2p) Een appel valt uit een boom van een hoogte van 3,0 meter. De warmte die ontstaat door de luchtwrijving tijdens de val is 0,30 J. Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die de appel ondervonden heeft.

§2 Energiebehoud

In deze paragraaf bouwen we voort op de soorten energie die we in de vorige paragraaf tegen zijn gekomen. We gaan het begrip energiebehoud gebruiken om met deze soorten energie te rekenen.

Zoals we hebben gelezen kunnen we energie omzetten van de ene naar de andere soort, maar de **totale hoeveelheid energie** blijft altijd **gelijk**. We noemen dit de **wet van behoud van energie**. In wiskundige termen kunnen we deze wet opschrijven als:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

Totale energie aan het begin ($E_{tot,b}$)	joule (J)
Totale energie aan het eind ($E_{tot,e}$)	joule (J)

TESTVERSIE

In de onderstaande voorbeelden gaan we deze wet toepassen.

🛠 Voorbeeld

Opdracht:
Een kanonskogel met onbekende massa wordt onder een willekeurige hoek afgeschoten van de top van een kasteel op een hoogte van 30 m. De beginsnelheid van de kogel is 20 m/s. Bereken de snelheid waarmee de kogel tegen de grond komt. We verwaarlozen de wrijvingskracht.

Antwoord:
Op het moment dat de kogel wordt afgeschoten heeft de kogel zowel kinetische energie als zwaarte-energie. Als de kogel neerkomt, is er geen zwaarte-energie meer. Er geldt dus:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

$$E_{kin,b} + E_{z,b} = E_{kin,e}$$

Dit kunnen we uitschrijven tot:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_e^2$$

Alle termen in deze vergelijking bevatten een "**m**", dus kunnen we deze **wegdelen**:

$$\frac{1}{2}v_b^2 + gh = \frac{1}{2}v_e^2$$

Laten we nu de gegevens die we gekregen hebben invullen:

$$\frac{1}{2} \times 20^2 + 9,81 \times 30 = \frac{1}{2}v_e^2$$

De linker zijde kunnen we nu versimpelen tot:

$$494,3 = \frac{1}{2}v_e^2$$

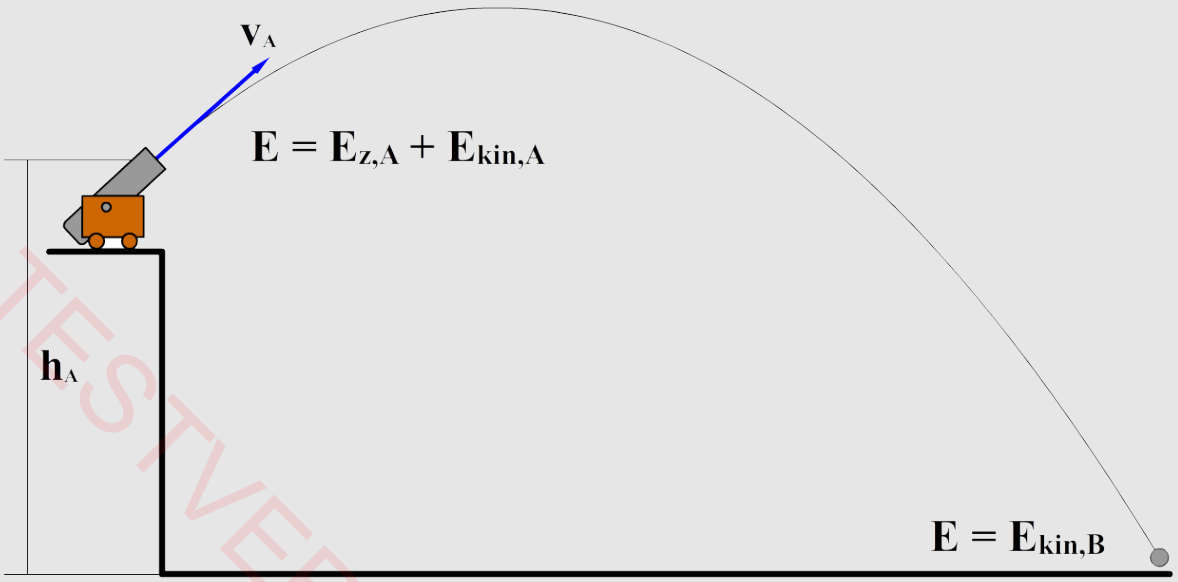
De ½ aan de rechter zijde kunnen we wegkrijgen door beide kanten van de vergelijking met 2 te vermenigvuldigen:

$$988,6 = v_e^2$$

Als we nu aan beide kanten de wortel trekken, dan vinden we de eindsnelheid:

$$v_e = \sqrt{988,6} = 31 \text{ m/s}$$

Merk op hoe krachtig deze methode is! Met energiebehoud kunnen we de eindsnelheid van de kogel berekenen, zonder de massa van de kogel te weten of de hoek waaronder de kogel is afgeschoten.



TESTVERSIE

Laten we nu een voorbeeld bespreken waarbij de wrijvingskracht wel een rol speelt:

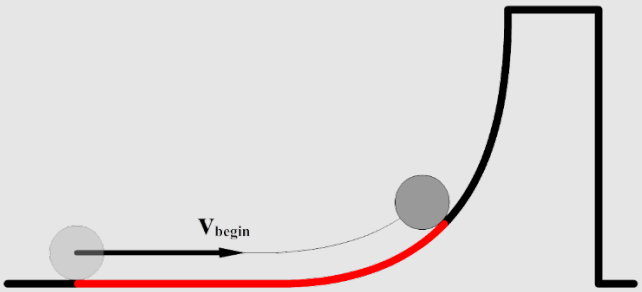
Voorbeeld

Opdracht:
Een bal met een massa van 1,0 kg wordt met een snelheid van 5 m/s tegen een helling opgerold. Op een hoogte van 10 cm staat de bal even stil. Op dit punt heeft de bal 1,5 meter afgelegd. Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die werkt op de bal.

Antwoord:
Aan het begin heeft de bal kinetische energie, want de bal heeft aan het begin een snelheid. Op zijn hoogste punt heeft de bal geen kinetische energie meer, want de bal staat hier even stil. De bal heeft hier wel zwaarte-energie. Er geldt dus:

$$E_{tot,b} = E_{tot,e}$$

$$E_{kin,b} = E_{z,e} + Q$$



Dit kunnen we uitschrijven tot:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 = mgh + F_w\ s$$

Omdat de laatste term geen "m" bevat, kunnen we deze niet wegdelen. Nu vullen we de gegevens in:

$$\frac{1}{2}1,0 \times 5^2 = 1,0 \times 9,81 \times 0,10 + F_w\ 1,5$$

$$12,5 = 0,981 + F_w\ 1,5$$

Als we aan beide kanten 0,981 van de vergelijking afhalen, dan vinden we:

$$11,519 = F_w\ 1,5$$

Hiermee kunnen we de wrijvingskracht uitrekenen:

$$F_w = \frac{11,519}{1,5} = 7,7\ \text{N}$$

EXPERIMENT ENERGIEBEHOUD

INSTRUCTIEVIDEO ENERGIEBEHOUD

Zorg dat je kan rekenen met de wet van behoud van energie

1. Beschrijf in de volgende situaties de energieomzetting:
   a. (1p) Een kogel wordt vanuit stilstand over een horizontaal oppervlak afgeschoten met behulp van een veer. De kogel verlaat de veer met een bepaalde snelheid. De wrijvingskracht is te verwaarlozen.
   b. (1p) Een bal rolt met een beginsnelheid een helling op. Na een tijdje behaalt de bal zijn hoogste punt. De wrijvingskracht mag worden verwaarloosd.
   c. (1p) Een bal wordt vanuit stilstand omhoog geschoten met behulp van drie veren. Na een bepaalde tijd bereikt de bal zijn hoogste punt.
   d. (1p) Een blok wordt boven een grote veer losgelaten. Door de zwaartekracht van het blok drukt de veer in. Op een gegeven moment is de veer maximaal ingedrukt. De wrijvingskracht is te verwaarlozen.
   e. (1p) Een bal wordt van een helling afgerold met een snelheid van 30 m/s. Even later is de snelheid toegenomen.

TESTVERSIE

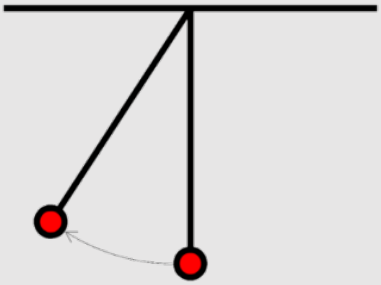
2. (4p) Een baksteen valt van een hoogte van 10 meter naar beneden. De wrijvingskracht is te verwaarlozen. Bereken de snelheid waarmee de steen tegen de grond komt.

3. (5p) In de rechter afbeelding zien we een persoon die een bungeejump maakt. Het bungeekoord heeft in zijn neutrale toestand een lengte van 15 meter. Maak een schatting van de elastische energie die op het laagste punt in het elastiek is opgeslagen.

   (Afbeelding: Andrzej19; CC BY 3.0-mod)

4. (4p) Een bal met een massa van 350 gram rolt vanuit stilstand van een helling met een lengte van 10 meter en een hoogte van 6,4 m. De snelheid van de bal aan het eind van de helling is 10 m/s. Bereken de hoeveelheid energie die is omgezet in warmte.

5. (4p) Een persoon heeft een slinger aan een statief gemonteerd. De slinger bestaat uit een koord met daaraan een massa. De massa wordt uit zijn evenwichtsstand getrokken, totdat de hoogte 5,0 cm is toegenomen (zie de onderstaande afbeelding). Bereken de maximum snelheid die de massa zal ondervinden bij het heen en weer slingeren. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

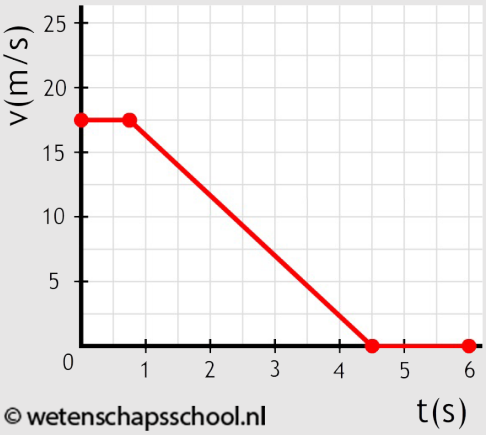


6. (4p) Een persoon gooit een honkbal met een snelheid van 45 km/h weg. Hij laat de honkbal los op een hoogte van 1,80 meter. Bereken de snelheid waarmee de honkbal tegen de grond komt. Verwaarloos de wrijvingskracht.

7. Hiernaast zien we het (v,t)-diagram van een remmende motorfiets. De motorfiets met passagier heeft een totale massa van 270 kg.

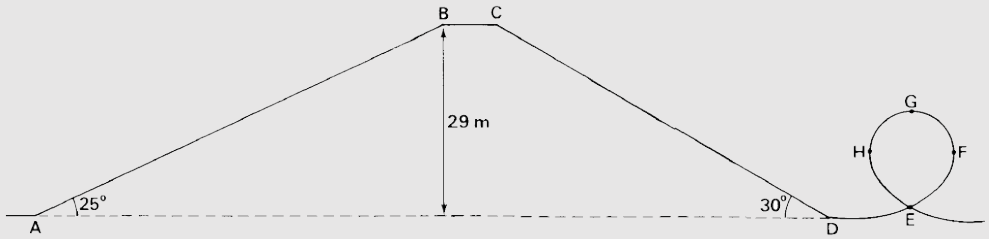
   a. (4p) Laat met behulp van het diagram zien dat de warmte die tijdens het remmen ontstaan is gelijk is aan $4{,}1 \times 10^4$ J.

   b. (4p) Bereken de wrijvingskracht werkende op de motorfiets tijdens het remmen.



TESTVERSIE

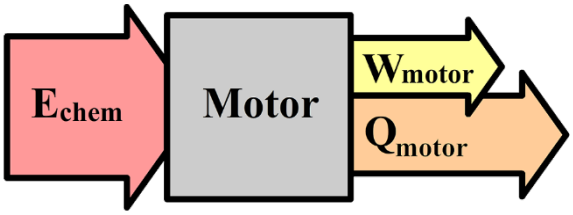
8. (4p) In de onderstaande afbeelding is een deel van een achtbaan schematisch afgebeeld. Deze figuur is niet op schaal. Een karretje wordt eerst met een motor omhooggetrokken over pad AB tot een hoogte van 29 m. Het karretje daalt daarna met een verwaarloosbare beginsnelheid af van punt C naar punt D. Punt G bevindt zich 15 meter boven punt D. Ga na met welke snelheid punt G bereikt wordt. Verwaarloos de wrijvingskracht.



(bron: examen VWO 1990-2)

§3 Chemische energie

In de eerste paragraaf hebben we het even gehad over chemische energie. Dit is de energie die is opgeslagen in de bindingen tussen atomen. Een bekend voorbeeld is de energie in brandstoffen zoals benzine. In deze paragraaf gaan we met deze energie leren rekenen. Ook gaan we het kort hebben over energiecentrales.



In verbrandingsmotoren wordt de **chemische energie** in brandstof gebruikt om **arbeid** (**W**) te verrichten (over dit begrip leren we meer in de 5de klas). Deze arbeid kan dan bijvoorbeeld gebruikt worden om een auto in beweging te brengen (in dat geval zorgt de arbeid voor een omzetting van chemische energie naar kinetische energie) of je gebruikt een motor bijvoorbeeld om iets op te tillen (in dat geval wordt de chemische energie omgezet in zwaarte-energie). Niet alle chemische energie in de motor zal echter nuttig gebruikt worden. Er gaat namelijk ook veel energie verloren in de vorm van **warmte** (**Q_{motor}**). Er geldt dus:

$$E_{ch} = W_m + Q_m$$

De **fractie** van de energie die nuttig gebruikt wordt noemen we het **rendement**:

$$\frac{E_{nuttig}}{E_{totaal}} = \eta$$

Nuttige energie (E_{nuttig})	joule (J)
Totale energie (E_{totaal})	joule (J)
Rendement (η)	-

TESTVERSIE

Het rendement is in deze formule een getal tussen de **0** en de **1**. Het rendement wordt ook vaak uitgedrukt als **percentage**. In dat geval moet het rendement uit de formule vermenigvuldigd worden met 100. Als η = 0,20, dan is het rendement dus 20%. Als η = 0,02, dan is het rendement dus 2%.

In het geval van een verbrandingsmotor kunnen we de formule herschrijven tot:

$$\frac{W_m}{E_{ch}} = \eta$$

Arbeid die de motor verricht (W_{motor})	joule (J)
Chemische energie (E_{ch})	joule (J)
Rendement (η)	-

We kunnen de arbeid die de motor verricht ook uitrekenen met de volgende formule:

$$W_{motor} = F_{motor}\ s$$

Arbeid die de motor verricht (W_{motor})	joule (J)
Motorkracht (F_{motor})	newton (N)
Afstand (s)	meter (m)

De chemische energie berekenen we met de **stookwaarde**. De stookwaarde vertelt ons hoeveel joule aan chemische energie er in een kubieke meter van een bepaalde brandstof zit. Benzine heeft bijvoorbeeld een stookwaarde van 33 × 10^9 Jm^{-3}. Dit betekent dus dat je uit een kubieke meter benzine 33 × 10^9 joule aan chemische energie kan halen. Voor een heel aantal brandstoffen kan je de stookwaarde in BINAS opzoeken. Met de stookwaarde kunnen we als volgt de hoeveelheid chemische energie berekenen:

$$E_{ch} = r_v V$$

Chemische energie (E_{ch})	joule (J)
Stookwaarde (r_v)	joule per kubieke meter (J/m^3)
Volume (V)	kubieke meter (m^3)

EXPERIMENT STOOKWAARDE

INSTRUCTIEVIDEO CHEMISCHE ENERGIE

Voorbeeld

Opdracht:
Een verbrandingsmotor levert 10 × 10^7 J aan nuttige energie en heeft een rendement van 30%. Bereken hoeveel liter benzine hiervoor moet worden verbrand.

Antwoord:
Laten we eerst de gegevens opschrijven:
W_m = 10 × 10^7 J
η = 30 / 100 = 0,30
$r_{benzine}$ = 33 × 10^9 J/m^3 (BINAS)

Dan gebruiken we de formule voor het rendement:

$$\frac{W_m}{E_{ch}} = \eta$$

Hiermee berekenen we de chemische energie:

$$E_{ch} = \frac{W_m}{\eta} = \frac{10 \times 10^7}{0,30} = 3,3 \times 10^8 \text{ J}$$

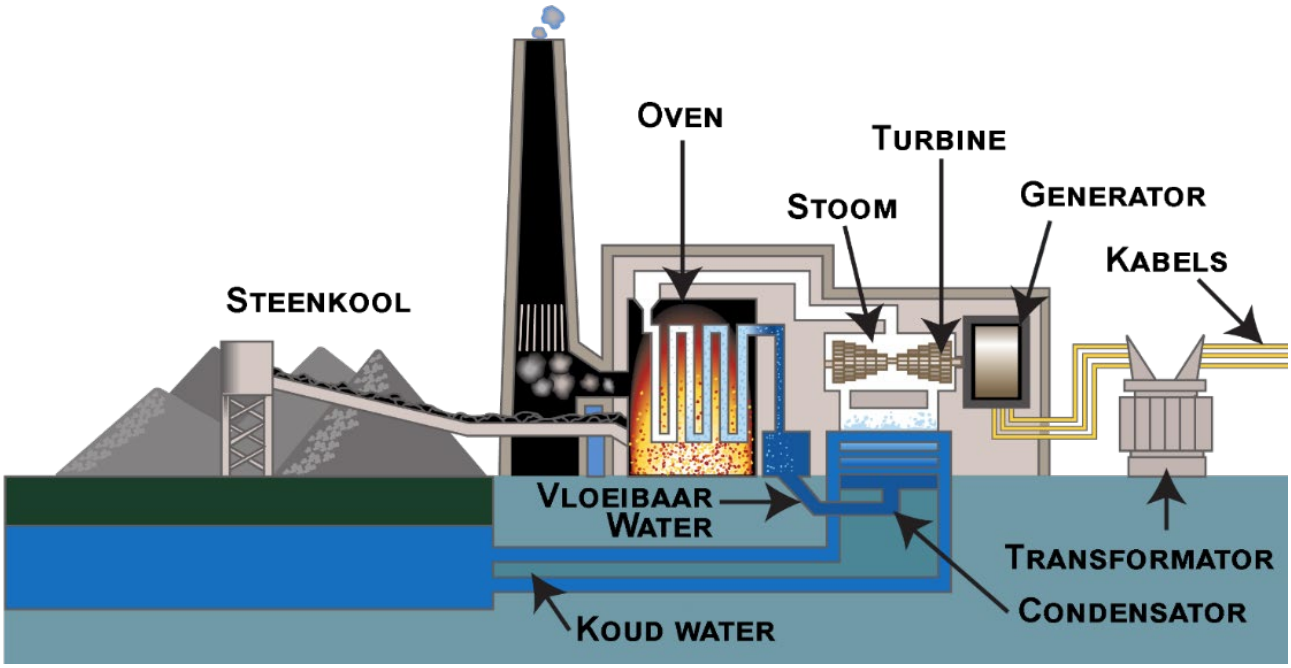
Met de chemische energie berekenen we het volume:

$$V = \frac{E_{ch}}{r_V} = \frac{3,3 \times 10^8}{33 \times 10^9} = 0,010 \text{ m}^3 = 10 \text{ L}$$

Er is dus 10 L benzine verbrand.

TESTVERSIE

Veel van de energie die we in huishoudens gebruiken komt van **energiecentrales**. In de volgende afbeelding zien we een traditionele **fossiele brandstofcentrale**. In de centrale die is afgebeeld wordt het (behoorlijk vervuilende) **steenkool** als brandstof gebruikt, maar hetzelfde systeem kan ook gebruikt worden voor andere (minder vervuilende) fossiele brandstoffen zoals **aardgas**. De steenkool wordt uit een mijn gehaald en verbrand in een oven, Met de warmte die hierbij vrijkomt, wordt water aan de kook gebracht. De stoom die hierbij ontstaat, zorgt dat een **turbine** gaat draaien. De turbine zorgt op zijn beurt voor het draaien van spoelen in een **generator**. Door de aanwezigheid van magnetische velden in de generator wordt hiermee **elektriciteit opgewekt**. Een soortgelijk systeem gebruiken we voor het opwekken van elektrische energie uit schonere energiebronnen. Denk bijvoorbeeld aan een **waterkrachtcentrale**, een **windmolen**, en een **kerncentrale**. Bij een windmolen wordt de turbine aangedreven door wind en bij een waterkrachtcentrale met behulp van stromend water. Bij een kerncentrale wordt energie opgewekt door het **splijten** van zware atoomkernen zoals **uranium** (zie het hoofdstuk radioactiviteit). De warmte die bij een kernreactor vrijkomt, wordt net als bij de kolencentrale gebruikt om water aan de kook te brengen en zo met de ontstane stoom een turbine te laten draaien.



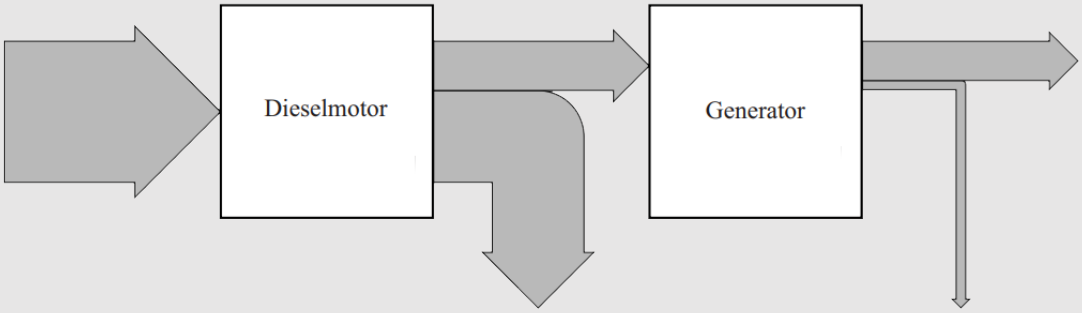
(Afbeelding: Tennessee Valley Authority; PD)

Zorg dat je kan rekenen met $\eta = W_m/E_{ch}$, $W_m = F_m\,s$ en $E_{ch} = r_V V$

1. (1p) Beschrijf de energieomzetting van de verbranding van benzine in de motor van een auto.
2. (4p) Een tractor verbrandt tijdens een rit 250 mL aan benzine. Bereken hoeveel chemische energie de tractor verbruikt heeft.
3. (4p) Een automotor verbruikt $3{,}0 \times 10^4$ J aan nuttige energie. De auto heeft een rendement van 40%. Bereken hoeveel milliliter benzine de auto verbrandt.
4. In een dieselmotor met een rendement van 33% wordt 0,50 L gasolie verbrand.
   a. (5p) Laat met een berekening zien dat de motor $6{,}0 \times 10^6$ J aan energie nuttig besteed heeft.
   b. (2p) De motorkracht van de auto is $2{,}8 \times 10^3$ N. Bereken de afstand die de auto hiermee kan afleggen.
5. (6p) Een auto met een rendement van 45% verbrandt 1,5 L benzine in 15 kilometer. Bereken de motorkracht van de auto.
6. (1p) Beschrijf de energieomzetting die plaatsvindt in een generator.
7. (1p) Noem een voordeel en een nadeel van windenergie.

TESTVERSIE

8. (3p) Op een marineschip wordt elektriciteit opgewekt met een dieselmotor. Deze motor verbrandt stookolie en zet hiermee een generator in beweging, die elektriciteit produceert. In de onderstaande afbeelding zijn deze twee processen met pijlen op schaal weergegeven.



Noteer bij elke pijl de juiste energie. Kies uit kinetische energie, chemische energie, elektrische energie en warmte. Sommige soorten energie zullen meerdere keren voorkomen.
(bron: examen 2019-1 HAVO)

§4 Oefentoets

Powerskips

Powerskips zijn een soort schoenen waarmee je hoge sprongen kan maken. De twee veren in de powerskips worden samen het veersysteem genoemd. Tijdens het landen wordt energie in dit veersysteem opgeslagen. Een set powerskips kan volgens de fabrikant maximaal $1{,}8 \times 10^3$ J aan energie in het veersysteem opslaan. In de onderstaande afbeelding is de rechter man (m = 75 kg) gefotografeerd op het hoogste punt van zijn sprong.

1 (3p) Laat met behulp van een schatting zien of voor deze sprong de maximale veerenergie nodig was. Je mag de wrijvingskracht verwaarlozen.

2 (2p) De veerenergie die wordt opgeslagen in de powerskips wordt gegeven door:

$$E_{veer} = \frac{1}{2}Cu^2$$

Toon aan dat de eenheden links en rechts van het "="-teken aan elkaar gelijk zijn.
(Bron: Examen Havo 2017-2)

Een aquaduct

In het Romeinse Rijk werden steden van water voorzien door middel van aquaducten. Een aquaduct is een pad waarlangs water vervoerd kan worden van een bron naar een stad door middel van de zwaartekracht. Een van de langste aquaducten liep van Zaghouan naar Carthago en heeft een lengte van wel 90 km. Het hoogteverschil is hierdoor 264 m.

Het water ging met een nagenoeg constante snelheid van 5,5 km/h langs het aquaduct naar beneden. Als gevolg kwam 200 liter per seconde aan bij de stad.

3 (3p) Laat met een berekening zien dat 200 liter water $5{,}18 \times 10^5$ J aan zwaarte-energie kwijt raakt tijdens de beweging over het aquaduct. Bedenk hiervoor eerst hoe je de massa kan vinden van 200 liter water.

TESTVERSIE

4 (3p) Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die gedurende deze beweging ontstaan is.

5 (4p) Bij sommige aquaducten kwam het water met genoeg kinetische energie aan om de eerste verdieping van huizen te bereiken (3,0 m). Bereken of dat hier ook het geval is.

Rekenen met chemische energie

6 (4p) Een automotor verbruikt $1{,}2 \times 10^7$ J aan nuttige energie. Bereken hoeveel liter benzine de auto verbrand heeft. Ga ervan uit dat het rendement van de motor 35% is.

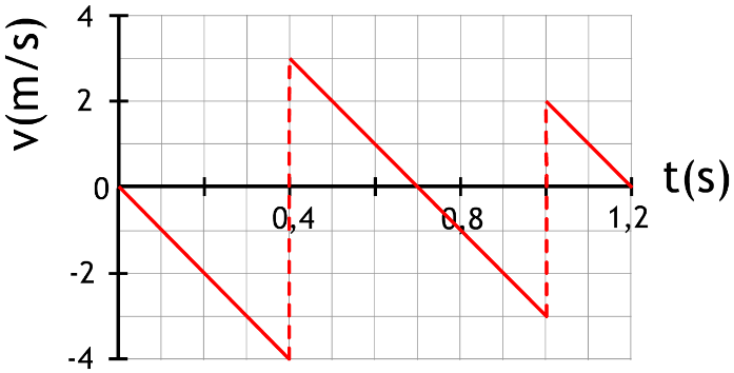
De stuiterbal

In het onderstaande diagram zien we het (v,t)-diagram van een verticaal stuiterende stuiterbal met een massa van 45 gram. De bal wordt op t = 0 s vanuit stilstand losgelaten.

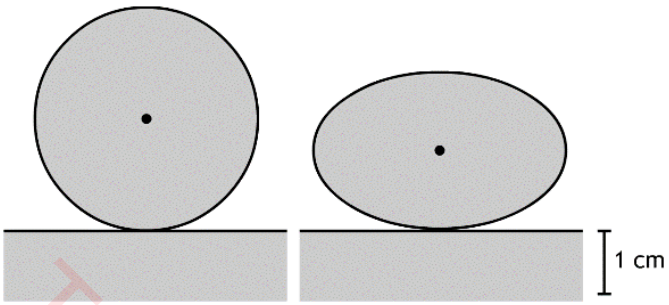
7 (2p) Leg uit dat de stuiterbal op t = 0,40 s voor het eerst de grond raakt en op t = 0,70 s voor de eerste keer volledig is opgestuiterd.

8 (3p) Bepaal met behulp van het diagram wat de zwaarte-energie was op het moment dat de stuiterbal losgelaten werd.

9 (3p) De stuiterbal raakt een deel van zijn energie kwijt wanneer de bal contact maakt met de grond. Bepaal hoeveel procent van de energie de stuiterbal nog over heeft nadat deze één keer gestuiterd heeft.



Tijdens het stuiteren vervormt de stuiterbal. In de linker onderstaande afbeelding zien we links de stuiterbal als deze net tegen de grond aankomt met een snelheid van 4,0 m/s. In de rechter afbeelding zien we de stuiterbal op zijn laagste positie. Hier is de stuiterbal maximaal vervormd. De stip in de twee afbeeldingen geeft het zwaartepunt van de stuiterbal.



10 (VWO, 4p) Tijdens het vervormen slaat de stuiterbal elastische energie op. Bepaal de maximale elastische energie die in de stuiterbal opgeslagen is. Verwaarloos de wrijvingskrachten.

BINAS tabellen die je dit hoofdstuk nodig hebt

BINAS tabel	
28B	Stookwaarden

TESTVERSIE

Hoofdstuk 7
Moment (HAVO)

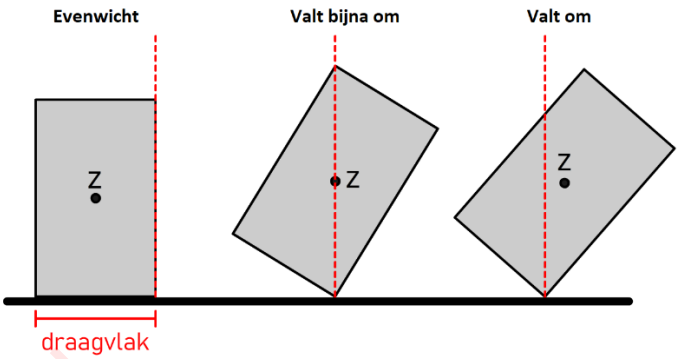
§1 Stabiliteit

Dit hoofdstuk gaat over draaiende voorwerpen. Als een voorwerp omvalt, dan maakt het een draaibeweging. In deze eerste paragraaf bestuderen wanneer voorwerpen omvallen en wanneer niet.

Om te begrijpen wanneer een voorwerp **omvalt** en wanneer niet, hebben we de begrippen zwaartepunt en draagvlak nodig. Het **zwaartepunt** van een voorwerp is de plek waar het voorwerp in balans is. Als we bijvoorbeeld een kubusvormig blok hebben dat overal dezelfde dichtheid heeft, dan zit het zwaartepunt netjes in het midden van het blok. Bij een voorwerp met een ingewikkelde vorm, vind je het zwaartepunt door het voorwerp bijvoorbeeld op je vinger te balanceren. Het zwaartepunt bevindt zich dan op de lijn boven je vinger (zie de onderstaande afbeelding).

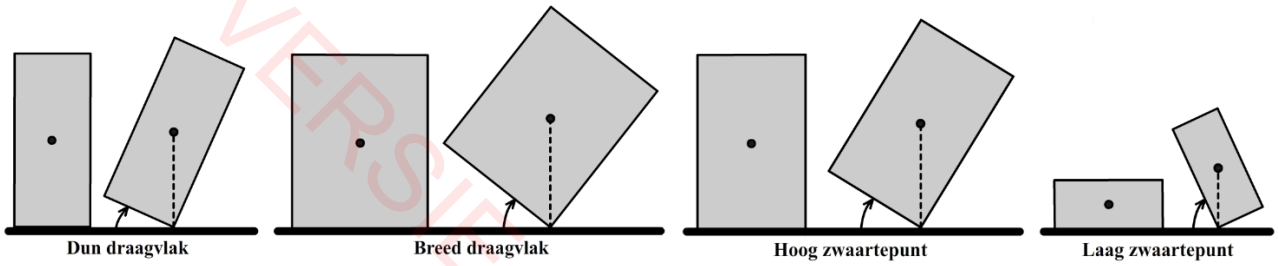
(Afbeelding: APN MJM; CC BY-SA 3.0-mod)

Het oppervlak tussen de verst liggende punten waarop een voorwerp staat noemen we het **draagvlak**. In het onderstaande linker voorwerp is het draagvlak simpelweg gelijk aan de onderzijde van het blok. Bij de stoel in de rechter afbeelding is het draagvlak niet alleen het oppervlak onder de stoelpoten, maar ook het oppervlak ertussen. Een voorwerp is **in evenwicht** als het **zwaartepunt** van het voorwerp zich **boven het draagvlak** bevindt. Als dit niet het geval is, dan **valt het voorwerp om**. Dit is duidelijk te zien in de linker onderstaande afbeelding.



(Afbeelding: ... / MET; CC0)

We noemen een voorwerp **stabiel** als het moeilijk is het voorwerp om te duwen. Een voorwerp is stabieler als het **draagvlak breder** is en als het **zwaartepunt lager** ligt. Linksonder zien we het voordeel van een breder draagvlak. We moeten het blok bij een breder draagvlak onder een grotere hoek kantelen om het te laten vallen. Rechtsonder zien we het effect van een lager zwaartepunt op de stabiliteit. Ook bij een lager zwaartepunt moeten we het voorwerp onder een grotere hoek kantelen om het te laten vallen.



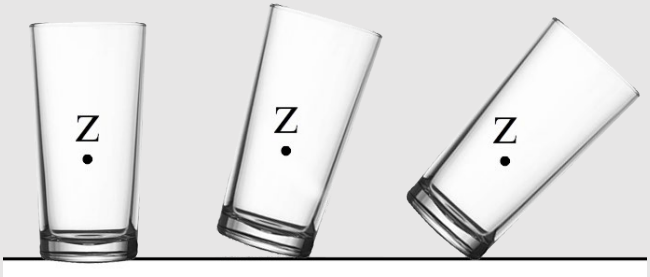
TEST VERSIE

Het verlagen van het zwaartepunt voor meer stabiliteit wordt in het dagelijks leven vaak toegepast. Bij een grote parasol wordt de standaard aan de onderkant bijvoorbeeld gevuld met zand. Dit maakt de onderzijde zwaarder en verlaagt dus het zwaartepunt. Als gevolg valt de parasol minder snel om. Nog een voorbeeld. Als je met een caravan op vakantie gaat, dan is het aan te raden om zware spullen op de grond te plaatsen. Dit maakt de caravan meer stabiel, zodat hij niet met een flinke windvlaag omwaait.

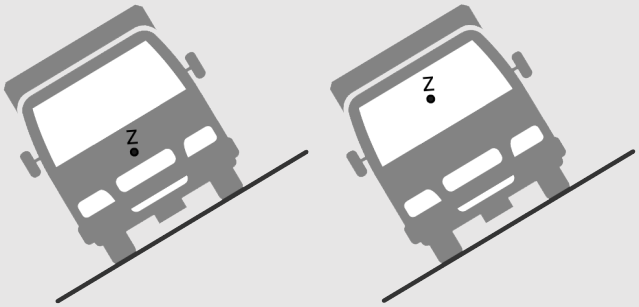
Zorg dat je kan redeneren met stabiliteit

1. (3p) Leg uit waarom je meer kans maakt om een potlood op zijn onderkant te laten balanceren dan op zijn punt. Gebruik hier de begrippen zwaartepunt en draagvlak.

2. (3p) Hieronder is drie keer hetzelfde glas weergegeven. Het zwaartepunt van het glas is in de afbeelding weergegeven met de letter Z. Ga in elk van de gevallen na of het glas zal omvallen.



3. (2p) Hieronder zien we een vrachtauto die over een schuine weg rijdt. In de linker situatie zijn de zwaarste voorwerpen laag in de vrachtauto ingeladen. In de rechter situatie zijn de zware voorwerpen hoger geplaatst. Ga in beide gevallen na of de vrachtauto stabiel staat.



4. Hieronder zie je twee blokken met een homogene dichtheid. Beide blokken worden omgeduwd.

   a. (2p) Teken beide blokken in de stand net voordat ze omvallen.
   b. (1p) Leg aan de hand van deze opdracht uit waarom een voorwerp met een lager zwaartepunt stabieler is.

5. (2p) Bij veel vechtsporten leer je breed te staan en een beetje door de knieën te zakken. Geef twee redenen waarom deze houding je stabieler maakt.

6. Een bal die van een helling rolt is eigenlijk voortdurend aan het omvallen.

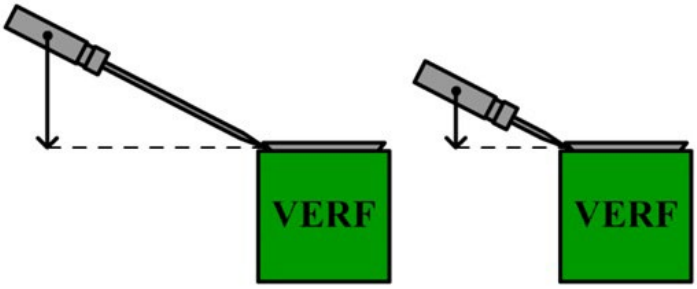
   a. (1p) Hoe groot is het draagvlak van een perfecte bal.
   b. (2p) Leg met het begrip draagvlak en zwaartepunt uit waarom een bal van een helling rolt.

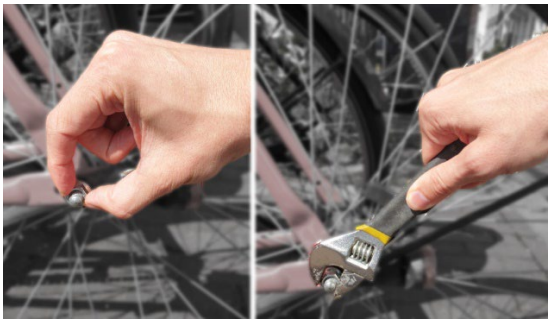
TESTVERSIE

§2 Het moment

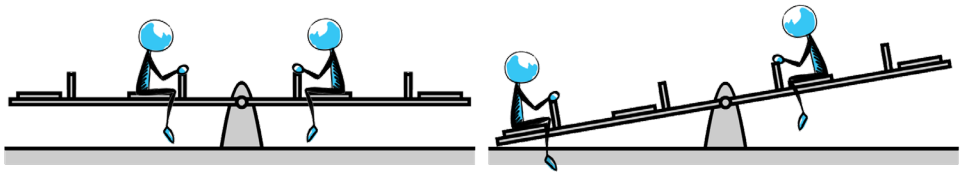
In de rest van dit hoofdstuk gaan we rekenen met krachten werkende op draaiende voorwerpen. We gebruiken hiervoor het begrip moment. Ook gaan we momentevenwichten bestuderen.

In deze paragraaf gaan we het hebben over het principe van de **hefboom**. Met een hefboom kan je een kleine kracht omzetten in een grote kracht. In de onderstaande afbeelding wordt dit principe gebruikt bij het openen van verfpotten. Zoals je wellicht uit ervaring weet, gaat het openen van een verfpot veel gemakkelijker met een langere schroevendraaier. In de rechter afbeelding geldt hetzelfde principe. Een moer omdraaien met alleen je hand is lastig, maar als je de lengte van een sleutel gebruikt, dan kost dit weinig kracht.





Een hefboom heeft altijd een **draaipunt**. Dit is duidelijk te zien bij een wip. In de afbeelding linksonder zien we twee personen met gelijke massa die op gelijke afstanden van het draaipunt zitten. De wip is nu in **evenwicht**. In de rechter afbeelding gaat de linker persoon iets verder van het draaipunt zitten en als gevolg zal de wip aan deze kant dalen. Er geldt dus: hoe verder de persoon van het draaipunt gaat zitten, hoe meer invloed de persoon heeft op de draaiing van de wip. We zeggen in zo'n geval dat de persoon dan een groter **moment** uitoefent op de wip.



We kunnen het moment als volgt berekenen:

$$M = F \times r$$

Moment (M)	newtonmeter (Nm)
Kracht (F)	newton (N)
Arm (r)	meter (m)

De **arm** (**r**) is grofweg de afstand van het draaipunt tot de kracht die op het voorwerp werkt. In de volgende paragraaf gaan we nog een iets preciezere definitie van de arm tegenkomen. De zwaartekracht tekenen we bij het bepalen van het moment altijd in het **zwaartepunt**.

EXPERIMENT MOMENT

TESTVERSIE

Als een voorwerp **in evenwicht** is, dan is de som van de momenten die het voorwerp linksom pogen te draaien gelijk aan de som van de momenten die het voorwerp rechtsom pogen te draaien. In formuletaal wordt dit:

$$\Sigma M_L = \Sigma M_R \quad \text{(evenwicht)}$$

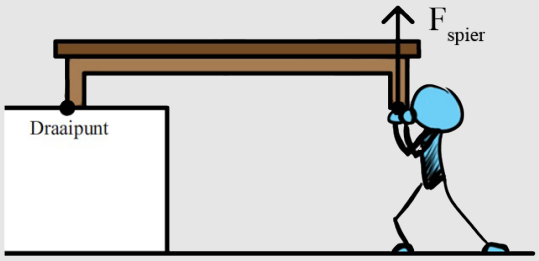
Som van momenten linksom (M_L)	newtonmeter (Nm)
Som van momenten rechtsom (M_R)	newtonmeter (Nm)

EXPERIMENT MOMENT II

Een bekend voorbeeld waar momenten een belangrijke rol spelen is de hijskraan. Deze gigantische kranen kunnen zware voorwerpen optillen zonder om te vallen. Dit kan omdat de kraan in evenwicht wordt gehouden door een contragewicht (zie de rechter afbeelding). Door de positie van dit contragewicht te verplaatsen, en dus de arm te veranderen, kan de kraan telkens in evenwicht worden gehouden.

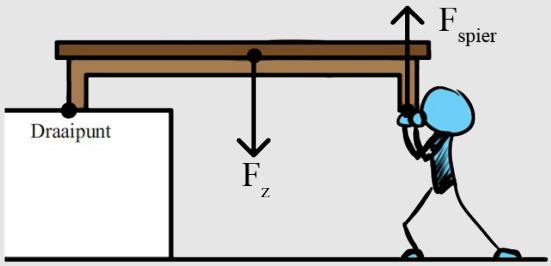
Voorbeeld

Vraag:
In de volgende afbeelding tilt een persoon een bank op die op een verhoging ligt. De bank is van poot tot poot 4,0 m lang en heeft een massa van 10 kg. Bereken de spierkracht die de persoon moet uitoefenen om de bank in horizontale positie te houden.



Antwoord:
Het **zwaartepunt** van de bank bevindt zich in het **midden van de bank**. Op deze plek tekenen we dan ook de zwaartekracht (zie de rechter afbeelding). De **arm van de zwaartekracht** is de afstand van het **draaipunt** tot de **zwaartekracht**. Omdat de zwaartekracht in het **midden van de bank** werkt, is de bijbehorende arm dus 4,0 / 2 = **2,0 m** lang.

De afstand van het draaipunt tot de spierkracht is 4,0 meter. De **arm van de spierkracht** is dus **4,0 m**.



Dan maken we gebruik van het **momentenevenwicht**:

$$F_z \times r_z = F_{spier} \times r_{spier}$$

We vullen nu de gegevens zo veel mogelijk in:

$$10 \times 9,81 \times 2 = F_{spier} \times 4$$

Als we de linker zijde uitrekenen, dan vinden we:

$$196,2 = F_{spier} \times 4$$

Hiermee kunnen we de spierkracht uitrekenen:

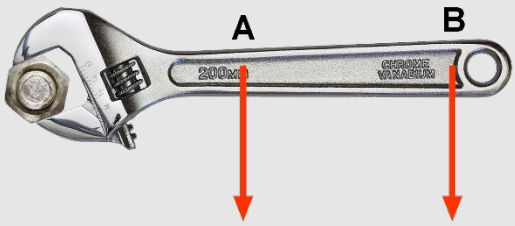
$$F_{spier} = \frac{196,2}{4} = 49 \text{ N}$$

INSTRUCTIEVIDEO MOMENT

TESTVERSIE

Zorg dat je kan rekenen met M = Fr en het momentenevenwicht

1. Een persoon probeert met een grote ratel een moer vast te draaien (zie de onderstaande afbeelding). In eerste instantie oefent de persoon een kracht uit op punt A. Hiermee komt de moer echter niet los. Daarna oefent de persoon dezelfde kracht uit op punt B. Nu lukt het wel.



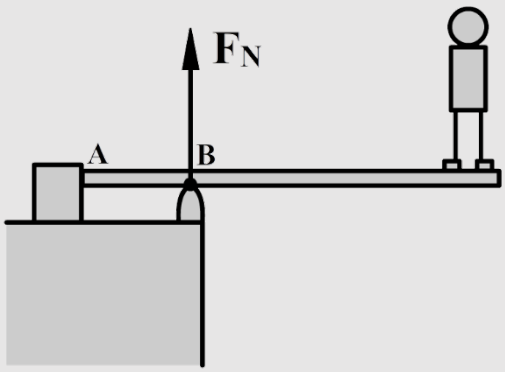
(Afbeelding: MrX; CC BY-SA 3.0-mod)

   a. (3p) Leg uit waarom de persoon de moer wel los krijgt in punt B, terwijl hij op beide punten dezelfde kracht uitoefent.

   b. (2p) De kracht die de persoon op punt B uitoefent is 100 N. Bepaal met behulp van de afbeelding hoeveel kracht de persoon op punt A moet uitoefenen om hetzelfde moment op de ratel uit te oefenen.

2. Maak het stencil op de volgende bladzijde. Ga ervan uit dat alle armen horizontaal lopen.

3. Een meisje met een massa van 45 kg staat op het uiteinde van een duikplank. De duikplank kan draaien om as A en ligt op steunpunt B. De afstand tussen as A en steunpunt B is 1,6 m. De afstand tussen as A en het meisje is 4,8 m.

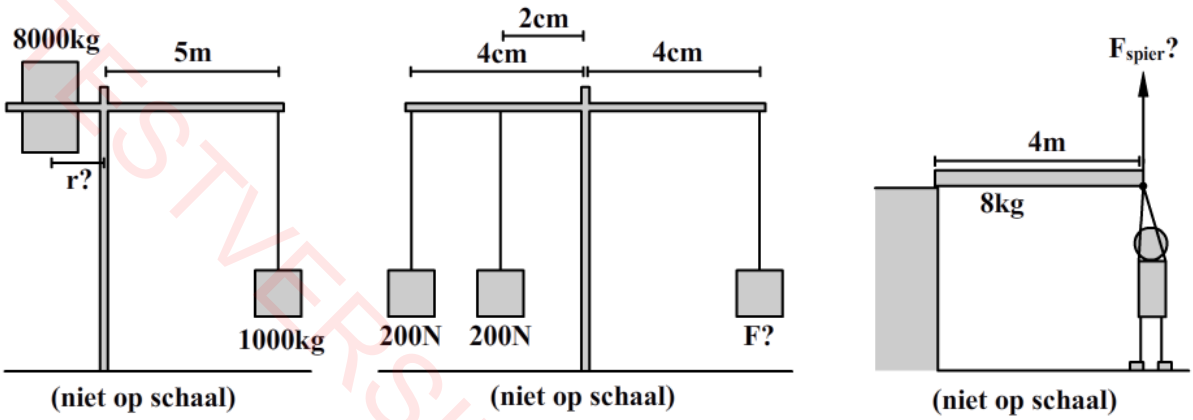


   a. (4p) Bereken de grootte van de kracht die door het steunpunt B op de plank wordt uitgeoefend als het meisje op de duikplank staat. Je mag de massa van de duikplank verwaarlozen.

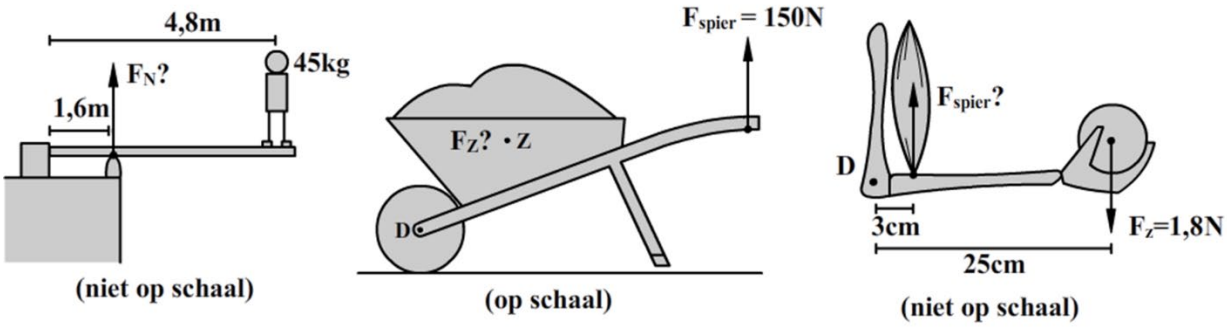
   b. (2p) Op punt A werkt ook een kracht. Leg uit waarom het niet nodig was rekening te houden met deze kracht in opdracht a.

Stencil momenten

Momenten Deel I: horizontale armen



TESTVERSIE

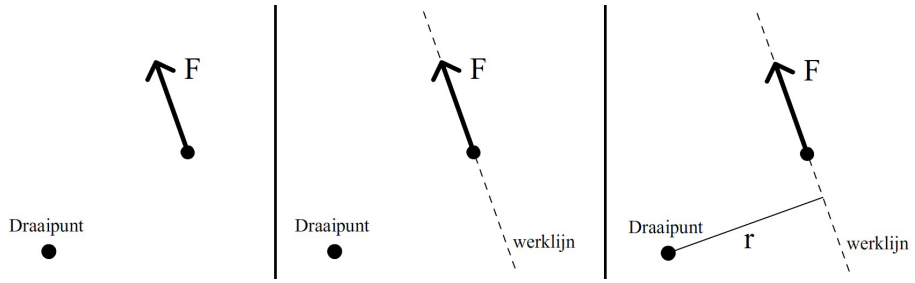


§3 De arm

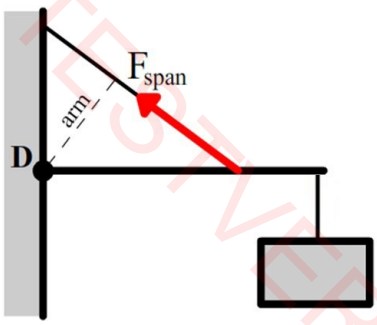
In deze paragraaf gaan we het begrip arm iets nauwkeuriger definiëren. We kunnen hiermee met complexere momentevenwichten rekenen.

Nu is het tijd voor de iets nauwkeurigere definitie van de arm. Hieronder zien we links een kracht en het bijbehorende draaipunt. Om de arm te vinden tekenen we de lijn van de kracht eerst door in beide richtingen (zie de middelste afbeelding). We noemen dit de **werklijn van de kracht**. De arm voldoet dan aan de volgende twee eisen:

- De arm loopt van het **draaipunt tot aan de werklijn van de kracht**.
- De arm staat **loodrecht op de werklijn** van de kracht.



We hebben deze definitie hieronder toegepast. We zien hier een uithangbord dat omhoog gehouden wordt met een touw. De arm van de spankracht in het touw loopt hier van het draaipunt tot de werklijn van de spankracht en staat ook loodrecht op de werklijn. Deze arm voldoet dus aan de bovenstaande definitie.

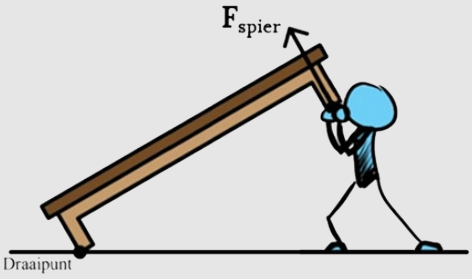


TEST VERSIE

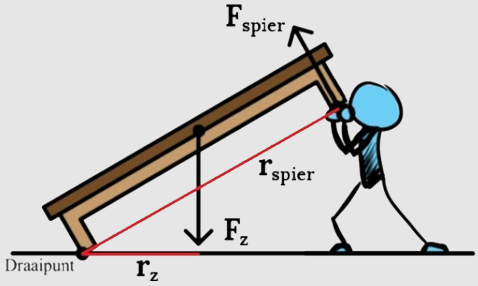
INSTRUCTIEVIDEO DE ARM

Voorbeeld

Vraag:
Een persoon tilt aan één zijde een bank op met een massa van 15 kg (zie de onderstaande afbeelding). In de afbeelding is ook de spierkracht weergegeven die de persoon uitoefent. Bepaal de grootte van deze kracht. De afbeelding is op schaal weergegeven.



Antwoord:
Het **zwaartepunt** van de bank bevindt zich in het **midden van de bank**. Op deze plek tekenen we dan ook de zwaartekracht. In de rechter afbeelding zien we de **arm van de zwaartekracht** en de **arm van de spierkracht** getekend. Merk op dat in beide gevallen de arm loopt van het **draaipunt tot de werklijn van de kracht** en dat de arm **loodrecht** op deze werklijn staat.



Dan maken we gebruik van het **momentenevenwicht**:

$$F_z \times r_z = F_{spier} \times r_{spier}$$

Omdat de afbeelding **op schaal** is afgebeeld, mogen we **meten** in de tekening. De arm van de spierkracht is 3,9 cm en de arm voor de zwaartekracht is 1,55 cm. We vullen dit in:

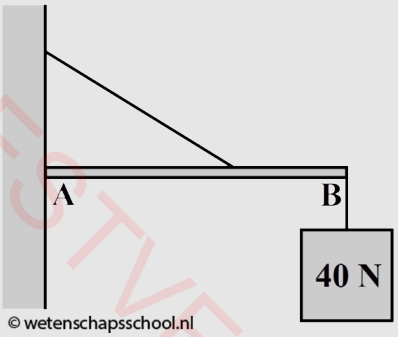
$$F_{spier} \times 3,9 = 15 \times 9,81 \times 1,55$$

Als we hiermee F_{spier} uitrekenen, dan vinden we:

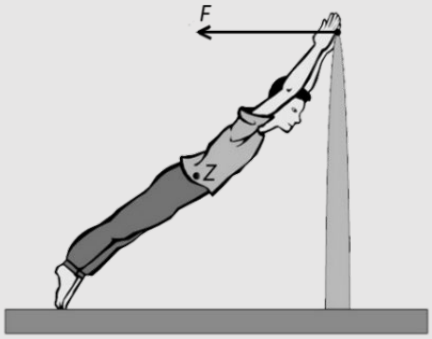
$$F_{spier} = 58 \text{ N}$$

Zorg dat je de arm van een kracht kan vinden met behulp van de definitie uit de paragraaf

1. (2p) Beschrijf hoe je de arm van een kracht kan vinden.
2. Maak het stencil op de volgende bladzijde.
3. (4p) Een uithangbord is aan een stok opgehangen. De zwaartekracht werkend op het bord is 40 N. De zwaartekracht werkende op de stok mag je verwaarlozen. De stok wordt op zijn plek gehouden met behulp van een touw. Bereken de spankracht in het touw.



4. (4p) Bij een turnoefening duwt een persoon tegen een steunbalk (zie de onderstaande afbeelding). De balk oefent dan alleen een horizontaal gerichte kracht uit op de persoon. De massa van de persoon is 75 kg. Bepaal aan de hand van de afbeelding de grootte van de horizontale kracht van de steunbalk op de persoon.

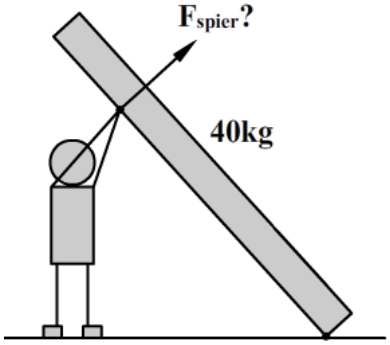


(bron: examen VWO 2014-2)

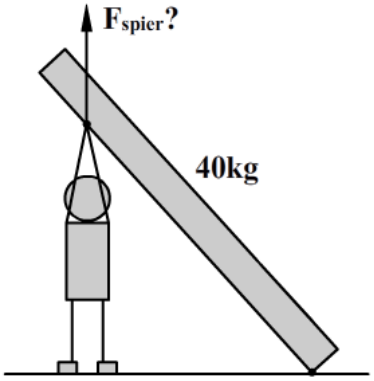
TESTVERSIE

Stencil momenten

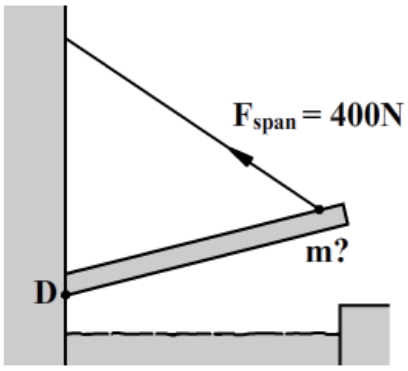
Momenten Deel II: Algemeen



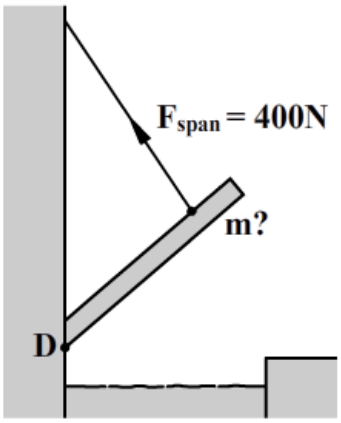
(op schaal)



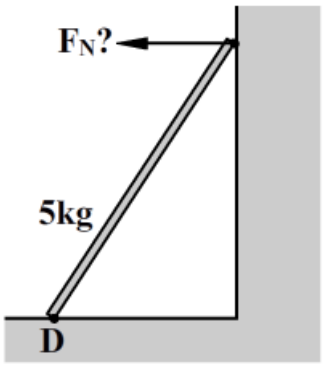
(op schaal)



(op schaal)



(op schaal)



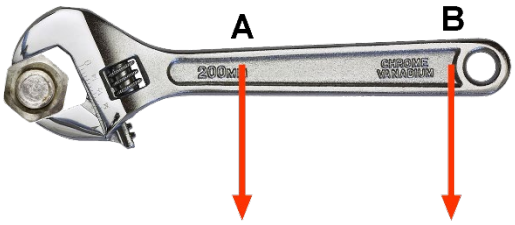
(op schaal)

TESTVERSIE

§4 Oefentoets

Gereedschap

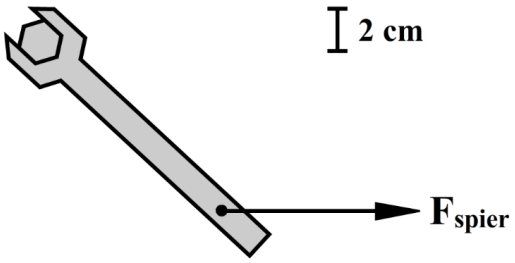
Een persoon probeert met een grote ratel een moer vast te draaien. Hij oefent hiervoor eerst een moment uit op positie A en dan een even groot moment op positie B.



(Afbeelding: MrX; CC BY-SA 3.0-mod)

1 (2p) Leg uit welke hand tijdens het draaien een grotere kracht uitoefent.

In de onderstaande afbeelding wordt een sleutel gebruikt om een moer los te draaien met een spierkracht van 80 N. De afbeelding is op schaal weergegeven. De gebruikte schaal is rechtsboven de afbeelding weergegeven.



2 (4p) Bereken het moment dat de spierkracht uitoefent.

De tol

Hieronder zien we een tol met een massa van 40 gram in twee posities. De stip in de afbeeldingen is het zwaartepunt van de tol. De tol is op ware grootte weergegeven.

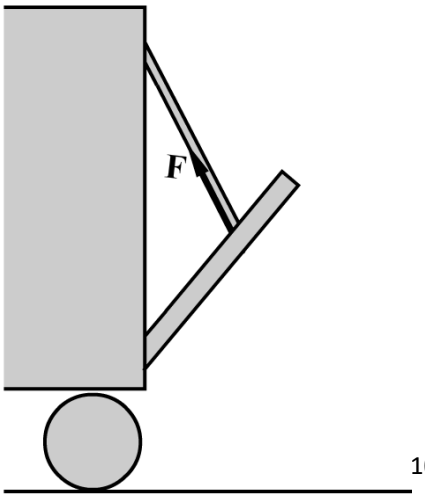
3 (2p) Leg uit wat het moment is werkende op de linker tol.

4 (2p) Bepaal het moment in het rechter geval.

Vrachtwagen

Een persoon opent de mechanische laadklep van zijn vrachtauto (zie de rechter afbeelding). Halverwege het openen valt het systeem uit en blijft de laadklep stil hangen. De laatklep heeft een massa van 24 kg. De afbeelding is op schaal weergegeven.

5 (4p) Bepaal de grootte van de kracht F.



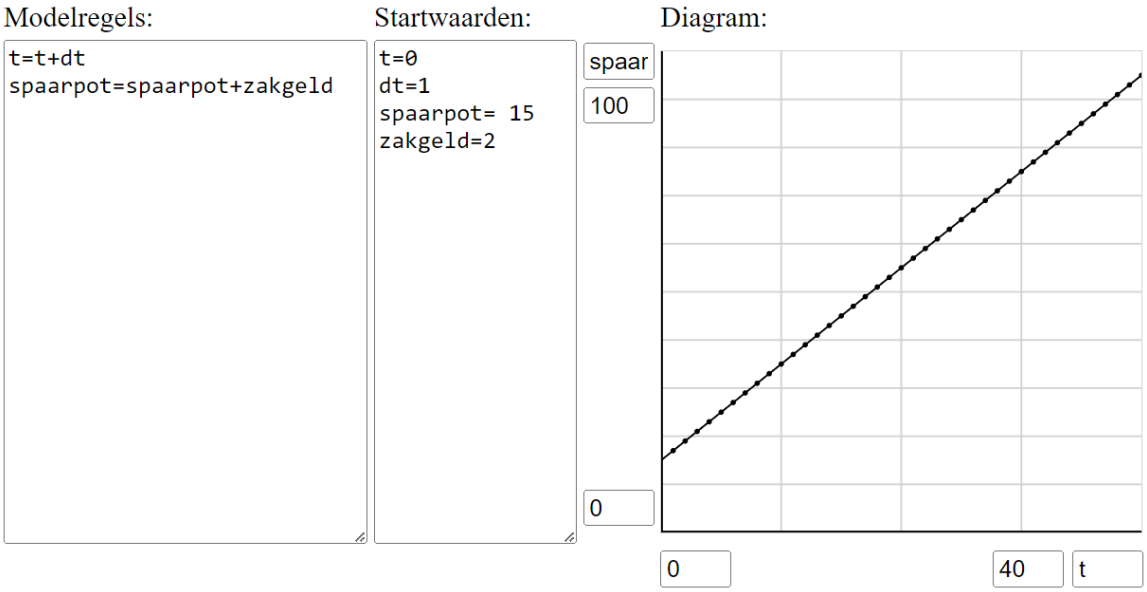
TESTVERSIE

Hoofdstuk 8
Modelleren (VWO)

§1 Modelleren

In dit hoofdstuk gaan we de computer gebruiken voor het beschrijven van natuurkundige processen. We doen dit met behulp van natuurkundige modellen. In deze paragraaf introduceren we een programma waarmee dergelijke modellen te maken zijn.

In dit hoofdstuk gaan we leren **modelleren**. Laten we met een simpel voorbeeld van een model beginnen. Stel een leerling heeft op een bepaald tijdstip 15 euro in zijn spaarpot en krijgt elke week 2 euro zakgeld. Met een model kunnen we dan een grafiek maken waarbij we de hoeveelheid geld in zijn spaarpot uitzetten tegen de tijd.



Links van de grafiek zien we twee kolommen. In de rechter kolom vullen we de zogenaamde **startwaarden** in. Hier vullen we voor alle relevante grootheden de beginwaarde in. Ook noteren we hier constanten die we nodig hebben. Met de eerste regel zorgen we dat we de **tijd** starten op tijdstip t = 0. Met de tweede regel bepalen hoe groot een **tijdstapje dt** is. Met de laatste twee regels bepalen we hoeveel geld er aan het begin in de spaarpot zit en hoeveel zakgeld elke week gegeven wordt.

In de linker kolom noteren we de zogenaamde **modelregels**. Hier schrijven we een aantal wiskundige operaties op, waarmee het programma kan uitrekenen wat de waarde van de relevante grootheden gaat zijn **een tijdstapje dt later**. Elk tijdstapje worden alle modelregels doorlopen, zodat het model steeds verder in de tijd evolueert. We noemen dit herhaaldelijk doorlopen van de regels een **iteratief proces**.

In dit model gebruiken we twee modelregels:

- **t = t + dt**
- **spaarpot = spaarpot + zakgeld**

In de eerste regel wordt de tijd t een tijdstapje dt vooruitgezet. Het "="-teken dat we in deze modelregels zien heeft niet de gebruikelijke betekenis. In programmeertalen staat het "="-teken voor: "**wordt gelijk aan**". In woorden is de eerste modelregel dus:

- De nieuwe tijd t **wordt gelijk aan** de huidige tijd t plus een tijdstapje dt

TESTVERSIE

De tweede modelregel vertelt ons dat de nieuwe waarde in de spaarpot gelijk wordt aan de huidige waarde plus het zakgeld.

Nog een voorbeeld. Een leerling heeft 50 euro en koopt hiervan elke dag een broodje van 3,40 euro. Als hij echter minder dan 20 euro over heeft, dan gaat hij iets zuiniger aan doen en koopt hij een broodje van slechts 1,40 euro. Als zijn geld op is, dan kan hij natuurlijk niks meer uitgeven. Op dit moment willen we dan ook dat de grafiek stopt. Het model ziet er dan als volgt uit:

Modelregels:

```
t=t+dt

als(spaarpot>20)
dan{kosten=3.4}
anders{kosten=1.4}

spaarpot =spaarpot-kosten

als(spaarpot<1.4)
dan{stop}
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=1
spaarpot=
50
```

Diagram:

Bij de modelregels wordt nu gebruik gemaakt van de **als-dan-anders-stelling**:

- **als(spaarpot > 20)**
- **dan{kosten = 3,4}**
- **anders{kosten = 1,4}**

Hier staat dat als er meer dan 20 euro in de spaarpot zit, dat de gemaakte kosten per dag dan 3,4 euro zijn. Als er minder dan 20 euro in de spaarpot zit, dan worden de kosten 1,4 euro. In de regel die hierop volgt wordt uitgerekend hoeveel geld de persoon na deze tijdstap nog overhoudt:

- **spaarpot = spaarpot - kosten**

Merk op dat de **volgorde** hier belangrijk is! Eerst moeten de kosten per dag bepaald worden en pas dan kan je uitrekenen hoeveel geld de persoon aan het eind van die dag overhoudt.

Uiteindelijk geven we het **stop-commando** als de persoon minder dan 1,40 euro over heeft en dus geen broodje meer kan kopen:

- **als(spaarpot < 1,4)**
- **dan{stop}**

Hieronder vind je een lijstje met wiskundige symbolen die je bij het modelleren kan gebruiken:

Vermenigvuldigen	*
Delen	/
Macht	^
Wortel	sqrt

INSTRUCTIEVIDEO MODELLEREN

TESTVERSIE

Zorg dat je de basisoperaties van modelleren beheerst

1. (1p) Beschrijf wat de modelregel “t=t+dt” betekent.
2. (1p) Een persoon heeft 150 euro op de bank en krijgt een jaarlijkse rente van 2,1%. Maak een model waarmee een grafiek gemaakt kan worden waarmee de hoeveelheid geld wordt uitgezet tegen de tijd.
3. Een bacteriekolonie neemt bij aanwezigheid van genoeg voedsel en ruimte elke dag met 20% toe. Een bepaalde bacteriekolonie kan niet boven de 1,0 miljoen bacteriën uitgroeien.
   a. (3p) Maak een model waarmee een grafiek gemaakt kan worden waarmee je de groei van deze kolonie tegen de tijd uitzet. Zorg ervoor dat de grafiek stopt als de 1,0 miljoen bacteriën bereikt is.
   b. (2p) Leg uit waarom je het “>”-teken moest gebruiken in de als-dan-stelling en niet gewoon het “=”-teken.
4. (4p) Met een thermostaat wordt de temperatuur in een woonkamer gemeten. Deze thermostaat bepaalt dan op basis van een ingestelde temperatuur of de verwarming aan- of uitgezet moet worden. Als de bewoner de verwarming aanzet is het 15 graden Celsius. Als de verwarming aan staat, neemt de temperatuur in de kamer 0,4 graden Celsius per uur toe. Als de verwarming uit staat, neemt de temperatuur 0,2 graden Celsius af. De bewoner heeft de temperatuur op 21 graden Celsius ingesteld. Dat wil zeggen dat de thermostaat de verwarming uitzet als deze boven de 21 graden komt. Als de temperatuur dan weer onder de 21 graden komt, dan wordt de verwarming weer aangezet. Maak dit model.
5. (3p) Een radioactieve bron bevat 100 radioactieve deeltjes. Elke dag vervalt 5 procent van deze deeltjes door het uitzenden van straling. Maak een model waarbij je de overgebleven deeltjes uitzet tegen de tijd.

§2 De vrije val

In deze paragraaf bestuderen we een model waarmee we een vrije val kunnen beschrijven.

Hieronder zien we het model van een steen die we met een snelheid van 40 m/s omhoogschieten vanaf hoogte x = 0 m. We verwaarlozen de wrijvingskrachten en spreken daarom van een vrije val:

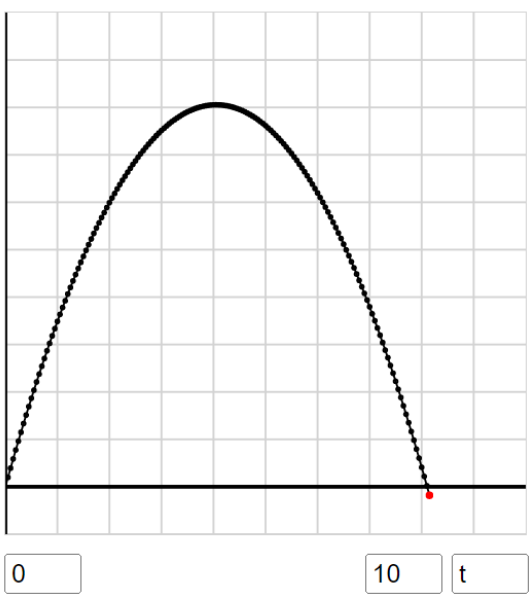
Modelregels:

```
t=t+dt
v=v+g*dt
x=x+v*dt

als(x<0)
dan{stop}
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.05
x=0
v=40
g=-9.81
```

Diagram:



TESTVERSIE

Laten we eerst naar de startwaarden kijken. De hoogte x zetten we aan het begin op 0. De snelheid zetten we aan het begin op 40. De versnelling van een voorwerp dat een vrije val ondergaat is gelijk aan de valversnelling g = -9,81 m/s^2. Het minteken geeft hier aan dat de versnelling naar beneden gericht is.

Nu de modelregels. De eerste drie regels zijn:

- **t = t + dt**
- **v = v + g*dt**
- **x = x + v*dt**

Met de tweede regel wordt elk tijdstapje de nieuwe snelheid van de steen berekend. Hoe komen we aan deze formule? Voor een vrije val geldt:

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dit kunnen we herschrijven tot:

$$\Delta v = g \times \Delta t$$

Δv staat voor de **toename van de snelheid** tijdens het tijdstapje Δt. Om de nieuwe snelheid uit te rekenen hebben we daarom de volgende regel nodig:

- **v = v + dv**

In woorden staat hier:

- De **nieuwe snelheid v** wordt gelijk aan de **huidige snelheid v** plus de **toename van de snelheid dv** .

Omdat dv = g*dt, wordt de regel:

- **v = v + g*dt**

Bij de modelregel **x = x + v*dt** gebeurt iets soortgelijks. Hier maken we gebruik van:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dit schrijven we om tot:

$$\Delta x = v \times \Delta t$$

Δx staat voor de verplaatsing van de steen tijdens het tijdstapje Δt. Om de nieuwe hoogte uit te rekenen hebben we daarom de volgende regel nodig:

- **x = x + dx**

In woorden staat hier:

- De **nieuwe hoogte x** wordt gelijk aan de **huidige hoogte x** plus de **toename van de hoogte dx** .

Omdat dx = v*dt, wordt de regel:

- **x = x + v*dt**

TESTVERSIE

In dit model hebben we ook nog een als-dan-stelling toegevoegd:

- **als(x < 0)**
- **dan{stop}**

Deze stelling zorgt ervoor dat de grafiek stopt als de steen de grond raakt. Het voorwerp raakt de grond als **x = 0**, maar we hebben hier toch gekozen voor de modelregel **x < 0**. Dit komt omdat het programma rekent in tijdstapjes van grootte dt en het dus mogelijk is dat de grafiek de tijd-as passeert zonder dat x ooit precies nul wordt.

INSTRUCTIEVIDEO MODELLEREN VRIJE VAL

Zorg dat je de vrije val kan modelleren

1. (4p) Leid de modelregels "v = v + a*dt" en 'x = x + v*dt" af. Licht de denkstappen zo nodig ook in woorden toe.
2. Een steen valt van een hoogte van 5000 meter vanuit stilstand naar beneden.
   a. (4p) Maak een model van deze beweging. Zorg dat het model rekent in tijdstapjes dt = 5 en zorg dat het model stopt als de steen de grond raakt. Verwaarloos de wrijvingskracht.
   b. (1p) De grafiek is nu niet erg nauwkeurig. Verklaar hoe dit komt.
   c. (1p) Kies nu dt = 0,1. Bepaal hiermee op welk tijdstip de steen de grond raakt.
   d. (2p) Leg uit waarom we "x < 0" gebruiken om ervoor te zorgen dat het programma stopt als het voorwerp de grond raakt en niet "x = 0".
3. (4p) Een leerling gooit nu een steen omhoog met een snelheid van 15 m/s vanaf hoogte x = 0 m. Maak het model en zorg dat de grafiek stopt als het voorwerp de grond raakt.
4. (5p) Maak één model waarin je het vallen van een steen op de maan vergelijkt met het vallen van een steen op aarde. We verwaarlozen de wrijvingskracht. Zorg dat de stenen stil komen te liggen op het moment dat ze op de grond terecht komen.

§3 Oefentoets

Compound interest

Een persoon heeft op een bepaald moment 2500 euro op een spaarrekening staan en besluit elk jaar ook nog eens 5000 euro extra weg te zetten op deze rekening.

Modelregels:
```
t=t+dt
```

Startwaarden:
```
t=0
dt=1
bank=2500
sparen=5000
```

1 (1p) Vul het rechter model aan, zodat het bedrag op de rekening jaarlijks wordt uitgerekend.

2 (2p) Voeg modelregels toe die ervoor zorgen dat de grafiek stopt na 50 jaar.

Als je slim investeert, dan kun je een hoop geld verdienen door een effect dat "rente-op-rente" heet (in het Engels heet dit "compound interest"). Elk jaar ontvangt de persoon 5% rente over het totaalbedrag op zijn rekening. Dit lijkt niet veel, maar zorgt ervoor dat de persoon na 50 jaar meer dan 4x zoveel geld overhoudt (in dit voorbeeld één miljoen in plaats van een kwart miljoen euro).

3 (1p) Vul het model aan zodat de jaarlijkse uitkering van rente correct wordt beschreven.

PROEFVERSIE

Opwarmen

Een leerling maakt een model van een voorwerp van 5,0 graden Celsius (T_1) dat opwarmt in een kamer van 20 graden Celsius (T_2). In eerste instantie wil de leerling uitrekenen hoeveel de temperatuur van het voorwerp per tijdstapje van een minuut stijgt. Deze toename van de temperatuur (dT) kan berekend worden door het verschil tussen de temperatuur van het voorwerp en de temperatuur van de kamer te vermenigvuldigen met een opwarmingsconstante k. Voor dit voorwerp geldt k = 0,01.

Modelregels:

```
t=t+dt
dT=.........
T1=.........
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=1
T1=5
T2=20
k=0.01
```

4 (2p) Vul de twee modelregels aan, zodat het verloop van de temperatuur T_1 kan worden beschreven.

5 (2p) Leg uit of de toename van de temperatuur (dT) na verloop van tijd zal toenemen, afnemen of gelijk zal blijven.

Elektrisch veld

Een persoon houdt een geladen balletje hoog met behulp van een sterk elektrisch veld. Dit veld zorgt ervoor dat de versnelling van het balletje 90 m/s^2 groter is als het balletje zich onder de hoogte x = 1 m bevindt.

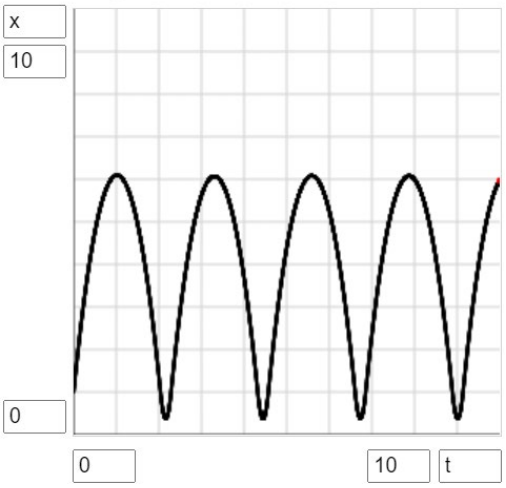
Modelregels:

```
t=t+dt

als(.......)
dan{
a = ........
}
anders{
a = ........
}

v=v+a*dt
x=x+v*dt
```

Startwaarden:

```
t=0
dt=0.05
x=1
v=10
g=-9.81
a_elek=90
```

Diagram:



6 (3p) Vul de alsdan-stelling in het model aan, zodat hiermee bij elke hoogte x de juiste versnelling wordt berekend.

7 (2p) Met de versnelling wordt de snelheid berekend met de regel “v=v+a*dt”. Leg (stap voor stap) uit waar deze formule vandaan komt.

TESTVERSIE